

Technische Universität München

Max-Planck-Institut für Physik
(Werner-Heisenberg-Institut)

**Untersuchung perturbativer und
nichtperturbativer Struktur der Momente
hadronischer Ereignisformvariablen mit den
Experimenten JADE und OPAL**

Dissertation an der Fakultät für Physik
der Technischen Universität München
vorgelegt von

Christoph Johannes Pahl

Technische Universität München

Max-Planck-Institut für Physik
(Werner-Heisenberg-Institut)

Untersuchung perturbativer und nichtperturbativer Struktur der Momente hadronischer Ereignisformvariablen mit den Experimenten JADE und OPAL

Christoph Johannes Pahl

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Physik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Naturwissenschaften

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Prüfer der Dissertation:

1. Hon.-Prof. Dr. S. Bethke

2. Univ.-Prof. Dr. S. Paul

Die Dissertation wurde am 24. September 2007 bei der Technischen Universität München eingereicht.

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Einleitung | 2 |
| 2 | Theoretische Grundlagen | 5 |
| 2.1 | Das Standardmodell der Teilchenphysik | 5 |
| 2.2 | Quantenchromodynamik | 8 |
| 2.2.1 | Renormierung | 10 |
| 2.3 | QCD in Elektron-Positron Kollisionen | 16 |
| 2.4 | Ereignisformvariablen | 20 |
| 2.5 | Momente der Verteilungen von Ereignisformvariablen | 24 |
| 2.5.1 | Korrelation der Momente von Ereignisformvariablen | 26 |
| 2.5.2 | Varianz der Verteilungen von Ereignisformvariablen | 27 |
| 2.6 | Perturbative QCD-Vorhersagen für Momente von Ereignisformvariablen | 30 |
| 2.7 | Monte Carlo - Modelle | 33 |
| 2.8 | Nichtperturbative QCD | 36 |
| 2.8.1 | Dispersives Modell nach Dokshitzer et al. | 37 |
| 2.8.2 | Shape Function nach Korchemsky et al. | 39 |
| 2.8.3 | Single Dressed Gluon Näherung nach Gardi et al. | 41 |
| 3 | Experimente | 43 |
| 3.1 | PETRA-Beschleuniger und JADE-Detektor | 43 |
| 3.2 | LEP-Beschleuniger und OPAL-Detektor | 46 |
| 4 | Messung der Momente von Ereignisformvariablen | 49 |
| 4.1 | Verwendete Sätze von Daten- und Monte Carlo - Ereignissen | 49 |
| 4.1.1 | JADE | 49 |
| 4.1.2 | OPAL | 53 |
| 4.2 | Selektion multihadronischer Ereignisse bei JADE und OPAL | 58 |
| 4.2.1 | JADE | 58 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 4.2.2 | OPAL | 60 |
| 4.2.3 | Anzahl selektierter Ereignisse | 69 |
| 4.3 | Korrektur für Detektoreffekte | 69 |
| 4.4 | Experimentelle systematische Unsicherheiten | 78 |
| 4.5 | Ergebnisse | 80 |
| 4.5.1 | Momente | 80 |
| 4.5.2 | Varianzen | 81 |
| 4.6 | Zusammenfassung | 92 |
| 5 | QCD-Tests auf Partonniveau | 93 |
| 5.1 | Korrektur auf Partonniveau | 93 |
| 5.2 | Kombination unterschiedlicher systematischer Abschätzungen | 99 |
| 5.3 | Vergleich mit perturbativen Vorhersagen | 100 |
| 5.3.1 | Fits an einzelne Momente | 101 |
| 5.3.2 | Simultane Fits an Momente verschiedener Ordnungen . | 131 |
| 5.4 | Zusammenfassung | 150 |
| 6 | Tests von Energiepotenzkorrekturen | 151 |
| 6.1 | Dispersives Modell | 152 |
| 6.2 | Shape Function | 165 |
| 6.3 | Varianz der Ereignisformvariablen | 174 |
| 6.3.1 | Dispersives Modell | 174 |
| 6.3.2 | Shape Function | 177 |
| 6.4 | Single Dressed Gluon Näherung | 180 |
| 6.5 | Vergleich der Energiepotenzkorrekturen und des String-Hadroni- sierungsmodells | 195 |
| 6.6 | Zusammenfassung | 201 |
| 7 | Zusammenfassung und Ausblick | 202 |
| | Literaturverzeichnis | 207 |
| A | Momente der Ereignisformvariablen auf Detektorniveau | 217 |
| B | Messtabellen für Momente der Ereignisformvariablen auf Ha- dronniveau | 220 |
| C | Messtabellen für Varianzen der Ereignisformvariablen auf Hadronniveau | 229 |

| | |
|---|-----|
| D Monte Carlo - Generatoren mit OPAL-Tuning bei JADE-Energien auf Partonniveau | 232 |
| E Abschätzung der statistischen Korrelationen der Momente von Ereignisformvariablen | 236 |
| F Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Fits der perturbativen Vorhersage an einzelne Momente von Ereignisformvariablen | 243 |
| Abbildungsverzeichnis | 243 |
| Tabellenverzeichnis | 258 |
| Danksagung | 264 |

Zusammenfassung

In Hadronproduktionsdaten der e^+e^- - Vernichtungsexperimente JADE und OPAL messen wir die ersten fünf Momente von zwölf hadronischen Ereignisformvariablen bei Schwerpunktsenergien von 14 bis 207 GeV .

Aus dem Vergleich der QCD NLO-Vorhersage mit den mittels MC-Modellen um Hadronisierung korrigierten Daten erhalten wir den Referenzwert der starken Kopplung

$$\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.1254 \pm 0.0007(\text{stat.}) \pm 0.0010(\text{exp.})_{-0.0023}^{+0.0009}(\text{had.})_{-0.0053}^{+0.0069}(\text{theo.}) .$$

Für einige, insbesondere höhere, Momente sind systematische Unzulänglichkeiten in der QCD NLO-Vorhersage erkenntlich.

Simultane Fits an zwei Momente unter Annahme identischer Renormierungsskalen ergeben Skalenwerte von $x_\mu=0.057$ bis $x_\mu=0.196$.

Wir prüfen Vorhersagen verschiedener nichtperturbativer Modelle. Aus der Single Dressed Gluon - Näherung ergibt sich eine perturbative Vorhersage in $\mathcal{O}(\alpha_s^5)$ mit zu vernachlässigender Energiepotenzkorrektur, die den Mittelwert von Thrust auf Hadronniveau gut beschreibt mit

$$\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.1186 \pm 0.0007(\text{stat.}) \pm 0.0017(\text{exp.})_{-0.0028}^{+0.0033}(\text{theo.}) .$$

Die Varianz der Ereignisformvariablen wird gemessen und mit Modellen sowie Vorhersagen verglichen.

Kapitel 1

Einleitung

Die Annihilation eines Elektrons und eines Positrons in hadronische Endzustände ermöglicht präzise Tests der Theorie der starken Wechselwirkung, der Quantenchromodynamik (QCD).

Wir benutzen simultan und in möglichst einheitlicher Weise Daten der Experimente JADE (1979 bis 1986 am PETRA-Beschleuniger des DESY in Hamburg betrieben) und OPAL (1989 bis 2000 am LEP-Beschleuniger im CERN in Genf). LEP lief bei Schwerpunktsenergien von $Q=91$ bis 209 GeV, PETRA hingegen bei relativ niedrigen Energien von 12 bis 47 GeV. Der JADE-Detektor ist deshalb sensitiver für perturbative wie auch nicht-perturbative Effekte der QCD – diese skalieren mit inversen Potenzen von $\ln Q$ bzw. von Q . Die Konstruktion und viele Parameter von JADE und OPAL sind sehr ähnlich. Deshalb können konsistente Messungen mit geringer systematischer Verfälschung aus der simultanen Verwendung erwartet werden, vgl. insbesondere [1, 2]. Die Messprozedur wird ebenfalls für beide Experimente möglichst ähnlich gestaltet.

Es existieren zahlreiche Observablen, welche die wichtigsten Eigenschaften von hadronischen Ereignissen beschreiben. Üblicherweise wurden Produktionsraten von Jets untersucht [2, 3], oder auch Verteilungen von Ereignisformvariablen (engl. *eventshapes*) [4, 5, 6]. Vorhersagen perturbativer QCD – kombiniert mit Hadronisierungskorrekturen aus Monte Carlo - Modellen – beschreiben die Daten bei niedrigen und hohen Energien gut, siehe etwa [1, 2, 7, 8].

Die simultane Verwendung der Experimente JADE und OPAL bezieht die Energieabhängigkeit der starken Kopplung, ihr sogenanntes “Laufen”, stark in unsere Tests mit ein. Durch die Verwendung mehrerer Ereignisformvariablen und mehrerer Momente ihrer Verteilung beruht die Messung von $\alpha_s(M_{Z^0})$ auf globalen Tests.

In jüngerer Zeit wurden Vorhersagen erstellt, welche Hadronisierung analytisch beschreiben, so daß an dieser Stelle auf den Gebrauch von Monte Carlo - Modellen verzichtet werden kann. Zum Teil wird in diesen Vorhersagen auch der perturbative Teil vollständiger abgeschätzt, was die Unsicherheiten der Messung an dieser Stelle reduziert.

Auch für die Momente der Verteilungen von Ereignisformvariablen wurden analytische Vorhersagen erstellt. Ihre Entwicklung mit der Schwerpunktsenergie erlaubt zum einen direkte Tests der vorhergesagten Energie-Entwicklung der starken Wechselwirkung. Sie ermöglicht aber auch die Berechnung eines einzigen Wertes von α_s an einer bestimmten Energieskala – etwa der Masse M_{Z^0} des Z^0 -Bosons – und somit zu obigen Verfahren komplementäre Bestimmungen des wesentlichen freien Parameters der QCD, der Kopplungsstärke α_s . Bisher wurden vorrangig die Mittelwerte (ersten Momente) untersucht [9, 10, 11, 12].

In dieser Analyse benutzen wir vom JADE-Experiment in den Jahren 1979 bis 1986 an sechs Energie-Punkten im Bereich von 14 bis 44 GeV gesammelte Daten, sowie von OPAL an 12 Energiepunkten über den gesamten LEP-Energiebereich von 91 bis 209 GeV. Die Resultate bei 91 GeV beruhen auf Kalibrationsdaten, die während der LEP 2-Periode aufgezeichnet wurden (ab 1996, als LEP ansonsten weit oberhalb der Z^0 -Masse lief). Sie basieren somit auf der gleichen Detektor-Konfiguration (etwas verschieden von derjenigen in der früheren LEP 1 - Phase, als der Beschleuniger nur nahe dem Z^0 -Peak lief) und dem gleichen Rekonstruktions-Code wie die Hochenergie-Daten. Somit können Resultate über einen großen Energiebereich mit minimalen systematischen Unterschieden zwischen den Energien verglichen werden. Wir messen die ersten fünf Momente von Ereignisformvariablen und vergleichen die Daten mit Vorhersagen von Monte Carlo - Modellen und perturbativer wie nichtperturbativer QCD. Aus dem Vergleich der Daten mit der Theorie ermitteln wir die starke Kopplungskonstante $\alpha_s(M_{Z^0})$.

Die Dissertation gliedert sich wie folgt:

Kapitel 2 stellt das Standardmodell der Teilchenphysik vor, mit besonderer Betonung der Theorie der starken Wechselwirkung. Wir definieren die Ereignisformvariablen, deren Momente gemessen werden, und beschreiben die Vorhersagen perturbativer QCD dazu. Wir führen analytische nichtperturbative Rechnungen zur Hadronisierung ein, und beschreiben auch Monte Carlo - Modelle, die zur Hadronisierungs- oder auch zur Detektorkorrektur verwendet werden.

Kapitel 3 gibt einen vergleichenden Überblick über den PETRA-Beschleuniger und JADE-Detektor sowie den LEP-Beschleuniger und OPAL-Detektor.

Kapitel 4 beschreibt unsere Messung der Momente von zwölf Ereignisformvariablen aus multihadronischen Ereignissen bei JADE und OPAL, insbesondere auch Methoden, um hadronische e^+e^- Vernichtungs - Ereignisse von Untergrundereignissen zu trennen. Die Resultate der um experimentelle Effekte korrigierten Daten werden an 18 Energiepunkten angegeben und mit den Vorhersagen verschiedener Monte Carlo - Modelle verglichen. Zwei verschiedene Methoden zur Kombination der für JADE und OPAL unterschiedlichen Abschätzungen der experimentellen Systematik werden untersucht.

Die folgenden zwei Kapitel befassen sich mit Tests verschiedener theoretischer Ansätze inklusive der Prüfung des Laufens der starken Kopplung und Bestimmung ihres Wertes $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus den gemessenen Momenten:

Kapitel 5 diskutiert Fits der theoretischen Vorhersagen an die um Hadronisierung korrigierten Daten. Die Abschätzung der experimentell systematischen Unsicherheiten bei der simultanen Verwendung von JADE- und OPAL-Daten erfolgt stets mithilfe eines von der LEP QCD Arbeitsgruppe entwickelten Verfahrens [13].

Kapitel 6 befasst sich mit der Anpassung verschiedener analytischer Vorhersagen für lediglich um experimentelle Effekte korrigierte Momente von Ereignisformvariablen an unsere Messung. Durch den großen gemessenen Energiebereich können die eingehenden Annahmen selektiv getestet werden. Untersucht werden das dispersive Modell nach Dokshitzer et al., der Shape Function - Ansatz nach Korchemsky et al. und die Single Dressed Gluon - Näherung nach Gardi et al. Die aus den ersten beiden Modellen resultierenden Vorhersagen für die Varianz der Verteilung der Ereignisformvariablen werden ebenfalls untersucht.

Kapitel 7 fasst unsere Schlussfolgerungen zusammen und gibt einen Ausblick auf mögliche Erweiterungen der Arbeit.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel geben wir zunächst einen kurzen Überblick des Standardmodells der Teilchenphysik und insbesondere der QCD, Abschnitte 2.1 und 2.2.

In Abschnitt 2.3 stellen wir die spezifische Anwendung der QCD zum Studium der Hadron-Produktion in e^+e^- -Annihilation vor. Abschnitt 2.4 definiert die der Messung zugrundeliegenden Ereignisformvariablen. Im Abschnitt 2.5 diskutieren wir Momente der Verteilungen dieser Ereignisformvariablen, welche in der vorliegenden Arbeit gemessen und interpretiert werden.

Abschnitte 2.6 und 2.8 stellen perturbative und nichtperturbative Vorhersagen für einige dieser Observablen vor. In Abschnitt 2.7 führen wir in drei Monte Carlo-Programmen implementierte Modelle ein, mittels welcher Detektorantworten sowie nichtperturbative Aspekte der QCD simuliert werden.

2.1 Das Standardmodell der Teilchenphysik

Unserem heutigen Verständnis aller Elementarteilchen und ihrer Wechselwirkungen liegt das sogenannte *Standardmodell der elektroschwachen und starken Wechselwirkung* zugrunde. Es beschreibt einheitlich die elektromagnetische Kraft sowie die schwache Kernkraft, und zudem die starke Kernkraft – also alle bekannten Kräfte mit Ausnahme der Gravitation.

Materie besteht aus zwei Arten von Fermionen mit Spin 1/2: Quarks und Leptonen. Diese Teilchen – insgesamt zwölf und ihre zwölf Antiteilchen – können in drei Familien geordnet werden; jede davon enthält zwei Quarks, ein geladenes Lepton und ein Neutrino, siehe¹ Tabelle 2.1. Sowohl im Quark-

¹Wir benutzen stets Einheiten mit $\hbar = c = 1$.

sektor als auch für die geladenen Leptonen nimmt die Masse von der ersten zur dritten Familie zu; analog gilt dies für die obere Massenschranke der zugehörigen Neutrinos.²

Invarianz bezüglich der Eichgruppe des schwachen Isospins und der schwachen Hyperladung, $SU(2) \times U(1)$, führt zu vier Eichbosonen. Sie ergeben die W^\pm -Bosonen, und über eine Mischung mittels des Weinberg-Winkels das Photon und Z^0 -Boson. Aus der Eichgruppe $SU(3)$ der Quantenchromodynamik ergibt sich ein Oktett von Gluonen als Vermittler der starken Wechselwirkung. Die beschriebenen Kräfte werden zwischen entsprechend geladenen Teilchen durch Bosonen mit Spin 1 vermittelt, Tabelle 2.2: Das elektrisch ungeladene Photon vermittelt die elektromagnetische Wechselwirkung, das elektrisch neutrale Z^0 -Boson und die elektrisch geladenen Bosonen W^+ und W^- vermitteln die schwache Wechselwirkung.³

Alle Leptonen wechselwirken schwach, aber nicht stark; die elektrisch geladenen zusätzlich elektromagnetisch. Quarks tragen sogenannte Farbladung (traditionell bezeichnet als entweder rot, grün, oder blau) und erfahren alle drei Wechselwirkungen. Die aufgelisteten schwachen Eigenzustände der Quarks d , s und b ergeben sich durch Mischung mittels der Cabibbo-Kobayashi-Maskawa - Matrix aus den Masseneigenzuständen dieser Quarks. Neutrino Flavour-Oszillationen gelten inzwischen als sicher [14] – deshalb gilt dies in der allgemein akzeptierten Erweiterung des Standardmodells auf Neutrinos beider Händigkeiten analog für Neutrinos mittels der Neutrino - Mischungsmatrix.

W^\pm - und Z^0 -Bosonen erfahren auch schwache Wechselwirkung, Gluonen tragen Farbe und Antifarbe und wechselwirken auch selbst stark.

W^\pm - und Z^0 -Bosonen sowie die Fermionen erhalten ihre Massen im Mechanismus der spontanen Symmetriebrechung durch Ankopplung an das Higgs-Boson H^0 mit Spin 0. Das Higgs-Boson wurde bisher nicht direkt nachgewiesen, seine Masse beträgt mindestens 114.4 GeV bei 95% Konfidenz [15].

Das Standardmodell wird oft als effektive Theorie im Niedrigenergielimes einer allgemeineren vereinheitlichten Theorie angesehen. Es enthält zahlreiche Parameter, deren Wert nicht vorhergesagt wird – etwa die starke Kopplung α_s . Diese Parameter müssen deshalb experimentell gemessen werden.

²Neutrinos sind im eigentlichen Standardmodell masselos.

³Die Bosonen W^+ und W^- koppeln dabei nur an die linkshändigen Fermionen.

| | Quarks | | Leptonen | |
|-------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------|--------------------------------|
| 1. Familie | u (Up) | d (Down) | e^- (Elektron) | ν_e (Elektron-Neutrino) |
| Masse | $\approx 2 \text{ MeV}$ | $\approx 6 \text{ MeV}$ | 0.511 MeV | $< 2 \text{ eV}$ |
| 2. Familie | c (Charm) | s (Strange) | μ^- (Myon) | ν_μ (Myon-Neutrino) |
| Masse | $\approx 1.3 \text{ GeV}$ | $\approx 100 \text{ MeV}$ | 106 MeV | $< 0.19 \text{ MeV}$ |
| 3. Familie | t (Top) | b (Bottom) | τ^- (Tau) | ν_τ (Tau-Neutrino) |
| Masse | $\approx 180 \text{ GeV}$ | $\approx 4 \text{ GeV}$ | 1777 MeV | $< 18 \text{ MeV}$ |
| Elektrische Ladung Q | $+\frac{2}{3}$ | $-\frac{1}{3}$ | -1 | 0 |
| Schwacher Isospin I_3 | $+\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | $+\frac{1}{2}$ |
| Farbladung | r, g, oder b | r, g, oder b | 0 | 0 |

Tabelle 2.1: Die elementaren Fermionen (Spin $1/2$) des Standardmodells. Die elektrische Ladung ist in Einheiten der Elementarladung $e \simeq 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ angegeben.

Die Tabelle zeigt die linkshändigen Fermionen, welche Elemente eines $SU(2)$ -Dubletts sind (*linkshändig* bezeichnet anschaulich negative Helizität; die *Helizität* ist der Eigenwert des Spins in Impulsrichtung). Die entsprechenden rechtshändigen – im eigentlichen Standardmodell nur Quarks – bilden ein Singulett mit $I_3 = 0$, und haben sonst identische Eigenschaften. Elektrische Ladung, I_3 , sowie Farbladung der hier nicht aufgeführten Antifermionen (mit vertauschter Händigkeit) haben entgegengesetztes Vorzeichen. Die Werte der Massen wurden aus Referenz [14] entnommen bzw. genähert.

| | Eichbosonen | | | |
|-------------------------|----------------------|------------------------|--------------------|---|
| | γ (Photon) | W^\pm (W-Bosonen) | Z^0 (Z-Boson) | g (8 Gluonen) |
| Masse | 0 GeV | 80.4 GeV | 91.2 GeV | 0 GeV |
| Elektrische Ladung Q | 0 | ± 1 | 0 | 0 |
| Schwacher Isospin I_3 | 0 | ± 1 | 0 | 0 |
| Farbladung | 0 | 0 | 0 | r, g oder b + \bar{r}, \bar{g} oder \bar{b} |

Tabelle 2.2: Die Eichbosonen (Spin 1) des Standardmodells. Die elektrische Ladung ist in Einheiten der Elementarladung angegeben. Die Werte der Massen wurden aus Referenz [14] genähert.

2.2 Quantenchromodynamik

Der in dieser Arbeit untersuchte Teil des Standardmodells ist die relativistische Quantenfeldtheorie der starken Wechselwirkung, die Quantenchromodynamik (QCD) [16, 17, 18, 19]. Diese Theorie ist lokal eichinvariant bezüglich der Gruppe $SU(3)$, welche die Rotationen im sogenannten Farbraum beschreibt. Sie wird beschrieben durch die Lagrangedichte [20]

$$\mathcal{L} = \sum_{\text{flavours}} \bar{q}_a (i \not{D}_{ab} - m) q^b - \frac{1}{4} F_A^{\mu\nu} F_{\mu\nu}^A, \quad (2.1)$$

die hier in den üblichen Konventionen notiert ist: Raumzeitindizes μ, ν laufen von 0 bis 3; die flache Raumzeitmetrik besitzt lediglich Diagonaleinträge $(1, -1, -1, -1)$; Summation über jedes Paar identischer Indizes ist impliziert.

Die lediglich angedeutete Summe erstreckt sich über die sechs Quarkflavours u, d, s, c, b und t mit jeweiliger Masse m . Die Symbole a und b sind Farbindizes in der $SU(3)$ -Triplettdarstellung. Die sechs Quark- bzw. Antiquarkfelder q^b, \bar{q}_a sind durch Diracspinoren dargestellt, die Spinorindizes (etwa in der üblichen Darstellung durch vierkomponentige Vektoren) unterdrücken wir ebenfalls.

Die kovariante Ableitung ist in der üblichen “slash”-Notation

$$\not{D}_{ab} \equiv \gamma^\mu D_{\mu,ab}, \quad (2.2)$$

mit Komponenten

$$D_{\mu,ab} = (\partial_\mu \delta_{ab} - ig A_{\mu,ab}). \quad (2.3)$$

Hier sind γ^μ die Dirac-Spinormatrizen mit Antikommutatoren $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$; sie lassen sich etwa durch die Pauli-Matrizen darstellen.

Das Vektorfeld $A_{\mu,ab}$ läßt sich in der $SU(3)$ -Basis $\lambda^B/2$ der Gell-Mann Matrizen λ^B mit den 8 masselosen Gluonfeldern A_μ^B darstellen als

$$A_{\mu,ab} = \sum_{B=1}^8 A_\mu^B \frac{\lambda_{ab}^B}{2}.$$

Der Feldstärketensor $F_{\mu\nu}^A$ leitet sich ebenfalls von den Gluonfeldern ab,

$$F_{\mu\nu}^A = \partial_\mu A_\nu^A - \partial_\nu A_\mu^A - gf^{ABC} A_\mu^B A_\nu^C.$$

Die Lagrangedichte Gleichung (2.1) ist damit lokal eichinvariant.

A , B und C indizieren die 8 Farbfreiheitsgrade des Gluonfeldes in der Oktettdarstellung der Gruppe $SU(3)$. Die 8 Generatoren T^A der Gruppe $SU(3)$ erfüllen die durch die Strukturkoeffizienten f^{ABC} festgelegten Vertauschungsrelationen $[T^A, T^B] = i f^{ABC} T^C$. Diese Generatoren lassen sich etwa in der (bereits oben verwendeten) sogenannten *fundamentalen Darstellung* geben,

$$T_{ab}^A = \frac{1}{2} \lambda_{ab}^A.$$

In perturbative Berechnungen gehen die *Strukturkonstanten der Gruppe* – C_A , C_F und T_F – ein, sie sind festgelegt gemäß

$$\begin{aligned} C_A \delta^{AB} &= f^{ACD} f^{BCD}, \\ C_F \delta_{ij} &= (T^A T^A)_{ij}, \\ T_F \delta^{AB} &= \text{Tr}(T^A T^B). \end{aligned}$$

In der Gruppe $SU(3)$ haben sie⁴ die Werte $C_A = 3$, $C_F = 4/3$ und $T_F = 1/2$.

Zur Lagrangedichte (2.1) müssen für konkrete Berechnungen noch weitere, eher technisch motivierte Terme addiert werden, die wir nicht anführen. Sie legen zum einen die Eichung fest und eliminieren überdies unphysikalische Freiheitsgrade, die sogenannten “Geister” [20].

Statt der Farbladung g verwendet man üblicherweise

$$\alpha_s \equiv \frac{g^2}{4\pi}, \tag{2.4}$$

analog zur Feinstrukturkonstanten $\alpha_{\text{em}} \equiv e^2/(4\pi)$ anstelle der Elementarladung e in der Quantenelektrodynamik. Mit Ausnahme der Quarkmassen – die in dieser Arbeit nur am Rande eine Rolle spielen werden – ist α_s der einzige Parameter in der QCD-Lagrangedichte und deshalb von herausragender Bedeutung.

Durch Minimieren der zugehörigen Wirkung erhält man aus (2.1) die Feldgleichungen. Aus dem ersten Term in der Lagrangedichte folgen Diracgleichungen für die Quarkfelder sowie die Quark/Gluon-Kopplung (s. Abbildung 2.1). Der Term der kinetischen Energie, $-1/4 F_A^{\mu\nu} F_{\mu\nu}^A$, liefert das entscheidende Merkmal der QCD: Er ermöglicht Vertizes mit drei oder vier Gluonen, woraus die asymptotische Freiheit der Theorie resultiert, die im folgenden diskutiert wird.

⁴Die Strukturkoeffizienten f^{ABC} bilden selbst wieder die sogenannte *adjungierte Darstellung* der Gruppe. In der Definition von C_A wird auf diese zurückgegriffen, in der Definition von C_F auf die *fundamentale Darstellung*, und in der Definition von T_F auf die Spur (engl. *trace*) in der *fundamentalen Darstellung*.

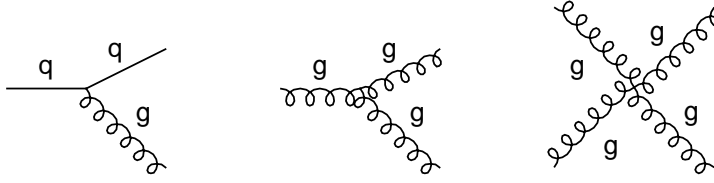


Abbildung 2.1: Feynman-Vertizes der QCD.

2.2.1 Renormierung

Bei perturbativer Berechnung einer physikalischen Observablen in einer Quantenfeldtheorie summiert man Feynman-Diagramme mit dem entsprechenden Anfangs- und Endzustand [21]. Die meisten dieser Diagramme enthalten Schleifen-Korrekturen, die zu divergenten Termen führen. Dieses Problem trat zum ersten Mal in der Quantenelektrodynamik auf und wurde durch sogenannte *Renormierung* gelöst: Dabei erhält man durch eine Redefinition der Kopplung endliche Ergebnisse. Hierfür gibt es verschiedene konkrete Verfahren; stets wird dadurch eine neue Energieskala eingeführt, die mit der Physik des Prozesses zunächst nichts zu tun hat, die sogenannte Renormierungsskala μ_R .

Renormierungsgruppengleichung

Durch die Renormierung wird die Kopplung α_s , die in der Lagrangedichte (2.1) mittels (2.2), (2.3) und (2.4) eine bloße Konstante war, zur renormierten, “laufenden” Kopplung $\alpha_s(\mu_R^2)$ mit Abhängigkeit von der Renormierungsskala.⁵ Diese Abhängigkeit wird durch die Renormierungsgruppengleichung beschrieben: Eine Observable $O(\mu_R)$ sollte nicht von der beliebigen Skala μ_R abhängen, an der die Kopplung renormiert wurde. Dies läßt sich in einer dimensionslosen Gleichung ausdrücken:

$$0 \stackrel{!}{=} \mu_R^2 \frac{dO}{d\mu_R^2} = \left(\mu_R^2 \frac{\partial}{\partial \mu_R^2} + \mu_R^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu_R^2} \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \right) O(\mu_R). \quad (2.5)$$

Die μ_R^2 -Abhängigkeit von O muß also durch eine passende Abhängigkeit der Kopplung $\alpha_s(\mu_R^2)$ wieder aufgehoben werden.

Die μ_R -Abhängigkeit der Kopplung $\alpha_s(\mu_R^2)$ beschreibt man durch die *Beta-*

⁵Die Schreibweise $\alpha_s(k^2)$ ist in der Quantenfeldtheorie üblich. Wir notieren $\alpha_s(\mu_R^2)$ oder $\alpha_s(Q^2)$ in theoretischer Diskussion, aber $\alpha_s(\sqrt{s})$ oder $\alpha_s(M_{Z^0})$ in experimenteller.

funktion (Gell-Mann Low Funktion),

$$\beta(\alpha_s(\mu_R^2)) \equiv \mu_R^2 \frac{\partial \alpha_s(\mu_R^2)}{\partial \mu_R^2}.$$

Gleichung (2.5) läßt sich hiermit in der üblichen Form einer (speziellen) Renormierungsgruppengleichung oder Callan-Symanzik-Gleichung [22, 23] schreiben:

$$0 = \left(\mu_R^2 \frac{\partial}{\partial \mu_R^2} + \beta(\alpha_s) \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \right) O. \quad (2.6)$$

Für kleine Kopplung $\alpha_s(\mu_R^2)$ ist die Observable O in einer Störungsreihe berechenbar, und deshalb auch $\beta(\alpha_s(\mu_R^2))$. Inzwischen [24] sind vier Ordnungen α_s^2 bis α_s^5 (d.h. Graphen bis zu vier Schleifen) bekannt,

$$\beta(\alpha_s(\mu_R^2)) = -\beta_0 \alpha_s(\mu_R^2)^2 - \beta_1 \alpha_s(\mu_R^2)^3 - \beta_2 \alpha_s(\mu_R^2)^4 - \beta_3 \alpha_s(\mu_R^2)^5.$$

Der Einschleifenkoeffizient beträgt

$$\beta_0 = \frac{33 - 2 N_f}{12\pi} \quad (2.7)$$

$$= \frac{23}{12\pi}, \text{ für } N_f=5. \quad (2.8)$$

Hierbei ist N_f die Anzahl kinematisch zugänglicher Flavours, die in Schleifen auftreten können. Der Koeffizient β_0 ist positiv,⁶ die Betafunktion somit negativ (dies gilt sicher, solange der Wert der Kopplung $\alpha_s(\mu_R^2)$ nicht zu groß wird). Hieraus folgen *asymptotische Freiheit* – Interaktionen werden schwach bei hoher Schwerpunktsenergie, d.h. kleinen Abständen – und starke perturbative Kopplung bei niedrigen Energien.

Die weiteren Koeffizienten betragen⁷

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{153 - 19 N_f}{24 \pi^2} \\ \beta_2 &= \frac{77139 - 15099 N_f + 325 N_f^2}{3456 \pi^3} \\ \beta_3 &= \left(\left(\frac{149753}{6} + 3564 \zeta(3) \right) - \left(\frac{1078361}{162} + \frac{6508}{27} \zeta(3) \right) \cdot N_f \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{50065}{162} + \frac{6472}{81} \zeta(3) \right) \cdot N_f^2 + \frac{1093}{729} N_f^3 \right) / (4 \pi)^4. \end{aligned}$$

Im Bereich der untersuchten Schwerpunktsenergien ist die Produktion von fünf verschiedenen Quarkflavours möglich (vgl. Tabelle 2.1), und die Werte

⁶solange $N_f < 17$, also im Standardmodell immer.

⁷Die Zetafunktion ist definiert gemäß $\zeta(s) = \sum_{k=1}^{\infty} k^{-s}$, und $\zeta(3) \simeq 1.20206$.

lauten mit $N_f=5$

$$\beta_1 = \frac{29}{12 \pi^2} \quad (2.9)$$

$$\beta_2 = \frac{9769}{3456 \pi^3} \quad (2.10)$$

$$\beta_3 = \frac{6351552 \zeta(3) - 598391}{373248 \pi^4}. \quad (2.11)$$

Beschränkt man sich auf eine Schleife, d.h. die erste Ordnung in α_s , so ist die Renormierungsgruppengleichung leicht exakt zu lösen. Man erhält die Kopplung $\alpha_s(Q^2)$ an einer bestimmten Energieskala Q in Abhängigkeit ihres Wertes an der Renormierungsskala μ_R ,

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu_R^2)}{1 + \alpha_s(\mu_R^2) \beta_0 \ln \frac{Q^2}{\mu_R^2}}. \quad (2.12)$$

Asymptotische Freiheit und Confinement

Die entscheidende Implikation der negativen QCD Beta-Funktion wurde bereits angesprochen: $\alpha_s(\mu_R^2)$ läuft “invers” mit der Energie – im Gegensatz etwa zur Quantenelektrodynamik.⁸ Bei höherem Impulsübertrag wird die Kopplung kleiner – an der Skala der Z^0 -Masse etwa gilt $\alpha_s(M_{Z^0}) \simeq 1/10$, hier sind störungstheoretische Rechnungen in hoher Ordnung prinzipiell möglich. Bei sehr großen Impulsüberträgen $Q^2 \rightarrow \infty$ verschwindet die Kopplung, stark wechselwirkenden Teilchen sind “asymptotisch frei”. Vgl. hierzu Abbildung 2.2; die lediglich in Einschleifen-Näherung berechnete Kopplung ist darin im Bereich der untersuchten Schwerpunktsenergien nicht vom Verlauf in drei Schleifen unterscheidbar. Für Tests der Energieevolution der starken Kopplung verwenden wir in dieser Arbeit den Verlauf in drei Schleifen. Die Ergebnisse sind in den angegebenen Stellen bereits nicht mehr von der Entwicklung in zwei Schleifen zu unterscheiden. In Abschnitt 6.4 legen wir einer systematischen Untersuchung auch den Verlauf in vier Schleifen zugrunde.

Die “QCD-Skala” Λ

Die Kopplung wird stärker mit abnehmendem Impulsübertrag, es gilt $\alpha_s(Q^2) \simeq 1$ für $Q = 1 \text{ GeV}$, und sie divergiert schließlich unterhalb einer gewissen Energieskala. Hier ist keine perturbative Berechnung mehr möglich,

⁸Die Betafunktion beträgt in der QED in Einschleifennäherung [25]

$$\beta_{\text{QED}}(\alpha_{\text{em}}) = \frac{1}{3\pi} \alpha_{\text{em}}^2,$$

mit der Feinstrukturkonstanten $\alpha_{\text{em}} = e^2/(4\pi)$.

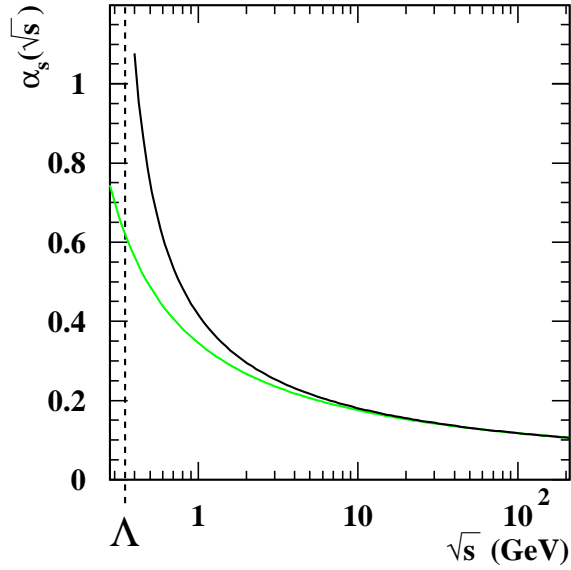


Abbildung 2.2: Energieverlauf der starken Kopplung mit zugrundegelegtem Wert $\alpha_s(M_{Z^0})=0.119$, berechnet in drei Schleifen. Für die grün überlagerte Kurve wurde das Laufen nur in einer Schleife, d.h. dem Koeffizienten β_0 berücksichtigt. Die gestrichelte Linie deutet die QCD-Skala Λ an.

aber die perturbative Beschreibung schließt offensichtlich glatt an das beobachtete *Confinement* an: Partonen (d.h. Quarks oder Gluonen) werden nie als freie Teilchen beobachtet [14], sondern stets in farbneutralen Bindungszuständen – mit einem Antiquark (Mesonen) oder mit zwei weiteren Quarks (Hadronen). Es läßt sich auch eine intuitive Darstellung der laufenden Kopplung geben, die mit dieser Skala Λ (auch *Landau-Pol* genannt) zusammenhängt:

In einer Einschleifendiskussion definiert man die Skala mittels

$$\Lambda^2 \equiv \mu_R^2 e^{-1/(\beta_0 \alpha_s(\mu_R^2))}$$

Die laufende Kopplung nimmt damit folgende Form an:

$$\alpha_s(\mu_R^2) = \frac{1}{\beta_0 \ln(\mu_R^2/\Lambda^2)}.$$

Umrechnungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Werten oder direkte Messungen [26] liefern Werte dieser Skala von einigen hundert MeV. Das liegt – wie man es von einer Skala erwartet, die den Übergang zum *Confinement* charakterisiert – in der Größenordnung der Hadronmassen.

Wahl der Renormierungsskala

Eine perturbativ vollständige Berechnung einer physikalische Größe hängt nicht von der Renormierungsskala μ_R ab. Eine Störungsreihe in der renormierten Kopplung $\alpha_s(\mu_R^2)$, welche an einer bestimmten Ordnung abgeschnitten wurde, im allgemeinen jedoch schon. Deshalb muß für Störungsrechnung in fester Ordnung ein bestimmter Wert der Renormierungsskala gewählt werden.

Sei O eine physikalische Größe, deren Entwicklung mit $\mathcal{O}(\alpha_s(\mu_R^2))$ beginnt,

$$O = O_1 \alpha_s(\mu_R^2) + O_2 \alpha_s(\mu_R^2)^2 + \dots$$

Eine Entwicklung in $\alpha_s(Q^2)$ nur bis zur ersten Ordnung kann mit Gleichung (2.12) als Potenzreihe in $\alpha_s(\mu_R^2)$ geschrieben werden [20],

$$\begin{aligned} O(\alpha_s(Q^2)) &\approx O_1 \alpha_s(Q^2) \\ &= O_1 \frac{\alpha_s(\mu_R^2)}{1 + \alpha_s(\mu_R^2) \beta_0 \ln \frac{Q^2}{\mu_R^2}} \\ &= O_1 \alpha_s(\mu_R^2) \left(1 - \alpha_s(\mu_R^2) \beta_0 \ln \frac{Q^2}{\mu_R^2} + \right. \\ &\quad \left. \alpha_s^2(\mu_R^2) \beta_0^2 \ln^2 \frac{Q^2}{\mu_R^2} - \dots \right). \end{aligned}$$

Das Ergebnis führender Ordnung⁹ in renormierter Störungsrechnung ist der erste Term dieser Reihe, $O_1 \alpha_s(\mu_R^2)$. Eine Wahl von μ_R weit entfernt von Q führt zu großen Logarithmen und deshalb sicher zu einem großen Fehler aus der Entwicklung in niedriger Ordnung. Die umgekehrte Aussage kann wegen der Beschränkung dieser Diskussion auf erste Ordnung in $\alpha_s(Q^2)$ allerdings nicht getroffen werden.¹⁰

Üblicherweise wählt man deshalb $\mu_R = Q$ und variiert diesen Wert zur Abschätzung fehlender höherer Ordnungen innerhalb relativ willkürlicher Grenzen, etwa¹¹ von $\mu_R = Q/2$ bis $2 \cdot Q$.

Es gibt auch verschiedene theoretisch motivierte Ansätze zur Abschätzung der Renormierungsskala, siehe z.B. [14, 27]. Ferner ist zu erwarten, daß die abgeschnittene perturbative Vorhersage mit einem gewissen Wert für μ_R der

⁹Auch *LO* – **L**eading **O**rdner.

¹⁰In der Auswertung etwa der perturbativen Vorhersage (2.22) für eine bestimmte Schwerpunktsenergie \sqrt{s} ist diese der einzige Parameter mit der Dimension einer Energie; es liegt somit nahe, $\mu_R = \sqrt{s}$ zu setzen. Durch die abgeschnittene Reihe wird allerdings nicht das ursprüngliche System beschrieben.

¹¹Unsere aus den simultanen Fits an zwei Momente erhaltenen kleinen Skalen μ_R in Abschnitt 5.3.2 lassen Fälle erkennen, in denen diese konkrete Variation nicht ausgereicht hätte, um die Unvollständigkeit aufgrund von höheren Ordnungen korrekt abzuschätzen.

vollständigen Berechnung am ähnlichsten wird. Legt man genügend Daten zugrunde, so läßt sich die Renormierungsskala demnach auch an diese anpassen, “experimentell optimieren”.

Zur kürzeren Notation definiert man den *Renormierungsskalenfaktor* x_μ aus Renormierungsskala μ_R und Schwerpunktsenergie Q als

$$x_\mu \equiv \frac{\mu_R}{Q}.$$

Das verbreitetste Renormierungsschema, das auch in unseren Vorhersagen benutzt wird, ist das *Modified Minimal Subtraction Scheme*, $\overline{\text{MS}}$ [20]. Da die Kopplung α_s vom Renormierungsschema abhängt [25], kann sie nicht ohne weiteres als Naturkonstante betrachtet werden. Dies gilt analog in der Quantenelektrodynamik, doch ergibt sich hier die Kopplung bei verschwindendem Impulsübertrag aus der physikalischen Elektronenladung. In perturbativer QCD gibt es a priori keine ausgezeichnete Skala.

2.3 QCD in Elektron-Positron Kollisionen

Unsere QCD-Messungen gehen von einem Quark-/Antiquarkpaar $q\bar{q}$ aus, das nach Vernichtung von Elektron e^- und Positron e^+ in ein virtuelles Photon γ^* bzw. (im allgemeinen virtuelles) Z^0 -Boson erzeugt wurde. Das Feynman-Diagramm hierzu zeigt Figur 2.3. Seine beiden Vertizes werden durch den elektroschwachen Sektor des Standardmodells beschrieben.

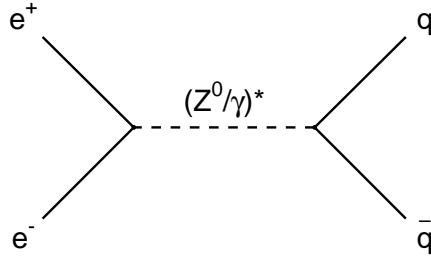


Abbildung 2.3: Einfache Quarkpaar-Erzeugung in Elektron-Positron Vernichtung.

Dies ist der einfachste aller Prozesse mit Hadronen im Endzustand. Abbildung 2.4 zeigt den Wirkungsquerschnitt u.a. dieser Reaktion $e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}$ in Abhängigkeit von der Schwerpunktsenergie.

Aus der elektromagnetischen Wechselwirkung ergibt sich [25] in niedrigster Ordnung (auf dem sogenannte *Born-Niveau*) der Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_0(\sqrt{s}) = \frac{4\pi \alpha_{\text{em}}^2}{s} \sum_f Q_f^2 \quad (2.13)$$

für alle aktiven Quarkflavours f mit zugehöriger Quarkladung Q_f (in Einheiten der Elementarladung).

Aus der schwachen Wechselwirkung resultiert eine überlagerte Breit-Wigner-Resonanz [28] an der Z^0 -Masse,

$$\sigma_0(\sqrt{s}) = 12\pi \frac{\Gamma_{e^+e^-} \cdot \sum_f \Gamma_{f\bar{f}}}{(s - M_{Z^0}^2)^2 + M_{Z^0}^2 \Gamma_{Z^0}^2}.$$

Hier ist Γ_{Z^0} die totale Zerfallsbreite des Z^0 -Bosons, und Γ_X sind die partiellen Zerfallsbreiten bezüglich der jeweiligen Prozesse $Z^0 \rightarrow X$.

Der totale Wirkungsquerschnitt weist wegen des Photon- bzw. Z^0 -Beitrags starke “Resonanz-Peaks” bei $\sqrt{s}=0$ GeV bzw. $\sqrt{s}=91.2$ GeV auf.

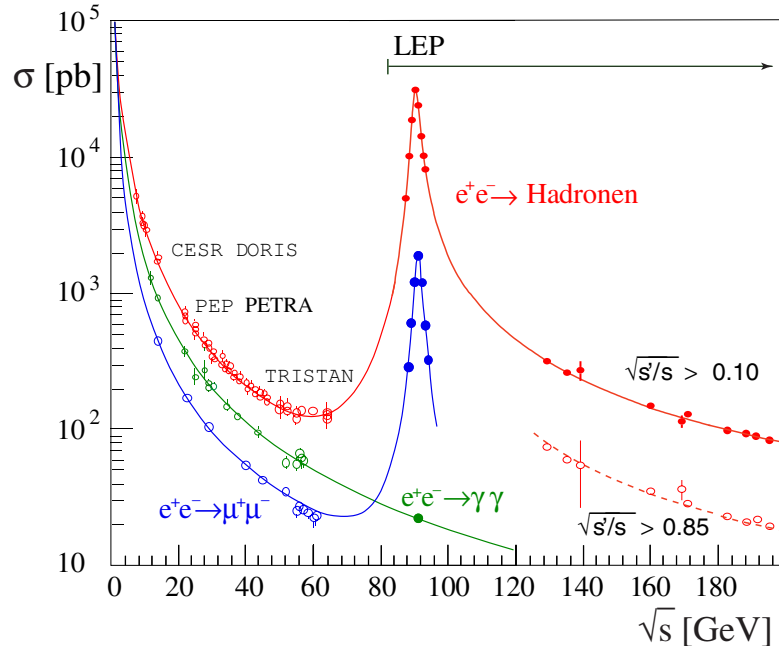


Abbildung 2.4: Wirkungsquerschnitte einiger Prozesse in der e^+e^- -Vernichtung. Die Symbole zeigen Daten verschiedener Experimente an den angegebenen Beschleunigern. Die Linien stellen theoretische Vorhersagen dar – für Quarkpaarerzeugung ab 130 GeV in Abhängigkeit zweier Schnitte auf die reduzierte Schwerpunktsenergie $\sqrt{s'}$ nach Photonabstrahlung (modifiziert aus [29]).

Das Quark-Antiquark Paar liegt nach seiner Erzeugung bei definierter Schwerpunktsenergie vor und es durchläuft in Folge unter anderem Prozesse starker Wechselwirkung, die zu weiteren Quarks oder Gluonen führen. Diese Prozesse können mit theoretischen Vorhersagen verglichen werden.

Bei der Quarkpaarerzeugung könnte jedoch vor bzw. nach der Kollision – d.h. im Anfangs- bzw. Endzustand¹² – auch ein entsprechend energetisches Photon abgestrahlt werden, siehe Abbildung 2.6 bzw. 2.5. Dieser Prozess

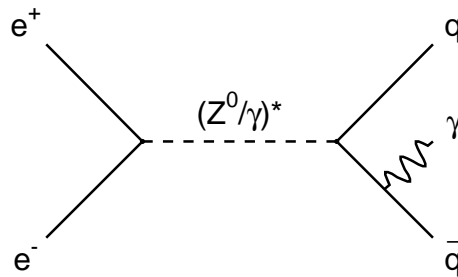


Abbildung 2.5: Quarkpaar-Erzeugung mit Strahlung im Endzustand.

¹²*ISR*, Initial State Radiation; bzw. *FSR*, Final State Radiation.

kann dann nicht mehr zur genauest möglichen Messung der starken Kopp-
 lung beitragen und wir betrachten ihn als Untergrund. Die effektive Schwer-
 punktsenergie eines solchen Prozesses ist reduziert auf $\sqrt{s'} = \sqrt{s - 2\sqrt{s}E_\gamma}$.

Der im Bereich der PETRA-Energien mit zunehmender Schwerpunktsenergie
 stets abnehmende Wirkungsquerschnitt begünstigt somit diese Abstrahlung.
 Bei Schwerpunktsenergien über der Z^0 -Masse von 91 GeV sind ISR-Prozesse
 in multihadronischen Ereignissen wieder zunehmend vertreten. Dort werden
 Photonen wegen des hohen Wechselwirkungsquerschnitts am Z^0 -Peak bevor-
 zugt so abgestrahlt, daß $\sqrt{s'} \simeq M_{Z^0}$.

Der relative Anteil auftretender Quarkflavour ergibt sich im wesentlichen aus
 den Beiträgen zu Gleichung (2.13) – etwa je 36% u- und c-Quarks, sowie je 9%
 d-, s- und b-Quarks. Bei den niedrigsten PETRA-Energien reduziert jedoch
 die Nähe der Massenschwelle den Anteil der b-Quarks.

Die in Folge stattfindenden Prozesse starker Wechselwirkung können konzep-
 tionell in zwei Stufen eingeteilt werden, siehe Figur 2.6:

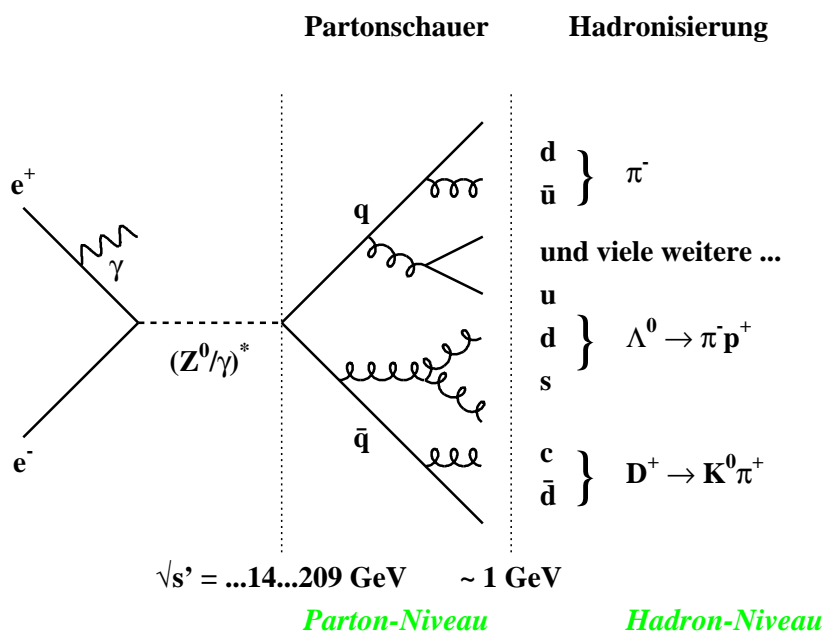


Abbildung 2.6: Multihadronischer Prozess inklusive Strahlung im Anfangs-
 zustand (modifiziert aus [30]).

- Partonschauer: Jedes der zwei Quarks kann Gluonen abstrahlen, sie
 strahlen weitere Gluonen ab oder erzeugen ein Quark/Antiquark-Paar.
 Diese Prozesse werden in perturbativer QCD berechnet und mittels

Feynman-Graphen veranschaulicht. Das Ereignis liegt im Endzustand dieses Partonschauers auf dem sogenannten *Partonniveau* vor.

Elektron-Positron Vernichtung führt zudem zu vielen zusätzlichen Untergrundprozessen. Bei JADE-Energien ist die Erzeugung von hadronisch zerfallenden Tau-Paaren relevant, oder Zweiphotonereignisse mit hadronischem Endzustand. Bei hohen OPAL-Energien sind es insbesondere elektroschwache Prozesse mit Erzeugung von Paaren von W^\pm -Bosonen ab der Schwelle von etwa 161 GeV, oder weiterer Z^0 -Bosonen.

Quark und Antiquark tragen Farbe und elektrische Ladung und können somit weiter wechselwirken.¹³ Sobald die relevanten Energieskalen in der Größenordnung von 1 GeV liegen, wird die starke Kopplung groß, und es ist keine perturbative Beschreibung mehr möglich.

- Hadronisierung: Quarks und Gluonen bilden jetzt Hadronen – farblose gebundene Zustände – die im Detektor nachgewiesen werden können. Das Ereignis liegt hier auf *Hadronniveau* vor. Diese Prozesse können zum Teil mit Hilfe von Monte Carlo - Modellen verstanden werden [25] oder durch nichtperturbative analytische Modelle.

Hadronen treten bei genügend hohen Energien in konischen Bündeln auf, den sogenannten “Jets”. Diese geben nach allgemeiner Anschauung die ursprüngliche Partonstruktur des Ereignisses gut wieder. Evidenz für diese Jet-Struktur wurde 1975 zum ersten Mal in e^+e^- -Kollisionen bei $\sqrt{s}=6.2$ und 7.4 GeV gesehen [31]. Die in dieser Arbeit untersuchten hadronischen Systeme sind komplex, sie umfassen im Mittel etwa 25 (35 GeV), 40 (91 GeV), oder 60 (200 GeV) Hadronen.

¹³Aufgrund der geringen Stärke der schwachen Wechselwirkung muß diese in den hier diskutierten Prozessen nicht berücksichtigt werden. Sie trägt anschließend im Teilchenzerfalls wieder bei, siehe Abschnitt 2.7.

2.4 Ereignisformvariablen

Die Bestimmung von $\alpha_s(M_{Z^0})$ – der starken Kopplung an der ausgezeichneten Referenzskala der Z^0 -Masse¹⁴ – aus etlichen verschiedenen Observablen stellt einen wichtigen Test der Konsistenz der theoretischen Beschreibung der QCD dar. Dazu sollen zunächst die physikalischen Observablen definiert werden, mittels derer wir diese Kopplung messen und Tests perturbativer sowie nichtperturbativer QCD-Rechnungen durchführen.

Bestimmte Eigenschaften hadronischer e^+e^- -Vernichtungsereignisse können durch zahlreiche sogenannte Ereignisformvariablen beschrieben werden. Diese Variablen sind durch die Impulse \vec{p}_i der im Ereignis entstehenden Teilchen sowie deren Energie E_i vollständig festgelegt. Das Ereignis wird im Schwerpunktsystem betrachtet. Die Observablen charakterisieren das Ereignis etwa als zweijetartig, planar, sphärisch usw. Man kann sie aus den gemessenen Spuren geladener Teilchen sowie den Kalorimeterclustern berechnen, oder auch aus simulierten Hadronen oder Partonen in Monte Carlo - Ereignissen.

Folgende Ereignisformvariablen werden untersucht:

Thrust T , ist definiert durch [35, 36]

$$T = \max_{\vec{n}} \left(\frac{\sum_i |\vec{p}_i \cdot \vec{n}|}{\sum_i |\vec{p}_i|} \right), \quad (2.14)$$

mit Summierung über alle Teilchen i im Ereignis. Die *Thrust-Achse* \vec{n}_T zeigt in die Richtung \vec{n} , welche den Ausdruck in Klammern maximiert.

Thrust ist ein Maß für die Kollinearität des Ereignisses: Für ein idealisiertes Zweijet-Ereignis ergibt sich $T = 1$ (oder für zwei Partonen in einer Monte Carlo - Rechnung; für reale Hadronen verbreitern Hadronisierung und Zerfälle stets die Jets). Ein Ereignis mit drei Jets resultiert in einem Wert $T < 1$ (vgl. den Begriff *Dreijet-Variable* weiter unten), und ein idealisiertes sphärisches Ereignis mit unendlich vielen isotrop abgestrahlten Teilchen liefert $T = 1/2$.

Eine Ebene durch den Schwerpunkt und senkrecht auf \vec{n}_T teilt das Ereignis in die zwei Hemisphären H_1 und H_2 .

Thrust major T_{maj} . Die Maximierung in Gleichung (2.14) wird durchgeführt, wobei aber der Vektor \vec{n} senkrecht auf der bereits festgelegten Thrustachse \vec{n}_T stehen muß. Der resultierende Vektor heißt $\vec{n}_{T_{\text{maj}}}$.

¹⁴An dieser Skala existieren zahlreiche Bestimmungen der Kopplung, darunter sehr genaue aus Messungen der Z^0 -Lineshape [30, 32, 33]. Auch gibt es keine Unsicherheiten aus der Nähe zu Flavourschwellen wie etwa an der Tau-Masse [34].

$T_{\text{maj.}}$ ist ein Maß für die maximale Kollinearität des Ereignisses transversal zu \vec{n}_T . Für eine allgemeine Dreijet-Konfiguration verschwindet $T_{\text{maj.}}$ nicht, vgl. den Begriff Dreijet-Variable weiter unten.

Thrust minor $T_{\text{min.}}$: Der Klammerausdruck in Gleichung (2.14) wird für den Einheitsvektor $\vec{n}_{T_{\text{min.}}}$ ausgewertet. Dieser steht senkrecht sowohl auf \vec{n}_T als auch auf $\vec{n}_{T_{\text{maj.}}}$ [36],

$$T_{\text{min.}} = \frac{\sum_i |\vec{p}_i \cdot \vec{n}_{T_{\text{min.}}}|}{\sum_i |\vec{p}_i|},$$

$T_{\text{min.}}$ ist somit ein Maß für den Impuls senkrecht zu \vec{n}_T und $\vec{n}_{T_{\text{maj.}}}$. ($T_{\text{min.}}$ ist im allgemeinen nicht der minimale Thrustwert in der Ebene senkrecht auf \vec{n}_T . Referenz [37] enthält anschauliche Darstellungen der Thrust-Funktion).

Da $\vec{n}_{T_{\text{min.}}}$ senkrecht auf zwei anderen Vektoren steht (die ja eine Ebene aufspannen), verschwindet $T_{\text{min.}}$ für eine ideale planare Dreijetkonfiguration und wird erst für eine allgemeine Vierjetkonfiguration ungleich Null.

Oblateness (deutsch: Abplattung) O , ist definiert als Differenz zwischen $T_{\text{maj.}}$ und $T_{\text{min.}}$ [38],

$$O = T_{\text{maj.}} - T_{\text{min.}}.$$

Für ein Zweijet-Ereignis verschwinden $T_{\text{maj.}}$ und $T_{\text{min.}}$, also auch O . In einem Dreijet-Ereignis verschwindet $T_{\text{min.}}$, und O nimmt den positiven Wert von $T_{\text{maj.}}$ an.

Sphärizität S : Diese Observable basiert auf dem aus den Teilchenimpulsen berechneten Tensor

$$S^{\alpha\beta} = \frac{\sum_i p_i^\alpha p_i^\beta}{\sum_i p_i^2}; \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3. \quad (2.15)$$

Summiert wird hier über Teilchen i ; α und β indizieren die räumlichen Koordinaten ihrer Impulsvektoren \vec{p}_i .

Die drei Eigenwerte λ_j von $S^{\alpha\beta}$ seien gemäß $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ angeordnet. Sie definieren dann S [39, 40],

$$S = \frac{3}{2}(\lambda_1 + \lambda_2).$$

Für die Sphärizität können keine störungstheoretischen Vorhersagen angewendet werden, wie in Abschnitt 2.6 diskutiert wird.

C-Parameter: Ein in den Impulsen linearer Tensor wird definiert,

$$\Theta^{\alpha\beta} = \frac{\sum_i (p_i^\alpha p_i^\beta) / |\vec{p}_i|}{\sum_i |\vec{p}_i|} \quad , \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3 .$$

Seine drei Eigenwerte λ_j definieren C [41, 42, 43] gemäß

$$C = 3(\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_3 \lambda_1) .$$

Der C -Parameter kann auch geschrieben werden als [25]

$$C = \frac{3}{2} \frac{\sum_{i,j} |\vec{p}_i| |\vec{p}_j| \sin^2 \theta_{ij}}{(\sum_i |\vec{p}_i|)^2} ,$$

er ist also ein impulsgewichtetes Mittel des quadrierten Sinus der Winkel θ_{ij} zwischen beliebigen zwei Teilchen i, j im Ereignis und verschwindet somit für ein Zweijetereignis.

Jetbreiten-Observablen B_T , B_N und B_W : Für beide Ereignis-Hemisphären H_k bezüglich der Thrust-Achse werden mittels Kreuzprodukt Breitenmaße

$$B_k = \frac{\sum_{i \in H_k} |\vec{p}_i \times \vec{n}_T|}{2 \sum_i |\vec{p}_i|}$$

berechnet. Die drei Observablen [44] sind dann wie folgt definiert:

$$B_T = B_1 + B_2, \quad B_N = \min(B_1, B_2), \quad \text{und} \quad B_W = \max(B_1, B_2) .$$

Diese Variablen messen die transversale Struktur eines Ereignisses. *Total Jet Broadening* B_T ist ein Maß für die gesamte Verbreiterung des Ereignisses, *Narrow Jet Broadening* B_N für die kleinere in H_1 und H_2 , und *Wide Jet Broadening* B_W für die größere davon. Diese Verbreiterungsmaße verschwinden offensichtlich für ein Zweijet-Ereignis. In einem Dreijet-Ereignis enthält eine Hemisphäre zwei Teilchen, womit B_W und also auch B_T größer Null werden. Die andere enthält ein Teilchen, B_N verschwindet also immer noch.

Normierte Jet-Massen M_H und M_L : Die invarianten Massen der zwei Hemisphären H_1 und H_2 werden berechnet,

$$M_k^2 = \left(\sum_{\text{Teilchen } i \text{ in } H_k} E_i \right)^2 - \left(\sum_{\text{Teilchen } i \text{ in } H_k} \vec{p}_i \right)^2, \quad \text{für } k = 1, 2 .$$

Heavy Jet Mass M_H [45, 46] ist definiert als die größere der Massen M_1 und M_2 , zur Normierung geteilt durch die Schwerpunktsenergie \sqrt{s} ; und *Light Jet Mass* M_L als die kleinere, ebenfalls entsprechend normiert [45].

Durham Zweijet-Flippparameter y_{23} : Jetalgorithmen werden verwendet, um die große Anzahl Teilchen eines hadronischen Ereignisses in eine kleine Anzahl von Jets zu gruppieren, welche möglichst die Partonstruktur des Ereignisses wiedergeben. Wir benutzen das Durham-Schema [47]. Es wird anfangs jedes Teilchen als Jet gezählt und stets eine Auflösungsvariable y_{ij} für jedes Paar von Jets i und j berechnet:

$$y_{ij} = \frac{2 \min(E_i^2, E_j^2)}{E_{\text{vis}}^2} (1 - \cos \theta_{ij}),$$

wobei E_i und E_j die Energien dieser Jets sind, θ_{ij} der Winkel zwischen ihnen, und E_{vis} die Summe der Energien aller im Ereignis sichtbaren Teilchen (oder auch Partonen in einer theoretischen Rechnung oder Monte Carlo - Simulation). Ist der kleinste vorkommende Wert von y_{ij} geringer als ein vorgegebener Wert y_{cut} , so wird das Paar ersetzt durch einen neuen Jet mit Viererimpuls $p_{ij}^\mu = p_i^\mu + p_j^\mu$, und die Gruppierung beginnt von neuem mit p_{ij}^μ statt der Impulse p_i^μ und p_j^μ . Die Gruppierung endet, wenn der kleinste vorkommende Wert von y_{ij} größer ist als y_{cut} . Die resultierenden Jets werden gezählt. Im Fall eines kleinen Wertes des Parameters y_{cut} terminiert der Algorithmus frühzeitig und liefert viele Jets; für den maximalen Wert $y_{\text{cut}}=1$ wird das gesamte Ereignis in einen einzigen Jet kombiniert.

Der Wert von y_{cut} , bei dem für ein Ereignis der Übergang zwischen einer Auflösung in zwei bzw. drei Jets statt findet, heißt y_{23} (nicht zu verwechseln mit obiger Auflösungsvariablen y_{ij}).

Die Messung der Momente von Aplanarität und D -Parameter – deren Verteilung etwa in [48] untersucht wird – ist schwierig, da kleine Variablenwerte häufig sind und somit sehr kleine Zahlen oft addiert werden müssten. Wegen numerischer Unsicherheiten wird auf sie verzichtet.

Die Werte der Ereignisformvariablen B_N , B_W , M_H , M_L und y_{23} sind im Gegensatz zu denen der übrigen bereits durch eine geeignet gewählte Hemisphäre des Ereignisses festgelegt. Wir nennen sie *Einhemisphären-Variablen*, die übrigen entsprechend *Zweihemisphären-Variablen*.¹⁵

Eine allgemeine Ereignisformvariable ist im folgenden mit dem Symbol y gekennzeichnet. Fast immer beschreiben große y -Werte den Multijet-Bereich - dominiert durch die Abstrahlung harter Gluonen - und kleine Werte den Zweijet-Bereich, wo mehrfache Abstrahlung weicher Gluonen charakteristisch ist. Thrust T ist aber eine Ausnahme hierzu. T wird Eins für perfekt kollimierte Zweitjet-Ereignisse. Im folgenden wird daher die Observable $y = 1 - T$

¹⁵Der Begriff *inklusiv* wird nicht ganz einheitlich verwendet, woraus an dieser Stelle beinahe gegensätzliche Bedeutungen resultieren; siehe etwa [49] vs. [50]. Wir benutzen ihn deshalb nicht.

verwendet. Für alle diese Ereignisformvariablen (mit Ausnahme von y_{23}) hat ein ideal kollineares Zweijet-Ereignis den Wert $y = 0$.

QCD-Prozesse der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ erzeugen planare $q\bar{q}g$ -Konfigurationen. Für die meisten der Observablen ergibt das Werte $y \neq 0$ — diese heißen auch *Dreijet-Observablen*. Wie oben gesehen, verschwinden die Observablen $T_{\min.}$, M_L und B_N jedoch immer noch in der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$, also für planare Ereignisse, und erhalten den führenden Beitrag in der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$, das entspricht im allgemeinen nichtplanaren Ereignissen – sie heißen *Vierjet-Observablen*. In einem *realen* Dreijet-Ereignis erhalten sie durch den Prozess der Hadronisierung einen kleinen positiven Wert.

2.5 Momente der Verteilungen von Ereignisformvariablen

Es gibt verschiedene Methoden zur Untersuchung der differentiellen Verteilung einer Ereignisformvariablen y ,

$$\frac{1}{\sigma_{\text{tot.}}} \frac{d\sigma}{dy};$$

hier normiert mit dem totalen hadronischen Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{tot.}}$.

Am gebräuchlichsten ist die Messung dieser Verteilung in bestimmten Intervallen (sogenannten *Klassen*, englisch *bins*) von identisch behandelten Werten, was in einer *klassifizierten Verteilung* resultiert.

Alternativ können die *Momente* der differentiellen Verteilung gemessen werden, sie sind definiert als

$$\langle y^n \rangle = \frac{1}{\sigma_{\text{tot.}}} \int y^n \frac{d\sigma}{dy} dy, \quad (2.16)$$

wobei sich die Integration über den gesamten kinematisch erlaubten Bereich der Observablen erstreckt. Wir messen die Momente $\langle y^1 \rangle$ bis $\langle y^5 \rangle$ der eingeführten Ereignisformvariablen, sowie deren Varianz

$$\text{Var}(y) = \langle y^2 \rangle - \langle y^1 \rangle^2.$$

Zur Veranschaulichung der Momente ist in Abbildung 2.7 eine Verteilung von $y = 1 - T$ dargestellt, sie weist einen charakteristischen Peak bei kleinen Variablenwerten im Bereich realer Zweijetkonfigurationen auf. Abbildung 2.8 zeigt den Integranden für $y = 1 - T$ und Momentordnung $n = 0$ bis $n = 5$. Die eingeschlossene Fläche beträgt durch Normierung Eins für $n = 0$, und ihr

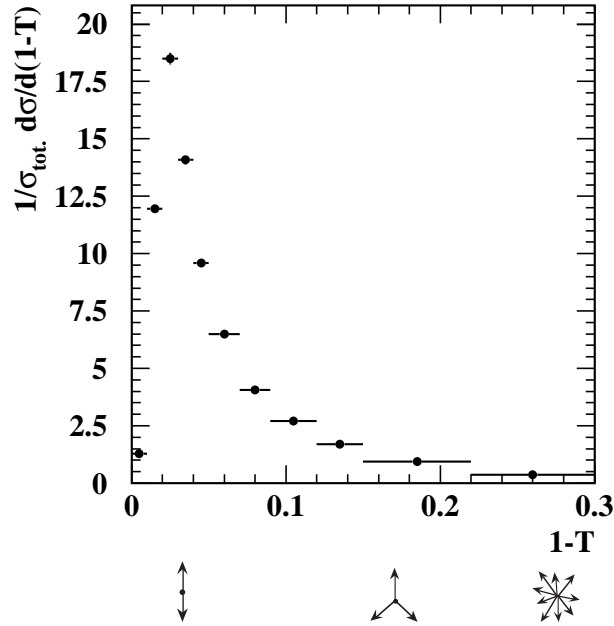


Abbildung 2.7: Klassifizierte Verteilung von $1 - T$ bei 91 GeV auf Hadron-niveau (OPAL-Daten aus dem Jahr 2000; gemessen analog den Thrust-Momenten in Kapitel 4). Schematisch angedeutet sind beitragende Parton-konfigurationen.

Betrag ist das 1. bis 5. Moment für $n = 1$ bis $n = 5$. Man beachte insbesondere den für jede Momentordnung um etwa eine Größenordnung abnehmenden Maßstab. Der Peak verlagert sich mit zunehmender Ordnung immer weiter zu höheren Werten in den Multijet-Bereich – höhere Momente sind somit sensitiver auf diesen.

Zum Zusammenhang einer **klassifizierten** Verteilung und den Momenten der Verteilung sei bemerkt: Der Mittelwert der Verteilung läßt sich aus einer geeignet klassifizierten Verteilung innerhalb statistischer Schwankungen reproduzieren. Für höhere Momente gilt dies nicht, ihre Berechnung aus einer klassifizierten Verteilung ergibt systematisch zu kleine Ergebnisse.¹⁶ Eine **differentielle** Verteilung kann prinzipiell nicht gemessen werden – weder aus realen noch simulierten Ereignissen. Berechnungen differentieller Verteilungen von Ereignisformvariablen existieren bislang nur in führender Ordnung der starken Kopplung, siehe etwa [25].

¹⁶Etwa im Spezialfall einer entarteten Verteilung mit nur einer Klasse (der Wert dieser Klasse ist der Mittelwert der Verteilung): Die Differenz zwischen dem exakten zweiten Moment und dem zweiten Moment aus dieser klassifizierten Verteilung ist gerade die Varianz der zugrundeliegenden Verteilung. Die Abweichungen erhöhen sich noch mit zunehmender Momentordnung. Sie verringern sich zwar mit Verkleinerung der Binbreite, doch werden die statistischen Unsicherheiten der Klassen schnell zu groß.

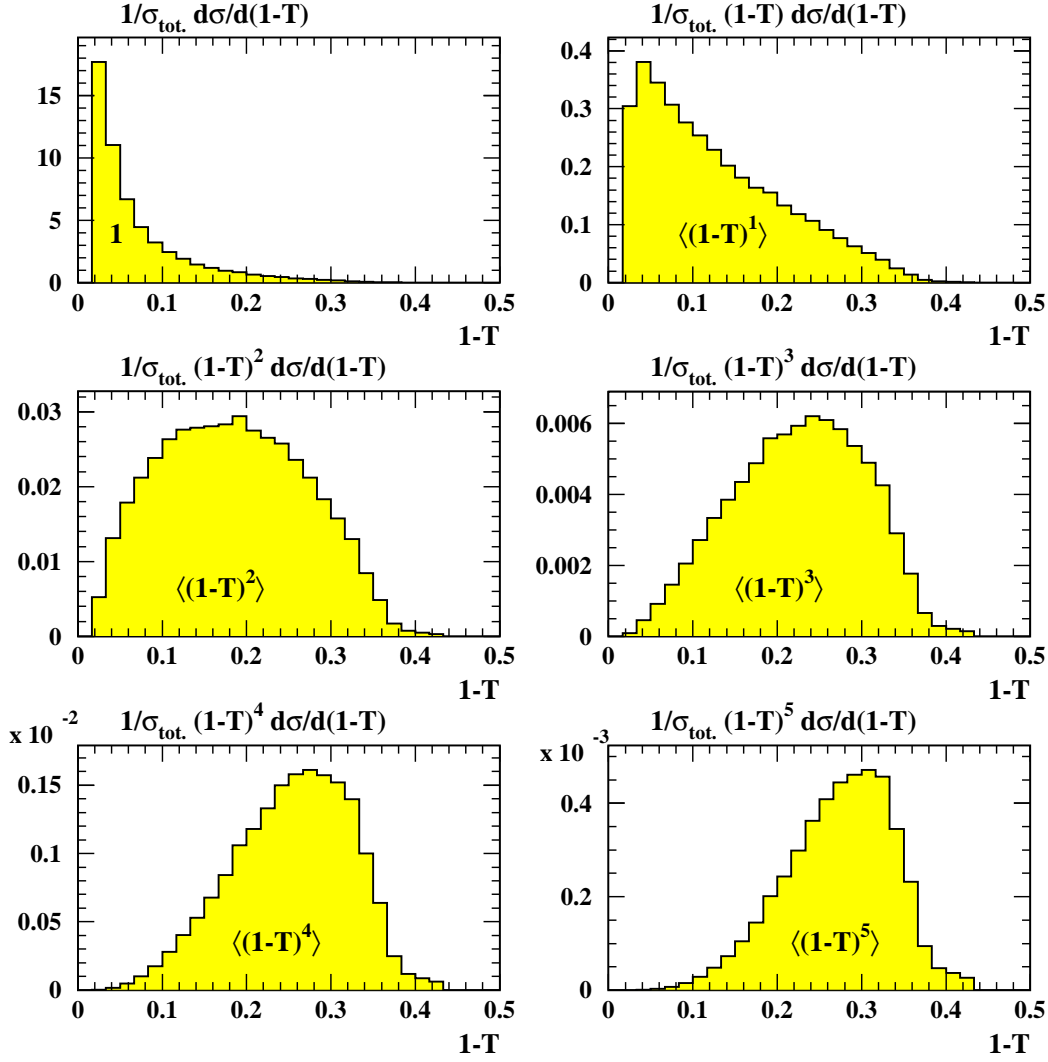


Abbildung 2.8: $\frac{1}{\sigma_{\text{tot.}}} (1-T)^n \frac{d\sigma}{d(1-T)}$ für $n=0$ bis $n=5$, der Integrand zur Berechnung des 0. Moments $\langle(1-T)^0\rangle=1$ bis 5. Moments $\langle(1-T)^5\rangle$ der Thrustverteilung. Von JETSET [51] generiertes Hadronniveau bei 91.2 GeV.

Der statistische Fehler $\sigma_{\langle y^n \rangle}$ des Moments $\langle y^n \rangle$ (gemessen aus einer großen Anzahl von N Ereignissen) berechnet sich [52] gemäß

$$(\sigma_{\langle y^n \rangle})^2 = \frac{\langle y^{2 \cdot n} \rangle - \langle y^n \rangle^2}{N}. \quad (2.17)$$

2.5.1 Korrelation der Momente von Ereignisformvariablen

Zur Kombination von Messungen etwa der starken Kopplung $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus verschiedenen Momenten von Ereignisformvariablen $\langle y^n \rangle$, $\langle y^m \rangle$ wird deren Korrelation benötigt. Zunächst berechnen wir ihre Kovarianz, die mittels

Erwartungswerten $E(\dots)$ in einem statistischen Ensemble aus den Momenten definiert ist:

$$\begin{aligned}
\text{cov}(\langle y^n \rangle, \langle y^m \rangle) &\equiv E\left(\left(\langle y^n \rangle - E(\langle y^n \rangle)\right) \cdot \left(\langle y^m \rangle - E(\langle y^m \rangle)\right)\right) \\
&= E\left(\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^n - E(\langle y^n \rangle)\right) \cdot \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y_j^m - E(\langle y^m \rangle)\right)\right) \\
&= E\left(\frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N (y_i^n - E(\langle y^n \rangle))\right) \cdot \frac{1}{N} \left(\sum_{j=1}^N (y_j^m - E(\langle y^m \rangle))\right)\right) \\
&= \frac{1}{N^2} E\left(\sum_{i,j=1}^N \left(y_i^n - E(\langle y^n \rangle)\right) \cdot \left(y_j^m - E(\langle y^m \rangle)\right)\right) \\
&\quad \text{Die Größen } y_i, y_j \text{ sind unabhängig, also verschwinden} \\
&\quad \text{Terme mit } i \neq j. \text{ Da } N \text{ eine große Zahl ist, können} \\
&\quad \text{Erwartungswerte im folgenden stets durch Momente} \\
&\quad \text{abgeschätzt werden, } E(\langle y^k \rangle) \simeq \langle y^k \rangle \\
&\simeq \frac{1}{N^2} E\left(\sum_{i=1}^N \left(y_i^n - \langle y^n \rangle\right) \cdot \left(y_i^m - \langle y^m \rangle\right)\right) \\
&= \frac{1}{N^2} E\left(\sum_{i=1}^N \left(y_i^n y_i^m - \langle y^n \rangle y_i^m - y_i^n \langle y^m \rangle + \langle y^n \rangle \langle y^m \rangle\right)\right) \\
&\simeq \frac{1}{N^2} N \cdot (\langle y^{n+m} \rangle - \langle y^n \rangle \langle y^m \rangle) \\
&= \frac{\langle y^{n+m} \rangle - \langle y^n \rangle \langle y^m \rangle}{N}. \tag{2.18}
\end{aligned}$$

Durch Normierung mit den Standardabweichungen $\sigma_{\langle y^n \rangle}$ der Momente $\langle y^n \rangle$ ist daraus die Korrelation definiert,

$$\text{corr}(\langle y^n \rangle, \langle y^m \rangle) \equiv \frac{\text{cov}(\langle y^n \rangle, \langle y^m \rangle)}{\sigma_{\langle y^n \rangle} \cdot \sigma_{\langle y^m \rangle}}, \tag{2.19}$$

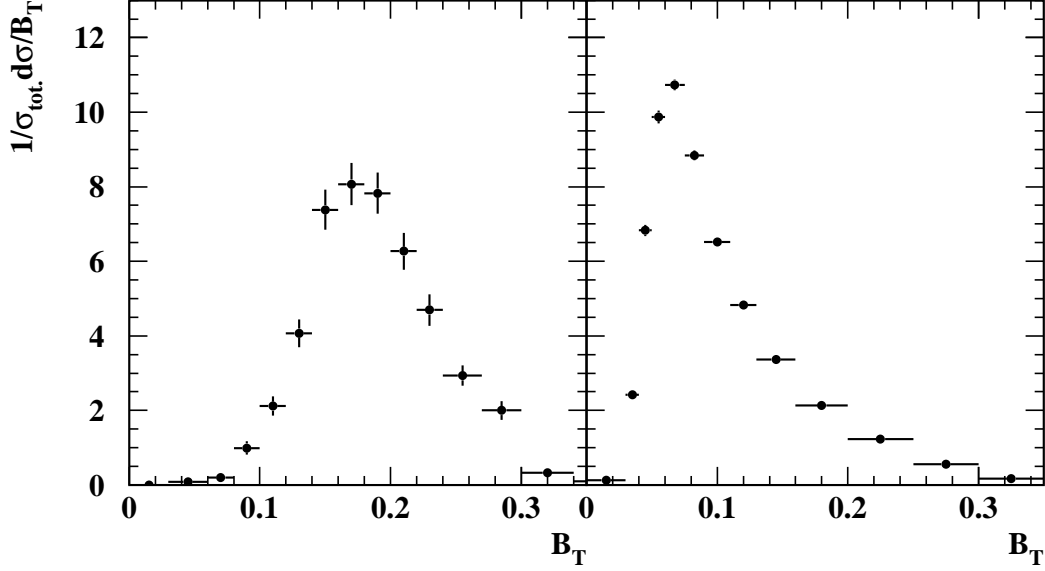
und hieraus folgt mit Formel (2.17):

$$\text{corr}(\langle y^n \rangle, \langle y^m \rangle) = \frac{\langle y^{n+m} \rangle - \langle y^n \rangle \langle y^m \rangle}{\sqrt{(\langle y^{2 \cdot n} \rangle - \langle y^n \rangle^2) \cdot (\langle y^{2 \cdot m} \rangle - \langle y^m \rangle^2)}}.$$

2.5.2 Varianz der Verteilungen von Ereignisformvariablen

Abbildungen 2.9 und 2.10 zeigen Verteilungen von B_T und B_N auf Hadronenniveau¹⁷ bei 14 und 91 GeV.

¹⁷Diese Verteilungen wurden wieder analog den Momenten gemessen, wie in Kapitel 4 ausgeführt. Die OPAL-Daten sind nur aus dem Jahr 2000.



14 GeV: $\text{Var}(B_T) = (2.5 \pm 0.1) \cdot 10^{-3}$ 91 GeV: $\text{Var}(B_T) = (3.58 \pm 0.01) \cdot 10^{-3}$

Abbildungung 2.9: Zur Breite der Verteilung von Total Jet Broadening auf Hadronenniveau bei 14 und 91 GeV (gezeigt und angegeben sind statistische Fehler).

Die Varianz der Ereignisformvariablen y ,

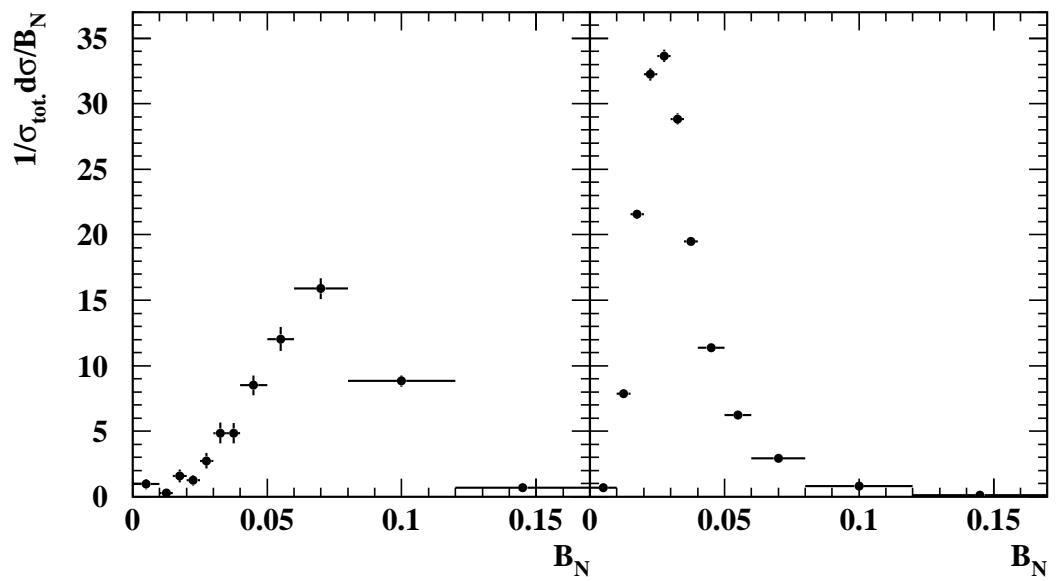
$$\begin{aligned} \text{Var}(y) &\equiv \langle (y - \langle y \rangle)^2 \rangle \\ &= \langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2, \end{aligned} \quad (2.20)$$

ist die quadrierte Standardabweichung – also Breite – der Verteilung, und eine besonders interessante Kombination von erstem und zweitem Moment. Wegen der quadratischen Berechnung ist sie aus bloßem Augenschein schwer abzuschätzen. Bei niedrigen Schwerpunktsenergien \sqrt{s} erscheinen die Verteilungen von Ereignisformvariablen im allgemeinen breiter – die Kopplung $\alpha_s(\sqrt{s})$ ist hier größer, es werden mehr Gluonen abgestrahlt.¹⁸ Die Messung zeigt, daß die Form des Energieverlaufs jedoch nicht so einheitlich ist, sondern von der Variablen abhängt, siehe Unterabschnitt 4.5.2.

Der statistische Fehler der Varianz ergibt sich durch Berechnen der statistischen Fehler der Momente gemäß Formel (2.17) in der Darstellung (2.20) der Varianz,

$$\left(\sigma_{\text{Var}(y)} \right)^2 = \frac{\langle y^4 \rangle - 4 \langle y^3 \rangle \langle y \rangle + 8 \langle y^2 \rangle \langle y \rangle^2 - \langle y^2 \rangle^2 - 4 \langle y \rangle^4}{N}. \quad (2.21)$$

¹⁸Am deutlichsten sieht man das bei niedrigen Schwerpunktsenergien, vgl. hierzu weitere Darstellungen klassifizierter Verteilungen von Ereignisformvariablen in [4].



14 GeV: $\text{Var}(B_N) = (6.2 \pm 0.2) \cdot 10^{-4}$; 91 GeV: $\text{Var}(B_N) = (3.80 \pm 0.02) \cdot 10^{-4}$

Abbildung 2.10: Zur Breite der Verteilung von Narrow Jet Broadening auf Hadronniveau bei 14 und 91 GeV (gezeigt und angegeben sind statistische Fehler).

2.6 Perturbative QCD-Vorhersagen für Momente von Ereignisformvariablen

Mittels QCD-Störungsrechnung lassen sich Verteilungen von Ereignisformvariablen berechnen [25], und somit auch deren Momente. Die Vorhersagen sind nur verlässlich anwendbar, falls die Observablen infrarot-stabil sind, d.h. unverändert unter Abstrahlung weicher Gluonen; sowie kollinear-stabil, d.h. unverändert¹⁹ unter kollinearen Parton-Verzweigungen [53].

In einer Quantenfeldtheorie wie QCD ist das Matrixelement eine Summe von Übergangsamplituden \mathcal{M}_i , welche sich durch Feynmandiagramme darstellen lassen. Die Diagramme kann man nach der Anzahl ihrer Vertizes der starken Wechselwirkung gruppieren; jeder trägt einen Faktor von $\sqrt{\alpha_s}$ zur entsprechenden Amplitude bei. Figur 2.6 zeigt die Beiträge niedrigster Ordnung, die Diagramme auf dem sogenannten *Baumniveau* zum Prozess $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$.

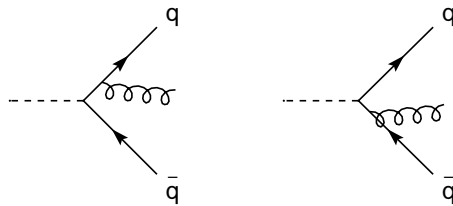


Abbildung 2.11: Niedrigste Beiträge zum QCD-Matrixelement.

Für jeden gegebenen Endzustand gibt es in höheren Ordnungen dann eine unendliche Anzahl von Diagrammen mit unterschiedlicher Anzahl von Schleifen. Solange die Kopplung α_s klein ist, ist das Matrixelement - und somit der Wirkungsquerschnitt - für jede Konfiguration von Partonen perturbativ berechenbar. Auftretende technische Schwierigkeiten mit Schleifendiagrammen beschränken jedoch die Rechnung bisher im allgemeinen auf zwei Ordnungen,²⁰ für Dreijetobservablen also auf die Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ [43].

¹⁹Die Ereignisformvariable Sphärizität ist nicht kollinear-stabil – und somit auch ihre Momente nicht: Wird im definierenden Tensor (2.15) ein Teilchenimpuls \vec{p}_i durch etwa zweimal den halben Impuls \vec{p}_{i_1} , $\vec{p}_{i_2} = \vec{p}_i/2$ ersetzt, so ergibt sich wegen der quadratischen Abhängigkeit nicht derselbe Wert. Deshalb gibt es keine verlässliche perturbative Vorhersage. Zur Zeit der Definition dieser Variablen waren die Begriffe der Kollinearitäts- oder Infrarotstabilität noch unbekannt. “Infrarot-Stabilität” wird oft als Oberbegriff für Infrarot- **und** Kollinearitätsstabilität verwendet [25].

²⁰*NLO*, Next to **L**eading **O**rders.

Die Berechnung der Vorhersage eines Moments enthält immer eine Integration über den Phasenraum, somit wird im Vergleich mit den Daten der gesamte verfügbare Phasenraum getestet. Im Unterschied hierzu werden Vorhersagen für klassifizierte Verteilungen von Ereignisformvariablen nur in eingeschränkten Bereichen mit den Daten verglichen, in denen die Theorie die Daten gut beschreibt. Insofern ist der Vergleich von QCD-Vorhersagen für die Momente von Ereignisformvariablen komplementär zu Tests mittels klassifizierter Verteilungen. Die NLO QCD-Vorhersage des Moments $\langle y^n \rangle_0$ einer Ereignisformvariablen an der Renormierungsskala μ_R hat die allgemeine Form

$$\langle y^n \rangle_0(\mu_R) = \mathcal{A}_n \cdot \bar{\alpha}_s(\mu_R^2) + \mathcal{B}_n \cdot \bar{\alpha}_s^2(\mu_R^2), \quad (2.22)$$

mit den bekannten LO-Koeffizienten \mathcal{A}_n und NLO-Koeffizienten \mathcal{B}_n , hier notiert in der skalierten Kopplung

$$\bar{\alpha}_s(\mu_R^2) \equiv \frac{\alpha_s(\mu_R^2)}{2\pi},$$

welche an der Skala μ_R renormiert wurde. Mit dem Entwicklungsparameter $\alpha_s(\mu_R^2)$ hängt also auch diese perturbative NLO-Vorhersage von der Wahl der Renormierungsskala μ_R ab. Gleichung (2.12) läßt sich mit $x_\mu = \mu_R/Q$ umschreiben in

$$\alpha_s(\mu_R^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{1 - \beta_0 \alpha_s(Q^2) \ln(x_\mu^2)},$$

oder

$$\bar{\alpha}_s(\mu_R^2) = \frac{\bar{\alpha}_s(Q^2)}{1 - 2\pi\beta_0 \bar{\alpha}_s(Q^2) \ln(x_\mu^2)}.$$

Die Entwicklung der rechten Gleichungsseite lautet²¹ in einer Ordnung von $\bar{\alpha}_s$

$$\bar{\alpha}_s(\mu_R^2) = \bar{\alpha}_s(Q^2) \left(1 + 2\pi\beta_0 \bar{\alpha}_s(Q^2) \ln(x_\mu^2) \right),$$

und daraus ergibt sich die Form der Vorhersage

$$\langle y^n \rangle_0(\mu_R) = \mathcal{A}_n \cdot \bar{\alpha}_s(Q^2) + (2\pi\beta_0 \ln(x_\mu^2) \mathcal{A}_n + \mathcal{B}_n) \cdot \bar{\alpha}_s^2(Q^2). \quad (2.23)$$

Ferner sind die theoretisch berechneten Wirkungsquerschnitte üblicherweise auf den Born-Wirkungsquerschnitt σ_0 normiert, der noch keine QCD-Korrekturen enthält; die experimentell gemessenen Verteilungen und Momente aber auf den totalen hadronischen Wirkungsquerschnitt σ_{tot} , inklusive QCD-Korrekturen. Dieser hängt selbst wieder von α_s ab, in führender Ordnung:

$$\sigma_{\text{tot.}} = \sigma_0 \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} \right) = \sigma_0 (1 + 2\bar{\alpha}_s). \quad (2.24)$$

²¹Vgl. geometrische Reihe $1/(1-z) = 1 + z + z^2 + \dots$

Aus der Entwicklung in eine geometrische Reihe folgt für den Normierungsfaktor eines Moments in $\mathcal{O}(\bar{\alpha}_s)$

$$\frac{1}{\sigma_{\text{tot.}}} = \frac{1}{\sigma_0} \left(1 - 2\bar{\alpha}_s(Q^2)\right),$$

und für das hiermit normierte Moment muß (2.23) somit ersetzt werden durch

$$\begin{aligned} \langle y^n \rangle(\mu_R) &= \left(\mathcal{A}_n \cdot \bar{\alpha}_s(Q^2) + (2\pi\beta_0 \ln(x_\mu^2) \mathcal{A}_n + \mathcal{B}_n) \cdot \bar{\alpha}_s^2(Q^2) \right) \\ &\quad \times \left(1 - 2\bar{\alpha}_s(Q^2)\right) \\ &= \mathcal{A}_n \cdot \bar{\alpha}_s(Q^2) \\ &\quad + \left[(2\pi\beta_0 \ln(x_\mu^2) - 2) \mathcal{A}_n + \mathcal{B}_n \right] \cdot \bar{\alpha}_s^2(Q^2) + \mathcal{O}(\bar{\alpha}_s^3) \quad (2.25) \end{aligned}$$

Die Koeffizienten $\mathcal{A}_n(y)$ und $\mathcal{B}_n(y)$ wurden mit dem Monte Carlo - Programm EVENT2 berechnet [54, 55]. Es ist der Nachfolger des früheren Programms EVENT [56]. Beide Programme basieren auf denselben $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ -Matrixelementen aus Referenz [43], EVENT2 implementiert aber einen verbesserten Algorithmus zur Behandlung der Auslöschung reeller durch virtuelle Prozesse, und ermöglicht deshalb eine genauere Bestimmung der Koeffizienten.

| Moment | \mathcal{A}_n | \mathcal{B}_n | Moment | \mathcal{A}_n | \mathcal{B}_n |
|---------------------------|-----------------|-----------------|----------------------------|-----------------|-----------------|
| $\langle (1-T)^1 \rangle$ | 2.10 | 45.0 | $\langle B_T^1 \rangle$ | 4.07 | 64.2 |
| $\langle (1-T)^2 \rangle$ | 0.190 | 6.26 | $\langle B_T^2 \rangle$ | 0.337 | 14.7 |
| $\langle (1-T)^3 \rangle$ | 0.0299 | 1.13 | $\langle B_T^3 \rangle$ | 0.0476 | 2.77 |
| $\langle (1-T)^4 \rangle$ | 0.00586 | 0.247 | $\langle B_T^4 \rangle$ | 0.00832 | 0.607 |
| $\langle (1-T)^5 \rangle$ | 0.00130 | 0.0602 | $\langle B_T^5 \rangle$ | 0.00163 | 0.147 |
| $\langle C^1 \rangle$ | 8.64 | 173 | $\langle B_W^1 \rangle$ | 4.07 | -9.5 |
| $\langle C^2 \rangle$ | 2.43 | 81.2 | $\langle B_W^2 \rangle$ | 0.337 | 4.54 |
| $\langle C^3 \rangle$ | 1.08 | 42.8 | $\langle B_W^3 \rangle$ | 0.0476 | 0.669 |
| $\langle C^4 \rangle$ | 0.569 | 25.8 | $\langle B_W^4 \rangle$ | 0.00832 | 0.107 |
| $\langle C^5 \rangle$ | 0.328 | 16.9 | $\langle B_W^5 \rangle$ | 0.00163 | 0.0187 |
| $\langle M_H^1 \rangle$ | 13.7 | -330 | $\langle y_{23}^1 \rangle$ | 0.895 | 12.7 |
| $\langle M_H^2 \rangle$ | 2.10 | 23.3 | $\langle y_{23}^2 \rangle$ | 0.0815 | 1.30 |
| $\langle M_H^3 \rangle$ | 0.565 | 8.9 | $\langle y_{23}^3 \rangle$ | 0.0129 | 0.200 |
| $\langle M_H^4 \rangle$ | 0.190 | 3.10 | $\langle y_{23}^4 \rangle$ | 0.00253 | 0.038 |
| $\langle M_H^5 \rangle$ | 0.0725 | 1.15 | $\langle y_{23}^5 \rangle$ | 0.00056 | 0.0081 |

Tabelle 2.3: Perturbative Koeffizienten einiger Momente von Ereignisformvariablen. Die Unsicherheiten aus der Monte Carlo - Integration betreffen nicht die angegebenen Stellen.

Perturbative Vorhersagen für die Varianz der Verteilungen von Ereignisformvariablen

Für die Varianz einer Ereignisformvariablen (2.20) folgt aus Formel (2.25) an der Renormierungsskala $\mu_R = Q$ die Vorhersage

$$\begin{aligned}\text{Var}(y) &= \langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2 \\ &= \mathcal{A}_2 \cdot \bar{\alpha}_s(Q^2) + [\mathcal{B}_2 - 2\mathcal{A}_2] \cdot \bar{\alpha}_s^2(Q^2) \\ &\quad - (\mathcal{A}_1 \cdot \bar{\alpha}_s(Q^2) + \mathcal{O}(\bar{\alpha}_s^2))^2 + \mathcal{O}(\bar{\alpha}_s^3),\end{aligned}$$

und somit lautet die NLO-Vorhersage:

$$\text{Var}(y) = \mathcal{A}_2 \cdot \bar{\alpha}_s(Q^2) + [\mathcal{B}_2 - 2\mathcal{A}_2 - \mathcal{A}_1^2] \cdot \bar{\alpha}_s^2(Q^2).$$

2.7 Monte Carlo - Modelle

Die bisher vorgestellten QCD-Vorhersagen behandelten lediglich **freie** Quarks und Gluonen. Simulationen von hadronischen Ereignissen mittels Monte Carlo (*MC*) - Modellen werden in vorliegender Arbeit zu zwei Zwecken verwendet:

- Einerseits werden mit ihrer Hilfe in der Beschreibung der letzten QCD - Wechselwirkungsphase Partonen mit Hadronen in Beziehung gesetzt. In diese sogenannte “Hadronisierungskorrektur” geht das in den jeweiligen Modellen verwendete Hadronisierungsmodell entscheidend ein. Bei den in diesen Prozessen gegebenen niedrigen Energien ist keine perturbative Berechnung möglich, und deshalb wird diese Phase numerisch mittels semiempirischer Modelle simuliert [25].
- Die so beschriebenen Hadronen erreichen nun den Detektor und verursachen ein Detektorsignal. Das Ereignis liegt hier auf *Detektorniveau* vor. Monte Carlo - Modelle werden wiederum verwendet zur Rückrechnung dieser Detektorantwort in die jeweilige Observable auf Hadronniveau. In diese “Detektorkorrektur” geht zwar auch die Physik des Modells, wesentlich aber die Simulation des Detektors ein. Diese wird für JADE in [57] beschrieben und für OPAL in [58].

Die Simulation erfolgt in vier Stufen (nicht alle sind in jedem Modell realisiert), welche in Abb. 2.6 schematisch dargestellt sind:

- Elektroschwache Erzeugung des Quark-Antiquark Paares aus dem e^+e^- -Anfangszustand, hierbei wird auch Photonabstrahlung im Anfangszustand berücksichtigt.

- Der sogenannte *Partonschauer*, wobei Gluonen von Quarks abgestrahlt werden; die Gluonen können dann andere Gluonen abstrahlen oder sich in neue Quarkpaare aufspalten. Diese Stufe wird durch perturbative QCD beschrieben.
 - Der Monte Carlo - Generator ARIADNE [59] basiert auf einem Farbdipol-Mechanismus für den Partonschauer. Hierbei werden neue Partonen nicht von Quarks und Gluonen selbst abgestrahlt, sondern vom “Farbfeld” zwischen gegebenen Partonen.
 - Die Monte Carlo - Programme JETSET [51] und PYTHIA [51] sowie HERWIG [60, 61] benutzen die Methode der Approximation durch den führenden Logarithmus (LLA²²) zur Modellierung der Emission von Gluonen im Partonschauer. In der Abstrahlung des ersten harten Gluons sind die Unterschiede zwischen LLA und Matrixelement-Berechnung in führender Ordnung mitberücksichtigt. Die Abstrahlung von Gluonen später im Partonschauer basiert jedoch lediglich auf einer LLA-Kaskade und wird von einer vollständigen Matrixelement-Berechnung abweichen. Deshalb sind Unterschiede in der Beschreibung der Daten durch die Monte Carlo - Modelle zu erwarten. Bei Erfüllen eines bestimmten Schnittes auf den Evolutionsparameter endet der Partonschauer. In JETSET ist dies eine abstimmbare Schranke auf die Virtualität, $Q_0 \simeq 1 \text{ GeV}$; in HERWIG auf den Öffnungswinkel, und in ARIADNE eine untere Grenze für den Transversalimpuls.
- Hadronisierung des Parton-Systems.

Hadronisierung wird in PYTHIA mittels des Lund String - Modells simuliert. Aufgrund der gluonischen Selbstwechselwirkung liegen Farbfelder in einem schmal begrenzten Raum zwischen den Farbladungen vor. Diese sind immer ein Quark und Antiquark oder ein Diquark und Antidiquark. Während der Partonschauerphase werden Strings aufgebrochen unter Bildung von Quark/Antiquarkpaaren, weil die Virtualität der Partonen die Stringspannung erhöht, bis ein String durch Tunneleffekt reißt unter Bildung eines solchen Paares.

Dem Generator HERWIG liegt das “Cluster”-Modell zugrunde. Cluster sind farblose Ansammlungen von Quarks und Gluonen während des Partonschauers. Solange sie eine gewisse Masse überschreiten, zerfallen sie, und bilden letztlich die beobachteten Teilchen.

- Zerfall kurzlebiger Teilchen, etwa des π^0 - oder K_S^0 -Mesons. Die Zerfälle werden anhand von Tabellen experimentell gemessener Lebensdauern und Verzweigungsverhältnissen nachgebildet.

²²Leading Logarithmic Approximation.

Überdies werden Monte Carlo - Modelle zur Simulation von Untergrundereignissen eingesetzt. Später wird um derartige Ereignisse korrigiert, welche die Selektionsschnitte passieren konnten. Zu diesem Zweck verwenden wir `grc4f 2.1` [62] und `KORALW 1.42` [63]. Diese Programme berechnen die Beiträge zahlreicher dominanter Diagramme.

2.8 Nichtperturbative QCD

Wie im obigen Abschnitt erwähnt, sind Infrarot- und Kollinearitätsstabilität Voraussetzung für die Anwendbarkeit einer perturbativen Beschreibung des Partonniveaus. Für die Beschreibung des **Hadronniveaus** reicht eine perturbative Reihe jedoch im allgemeinen auch in diesem Fall nicht aus, da Hadronisierung auf niedrigen Energieskalen stattfindet, wo die perturbative Beschreibung zusammenbricht.

Eine konsistente nichtperturbative Definition der QCD erfolgt in der sogenannten Gitterregularisierung [64]. Die Berechnung komplexer hadronischer Systeme ist so jedoch aus technischen Gründen nicht durchführbar. Traditionell werden Hadron- und Partonniveau durch phänomenologische Monte Carlo Modelle zueinander in Beziehung gesetzt (siehe den vorhergehenden Abschnitt), in jüngerer Zeit aber auch durch analytische Rechnungen. Schon früh wurde gesehen, daß experimentell gemessene Mittelwerte und klassifizierte Verteilungen von Ereignisformvariablen von den perturbativen NLO-Vorhersagen um Korrekturen in inversen Potenzen der Schwerpunktsenergie abweichen [65].

Die analytischen Rechnungen werden größtenteils noch aus dem Übergang vom perturbativen zum nichtperturbativen Bereich motiviert, siehe die folgenden Unterabschnitte. Im Gegensatz zu einer Taylorreihe stellt eine quantenfeldtheoretische perturbative Berechnung eine divergente Reihe dar.²³ Um endliche Ergebnisse zu erhalten, müssen Regularisierungsvorschriften angewendet werden. Es können auch Terme identifiziert werden, deren Reihe alleine schon divergiert – die sogenannten Renormalons, welche Beiträge $\propto \beta_0^n$ zu den perturbativen Koeffizienten liefern. Aus geeigneten Regularisierungen erhält man nichtperturbative Terme, die typischerweise mit inversen Potenzen der Schwerpunktsenergie skalieren [49, 50, 68].

Physikalisch lassen sich Terme $\propto 1/Q$ identifizieren mit der Abstrahlung eines weichen Gluons von zwei harten Partonen unter einem großen Winkel; Terme $\propto \alpha_s/Q$ entsprechen einer Abstrahlung von einem System dreier harter Partonen.

²³Für den Fall der QED siehe etwa [66]. Im allgemeinen wird diese Reihe als asymptotisch bezüglich der vollständigen Berechnung verstanden. In Ermangelung einer allgemein anerkannten nichtperturbativen Definition etwa der QED oder QCD kann bereits diese Behauptung nicht präzisiert werden [67].

2.8.1 Dispersives Modell nach Dokshitzer et al.

Diesem Modell [68] liegt die Annahme einer nichtperturbativ definierten starken Kopplung $\alpha_s(Q^2)$ zugrunde, die auch am und unterhalb des Landau-Pols endlich bleibt. Die virtuellen Zustände eines Gluons (verschiedene Partonkonfigurationen) können mit einer virtuellen Gluonmasse und über eine Dispersionsrelation mit dieser Kopplung verknüpft werden.

Die Kopplung $\alpha_s(Q^2)$ wird verstanden als Summe der üblichen perturbativen Kopplung sowie eines nichtperturbativen Beitrags,

$$\alpha_s(Q^2) = \alpha_s^{\text{pt.}}(Q^2) + \alpha_s^{\text{npt.}}(Q^2).$$

Die *Matching-Skala* $Q = \mu_I$, an welcher sich der Übergang vom nichtperturbativen Bereich zum perturbativen vollzieht, ist nicht eindeutig festgelegt; sie wird üblicherweise angenommen zu $\mu_I \simeq 2 \text{ GeV}$.

Da die nichtperturbative Kopplung $\alpha_s^{\text{npt.}}(Q^2)$ nicht berechnet werden kann, wird sie in einfacher Weise parametrisiert durch das nullte Moment der erweiterten Kopplung über den nichtperturbativen Bereich. Ein Integral der perturbativen Kopplung mit Einbezug kleiner Energieskalen divergiert,

$$\int_0^{\mu_I} dQ \alpha_s^{\text{pt.}}(Q^2) \rightarrow \infty,$$

ein analoges der nichtperturbativen Kopplung wird entsprechend negativ,

$$\int_0^{\mu_I} dQ \alpha_s^{\text{npt.}}(Q^2) \rightarrow -\infty,$$

so daß ein derartiges Integral über die Kopplung $\alpha_s(Q^2)$ einen endlichen Wert besitzt, was diese Parametrisierung ermöglicht:

$$\alpha_0(\mu_I) = \frac{1}{\mu_I} \int_0^{\mu_I} dQ \alpha_s(Q^2). \quad (2.26)$$

Aus nichtperturbativen Korrekturen resultiert in erster Näherung eine einfache Verschiebung der perturbativen differentiellen Verteilung $d\sigma_{\text{pt.}}/dy$ der Ereignisformvariablen $1-T$, C , B_T , B_W oder M_H^2 . Die Gültigkeit dieser Vorhersage ist beschränkt auf nicht zu große Werte der Ereignisformvariablen y , aber (im Vergleich zur QCD-Skala Λ) nicht zu kleine Schwerpunktsenergien $Q \equiv \sqrt{s}$, d.h. $y \gg \Lambda/Q$.

$$\frac{d\sigma}{dy} = \frac{d\sigma_{\text{pt.}}}{dy}(y - a_y \cdot \mathcal{P}) \quad (2.27)$$

Hier hängt nur der numerische Faktor a_y von der jeweiligen Ereignisformvariablen y ab – siehe Tabelle 2.4; \mathcal{P} hingegen ist abhängig von der harten

Skala $Q \equiv \sqrt{s}$, aber universell für die Ereignisformvariablen $1 - T$, C , B_T , B_W und M_H^2 – die nichtperturbative Kopplung wird als fundamentaler Parameter in nichtperturbativen Rechnungen angenommen analog zu $\alpha_s^{pt.}$ in perturbativen. Dieser Faktor hat die Form [69, 70]

$$\mathcal{P} = \frac{4C_F}{\pi^2} \cdot \mathcal{M} \cdot \left\{ \alpha_0 - \left[\alpha_s(\mu_R^2) + 2\beta_0 \alpha_s^2(\mu_R^2) \left(\ln \frac{\mu_R}{\mu_I} + 1 + \frac{K}{4\pi\beta_0} \right) + \mathcal{O}(\alpha_s^3) \right] \right\} \times \frac{\mu_I}{Q}. \quad (2.28)$$

Der Wert der Konstanten K ist vom Renormierungsschema abhängig, im $\overline{\text{MS}}$ -Schema beträgt er

$$K = C_A \left(\frac{67}{18} - \frac{\pi^2}{6} \right) - \frac{5}{9} N_f.$$

Der ‘‘Farbfaktor’’ $C_F = 4/3$ wurde in Abschnitt 2.2 eingeführt, der sogenannte *Milanfaktor* \mathcal{M} wurde bisher in zwei Schleifen berechnet zu $\mathcal{M} = 1.49 \pm 20\%$ (für Anzahl der Flavours $N_f = 3$, da an den relevanten Skalen die Produktion schwerer Quarks stark unterdrückt ist). Die angegebene Unsicherheit resultiert [70] aus der Abschätzung der nächsthöheren Ordnung, $\mathcal{M}^{\text{NNLO}} = \mathcal{M}^{\text{NLO}} \cdot (1 + \mathcal{O}(\alpha_s/\pi))$, wobei α_s an der entsprechenden kleinen Energieskala etwa den Wert Eins hat.

Die Proportionalität der nichtperturbativen Korrektur \mathcal{P} zu einer Potenz der Schwerpunktsenergie (oben der minus Ersten) führt zum Namen *Energiepotenzkorrektur*. Die Verschiebung der differentiellen Verteilung nach Formel

| Ereignisformvariable y | a_y |
|--------------------------|--------|
| $1 - T$ | 2 |
| C | 3π |
| B_T | 1 |
| B_W | $1/2$ |
| y_{23} | 0 |
| M_H^2 | 1 |

Tabelle 2.4: Koeffizienten a_y der Energiepotenzkorrekturen $\propto 1/Q$ einiger Ereignisformvariablen im dispersiven Modell [71, 72].

(2.27) ist in gewissem Ausmaß auch experimentell bestätigt [4, 12]. Allerdings liegt auf der Hand, daß sie nicht vollständig korrekt ist: Die Verteilung nimmt ihr zufolge auch positive Werte im unphysikalischen Bereich einer negativen Ereignisformvariablen an. Wird sie hier einfach auf Null gesetzt, so erfüllt sie noch nicht das zum Gewährleisten der Stetigkeit nötige Kriterium des Verschwindens an der Phasenraumgrenze.

Diese Unzulänglichkeit machte sich am stärksten [12] bei den Verteilungen der Ereignisformvariablen B_T und B_W bemerkbar – der Rückstoß bei Gluon-Abstrahlung in der gegenüberliegenden Hemisphäre wurde anfänglich vernachlässigt. Für diese Verteilungen wurde deshalb rasch eine Vorhersage erstellt, welche durch eine Stauchung der differentiellen Verteilung im Zweijetbereich auch die Form der perturbativen Vorhersage veränderte [70, 73].

Das dispersive Modell macht Vorhersagen für mehrere Observablen und enthält dabei nur universelle freie Parameter $\alpha_s(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(\mu_I)$. Diese Universalität kann mit den Daten getestet werden, siehe Abschnitt 6.1.

2.8.2 Shape Function nach Korchemsky et al.

Nicht in NLO-Störungsrechnung zu erfassendes Verhalten der Ereignisformvariablen $1 - T$, C und M_H^2 wird nach Korchemsky und Tafat [49] mittels einer sogenannten Shape Function beschrieben, welche von der Variablen sowie der Schwerpunktsenergie unabhängig ist. Dieser Ansatz ist allgemeiner als der des dispersiven Modells, da er zusätzlich zur Verschiebung der differentiellen Verteilung auch deren Stauchung beschreibt.

Die Vorhersage wird aus der Untersuchung des Zweijetbereichs (d.h. $y \ll 1$) der differentiellen Verteilung der Ereignisformvariablen y abgeleitet. Für die differentielle Verteilung der Ereignisformvariablen resultiert aus dem Ansatz die allgemeine Form

$$\frac{1}{\sigma_{\text{tot.}}} \frac{d\sigma}{dy} = \int_0^{Qy} d\varepsilon f_y(\varepsilon) \frac{d\sigma_y^{\text{pt.}}}{dy}(y - \varepsilon/Q), \quad (2.29)$$

mit einer nichtperturbativen Funktion im Fall der Ereignisformvariablen $y = 1 - T, C$

$$f_y(\varepsilon) = \int d\varepsilon_L d\varepsilon_R f(\varepsilon_L, \varepsilon_R) \delta(\varepsilon - \varepsilon_L - \varepsilon_R)$$

aus Faltung der Shape Function $f(\varepsilon_L, \varepsilon_R)$, welche den Energiefluß in “linke” und “rechte” Hemisphäre im hadronischen Endzustand beschreibt. Sie resumiert u.a. auch weiche Gluonen. Für den Fall der Ereignisformvariablen $y = M_H^2$ läßt sich f_y in aufwendigerer Form ebenfalls angeben, wir verweisen auf [49]. Mittels der Stauchung der differentiellen Verteilung ist die Gültigkeit der Vorhersage im Vergleich zum dispersiven Modell erweitert auf $y \simeq \Lambda/Q$. Es können also auch sehr kleine Variablenwerte beschrieben werden (oder niedrigere Schwerpunktsenergien).

Die Shape Function kann nicht berechnet werden, deshalb wird für sie ein physikalisch motivierter Ansatz verwendet,

$$f(\varepsilon_R, \varepsilon_L) = \frac{\mathcal{N}(a, b)}{\Lambda^2} \left(\frac{\varepsilon_R \varepsilon_L}{\Lambda^2} \right)^{a-1} \exp \left(- \frac{\varepsilon_R^2 + \varepsilon_L^2 + 2b \varepsilon_R \varepsilon_L}{\Lambda^2} \right).$$

Dieser Ansatz hängt von zwei dimensionslosen Parametern a und b ab, sowie von einer Skala Λ . Der Faktor $\mathcal{N}(a, b)$ ist durch Normierung festgelegt. Diese Form der Shape Function wurde in Folge auch physikalisch weiter gehender interpretiert [74].

Alternativ läßt sich der Ansatz parametrisieren durch ein “erstes Moment” der Shape Function,

$$\lambda_1 = \int d\varepsilon_R \int d\varepsilon_L (\varepsilon_R + \varepsilon_L) f(\varepsilon_R, \varepsilon_L) \equiv \langle \varepsilon_R + \varepsilon_L \rangle,$$

sowie ein entsprechendes “zweites Moment”,

$$\lambda_2 = \langle (\varepsilon_R + \varepsilon_L)^2 \rangle,$$

und eine von der Schwerpunktsenergie abhängige Funktion $\delta\lambda_2(Q)$.

Es lassen sich Vorhersagen für die Momente der Ereignisformvariablen ableiten, und λ_1 sowie λ_2 an die Daten anpassen. Diese Tests des Modells erfolgen in Abschnitt 6.2.

2.8.3 Single Dressed Gluon Näherung nach Gardi et al.

In der theoretischen Beschreibung nach Gardi et al. – Referenzen [50] und [75], wird eine Umordnung der perturbativen Reihe angenommen, die sogenannte *Skeleton-Entwicklung* [76]. Ihre Existenz ist für QCD-Graphen nicht erwiesen.²⁴ Der erste Beitrag zur Skeleton-Entwicklung ist ein sogenanntes *Single Dressed Gluon (SDG)*. Es summiert alle Effekte des Laufens der Kopplung beliebig hoher Ordnung in α_s – etwa Renormalons in den dominanten Beiträgen $\propto \beta_0^n$ – und kann vollständig berechnet werden. Die ab $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ unbekanntes perturbative Vorhersage des Moments einer Ereignisformvariablen kann hiermit genähert werden.

Diese Summe alleine divergiert bereits, verschiedene Regularisierungen unterscheiden sich um bestimmte Potenzen der Schwerpunktsenergie $Q \equiv \sqrt{s}$. Es ergeben sich damit folgende Vorhersagen:

$$\langle 1 - T \rangle = \langle 1 - T \rangle_{\text{pt.}} + \frac{\lambda_1}{Q} \quad (2.30)$$

$$\langle (1 - T)^2 \rangle = \langle (1 - T)^2 \rangle_{\text{pt.}} + \frac{\lambda_2}{Q^2} + \frac{\kappa_2}{Q^3} \quad (2.31)$$

$$\langle (1 - T)^3 \rangle = \langle (1 - T)^3 \rangle_{\text{pt.}} + \frac{\lambda_3}{Q^2} + \frac{\kappa_3}{Q^3} \quad (2.32)$$

$$\langle (1 - T)^4 \rangle = \langle (1 - T)^4 \rangle_{\text{pt.}} + \frac{\lambda_4}{Q^2} + \frac{\kappa_4}{Q^5}. \quad (2.33)$$

Störungstheorie ist ab $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ in der SDG-Näherung einbezogen,

$$\langle (1 - T)^n \rangle_{\text{pt.}} = \langle (1 - T)^n \rangle_{\text{NLO}} + \sum_{n=3}^{\infty} \text{SDG-Graphen in } \mathcal{O}(\alpha_s^n). \quad (2.34)$$

Im allgemeinen werden also zwei verschieden stark unterdrückte Energiepotenzkorrekturen vorhergesagt. Der Term λ_i/Q^2 ergibt sich als Regularisierung der perturbativen Reihe und könnte im Prinzip eliminiert werden, wenn das korrekte Verfahren dazu bekannt wäre. Der stärker unterdrückte Term κ_i/Q^m beschreibt genuin nichtperturbative Beiträge aus dem Prozess der Hadronisierung.

Im folgenden wollen wir einige Definitionen zusammentragen, die für die Berechnung der perturbativen SDG-Vorhersage von Belang sind. Zudem machen sie aber auch eine Beschränkung des Gültigkeitsbereichs sichtbar:

²⁴Darin gleicht sie an sich jeder QCD-Rechnung: Die mathematische Existenz einer nichtabelschen Feldtheorie ist nicht erwiesen [77].

Mit $t \equiv 1 - T$ wird die für die Berechnung der SDG-Vorhersage in Abschnitt 6.4 benötigte charakteristische Funktion $\mathcal{F}(\epsilon, t)$ für Thrust aus folgendem Integral über den Phasenraum erhalten:

$$\mathcal{F}(\epsilon, t) = \int_{\text{Phasenraum}} dx_1 dx_2 \mathcal{M}(x_1, x_2, \epsilon) \delta(1 - T(x_1, x_2, \epsilon) - t) \quad (2.35)$$

wobei $C_F \mathcal{M} \alpha_s / \pi$ das quadrierte Baum-Niveau Matrixelement ist für die Produktion eines Quark/Antiquark-Paares mit einem Gluon der Virtualität $\mu^2 \equiv \epsilon Q^2$.

Die Integrationsvariablen x_1 und x_2 stellen den Energie-Bruchteil der Quarks im Schwerpunktsystem dar. Der Energie-Bruchteil des Gluons beträgt $x_3 = 2 - x_1 - x_2$. Ferner gilt $T(x_1, x_2, \epsilon) = \max\{x_1, x_2, \sqrt{x_3^2 - 4\epsilon}\}$, dies reduziert sich für verschwindende Gluonvirtualität $\epsilon = 0$ auf den Standardausdruck $T(x_1, x_2) = \max\{x_1, x_2, x_3\}$, siehe [25].

Gültigkeitsbereich der Vorhersage

Für die Berechnung der charakteristischen Funktion wird folgende Definition von Thrust verwendet:

$$T = \frac{\sum_i |\vec{p}_i \cdot \vec{n}_T|}{\sum_i E_i} = \frac{\sum_i |\vec{p}_i \cdot \vec{n}_T|}{Q}. \quad (2.36)$$

In Definition (2.36) wurde der Nenner im Vergleich zur Standard-Definition (2.14) geändert gemäß $\sum_i |\vec{p}_i| \mapsto \sum_i E_i$, womit sich der Wert für masselose Partonen nicht ändert. Unter dieser Veränderung ist der mit einem “massiven” virtuellen Gluon berechnete Thrustwert korrekt, solange alle (masselosen) in der Hadronisierung erzeugten Partonen in ein und derselben Ereignishemisphäre bezüglich \vec{n}_T enden. Diese sogenannte “inklusive” Berechnung ist nur gerechtfertigt solange die Gluonfragmentation näherungsweise kollinear ist – in diesem Fall ist Fragmentation in beide Hemisphären selten.

Die Single Dressed Gluon - Näherung wird in Abschnitt 6.4 getestet.

Kapitel 3

Experimente

Ereignisse werden bei Schwerpunktsenergien von 14 bis 209 GeV untersucht. In diesem Kapitel stellen wir die verwendeten Experimente vor, insbesondere die Komponenten, die für unsere Analyse wichtig sind. Abschnitt 3.1 ist dem JADE-Detektor am PETRA-Beschleuniger gewidmet und Abschnitt 3.2 dem OPAL-Detektor am LEP-Beschleuniger.

3.1 PETRA-Beschleuniger und JADE-Detektor

Der JADE¹-Detektor lief am e^+e^- -Beschleuniger PETRA² im DESY³ von 1978 bis 1986. Referenz [78] enthält eine detaillierte Beschreibung.

Die vorliegende Analyse benutzt bei beiden Detektoren hauptsächlich die Messung von Impulsvektoren geladener Teilchen in den Spurkammern und von im elektromagnetischen Kalorimeter deponierter Energie.

Die Spuren geladener Teilchen wurden mit dem zentralen Detektor vermessen, der 2.36 m lang war, einen Innenradius von 0.21 m besaß und den Außenradius von 0.79 m. Er befand sich in einem spulenförmigen Magneten, welcher ein axiales Feld von 0.48 T erzeugte. Der zentrale Detektor enthielt eine Spurkammer mit großem Volumen. Später wurden eine Vertex-Kammer nahe dem Interaktionspunkt angebracht, sowie z -Kammern um die z -Koordinate zu messen.⁴

¹Die Abkürzung repräsentiert die ursprünglich teilnehmenden Nationen **J**apan, **D**eutschland, und **E**ngland. Nachdem die USA beigetreten waren, wurde das "A" als Repräsentation von **A**merika verstanden.

²**P**ositron-**E**lektron-**T**andem-**R**ing**A**nlage.

³**D**eutsches **E**lektronen**S**ynchrotron.

⁴Im rechtshändigen JADE-Koordinatensystem zeigte die die $+x -$ Achse zum Zentrum

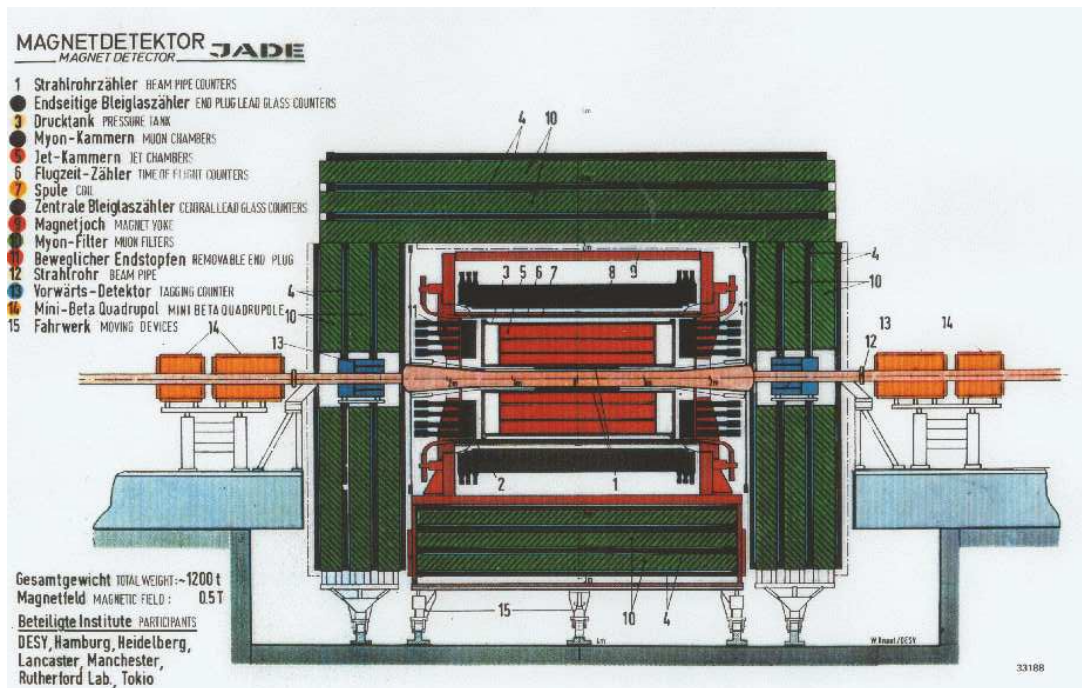


Abbildung 3.1: Längsschnittskizze des JADE-Detektors am PETRA-Beschleuniger.

Der Großteil der Spurinformaton wurde von der Spurkammer erhalten, die bis zu 48 Meßpunkte pro Spur lieferte, und eine gute Spureffizienz in der Region $|\cos \theta| < 0.97$ bot. Elektromagnetische Energie wurde vom Bleiglas-kalorimeter gemessen, das die Magnetspule umgab und sich in den Zentralteil teilte ($|\cos \theta| < 0.839$) sowie zwei Endkappen ($0.86 < |\cos \theta| < 0.97$). Das elektromagnetische Kalorimeter bestand aus 2520 Bleiglasblöcken im Zentralteil mit einer Tiefe von 12.5 Strahlungslängen (seit 1983 aufgestockt auf 15.7 Strahlungslängen im mittleren Fünftel des Zentralteils), sowie 192 Bleiglasblöcken mit 9.6 Strahlungslängen in den Endkappen.

JADE-Daten und die zugehörige Software wurden auf modernen Plattformen reaktiviert [57]. Abbildung 3.2 zeigt ein JADE Daten-Ereignis.

des PETRA-Rings, die y -Achse zeigte nach oben, und die z -Achse zeigte in die Richtung des Elektronenstrahls. Im ebenfalls verwendeten Polarkoordinatensystem waren der Polarwinkel θ und der Azimutalwinkel ϕ bezüglich z bzw. x definiert, und r war der Abstand von der z -Achse.

DSN test2.bos

13374 36 7
IDHITS 1025
ELGTOT 10820 JADE
MUHITS 24
LGCYL 10461
LGCAPS 359 0
FWCAPS 101 7411

BANK PATR 9 NR OF TRACKS 20
NR ← RMSRF1 RMSRZ/HIT PHI
PTOT PLONG PTRANS COSTHE

| | | | | |
|-------|-------|---------|----------|--------|
| 1 | - | 1.06/44 | 109,2/33 | 298,2 |
| 0.440 | - | 0.303 | 0.320 | 0.687 |
| 2 | - | 0.26/47 | 40,5/42 | 282,7 |
| 5.039 | - | -2.555 | 4,344 | -0.507 |
| 3 | + | 0.28/46 | 26,8/44 | 277,4 |
| 3.570 | - | -2.335 | 2,700 | -0.654 |
| 4 | - | 0.22/43 | 36,3/37 | 114,4 |
| 2.059 | 0.057 | 2.058 | 0.027 | |
| 5 | - | 0.69/45 | 40,5/34 | 100,0 |
| 0.659 | - | -0.074 | 0.655 | -0.113 |
| 6 | - | 0.50/50 | 30,1/34 | 57,3 |
| 0.180 | - | -0.065 | 0.167 | -0.363 |
| 7 | + | 0.25/38 | 44,4/36 | 100,8 |
| 0.970 | 0.333 | 0.911 | 0.343 | |
| 8 | + | 0.67/40 | 39,2/36 | 131,6 |
| 2.498 | 0.221 | 2.489 | 0.089 | |
| 9 | + | 1.30/18 | 24,4/12 | 93,9 |
| 0.095 | - | -0.047 | 0.083 | -0.492 |
| 10 | - | 1.09/50 | 29,6/32 | 118,7 |
| 0.279 | 0.082 | 0.267 | 0.295 | |
| 11 | - | 1.30/43 | 22,9/23 | 293,9 |
| 1.747 | - | -1.471 | 0.941 | -0.842 |
| 12 | + | 0.43/44 | 39,9/30 | 349,0 |
| 1.046 | 0.621 | 0.842 | 0.594 | |
| 13 | - | 0.70/52 | 37,1/43 | 349,8 |
| 0.111 | - | -0.037 | 0.104 | -0.337 |
| 14 | - | 0.92/25 | 43,3/16 | 103,6 |
| 3.231 | 0.232 | 3.223 | 0.072 | |
| 15 | + | 0.32/47 | 35,8/42 | 44,2 |
| 0.269 | 0.148 | 0.224 | 0.162 | |
| 16 | + | 0.84/39 | 27,5/28 | 331,6 |
| 0.355 | 0.301 | 0.188 | 0.848 | |
| 17 | + | 0.30/44 | 23,1/34 | 264,5 |
| 0.276 | 0.090 | 0.261 | 0.326 | |
| 18 | + | 0.20/16 | 13,9/14 | 294,0 |
| 0.889 | - | -0.559 | 0.691 | -0.629 |
| 19 | - | 0.11/13 | 17,0/11 | 295,4 |
| 0.216 | - | -0.206 | 0.071 | -0.945 |
| 20 | - | 0.78/18 | 39,2/14 | 99,0 |
| 0.218 | - | -0.213 | 0.050 | -0.974 |

R-FI SECTION

BEAM 20.165 GEV FIELD -4.842 KG TALC 0039 DATE 20/12/05 TIME 17.00.10
T1A 0802 T1P 4101 CAMAC TIME 31. 2. 0 20/ 5/1983

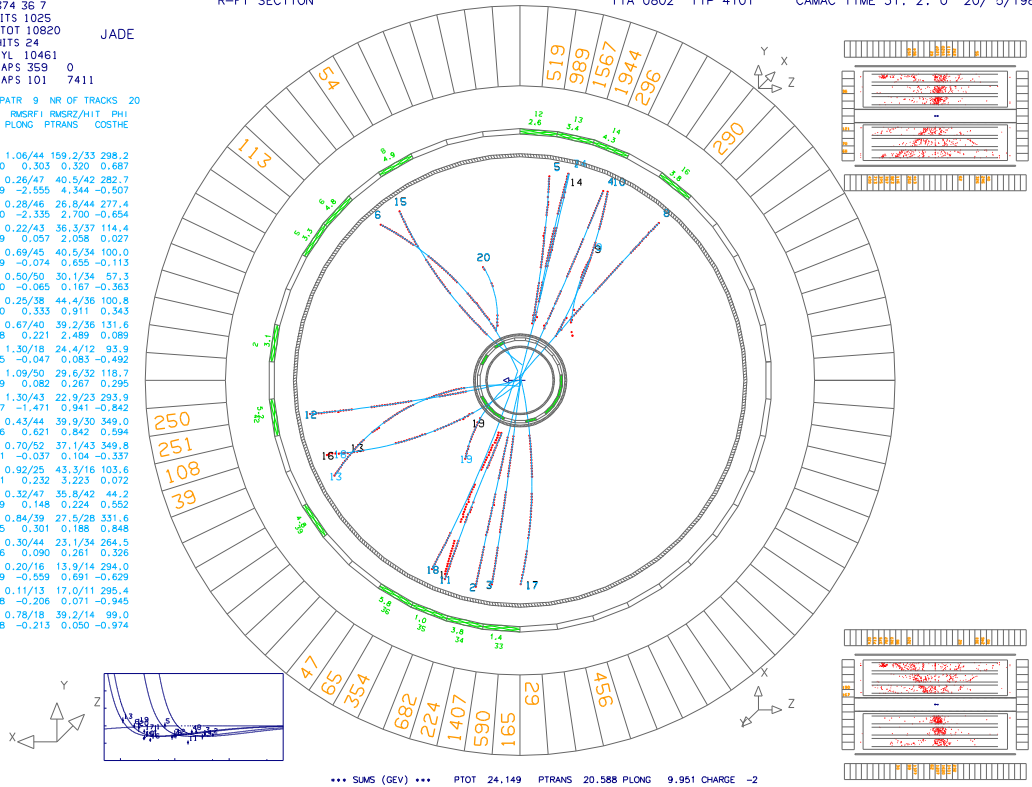


Abbildung 3.2: JADE-Datenereignis bei der Schwerpunktsenergie von 40 GeV [79].

3.2 LEP-Beschleuniger und OPAL-Detektor

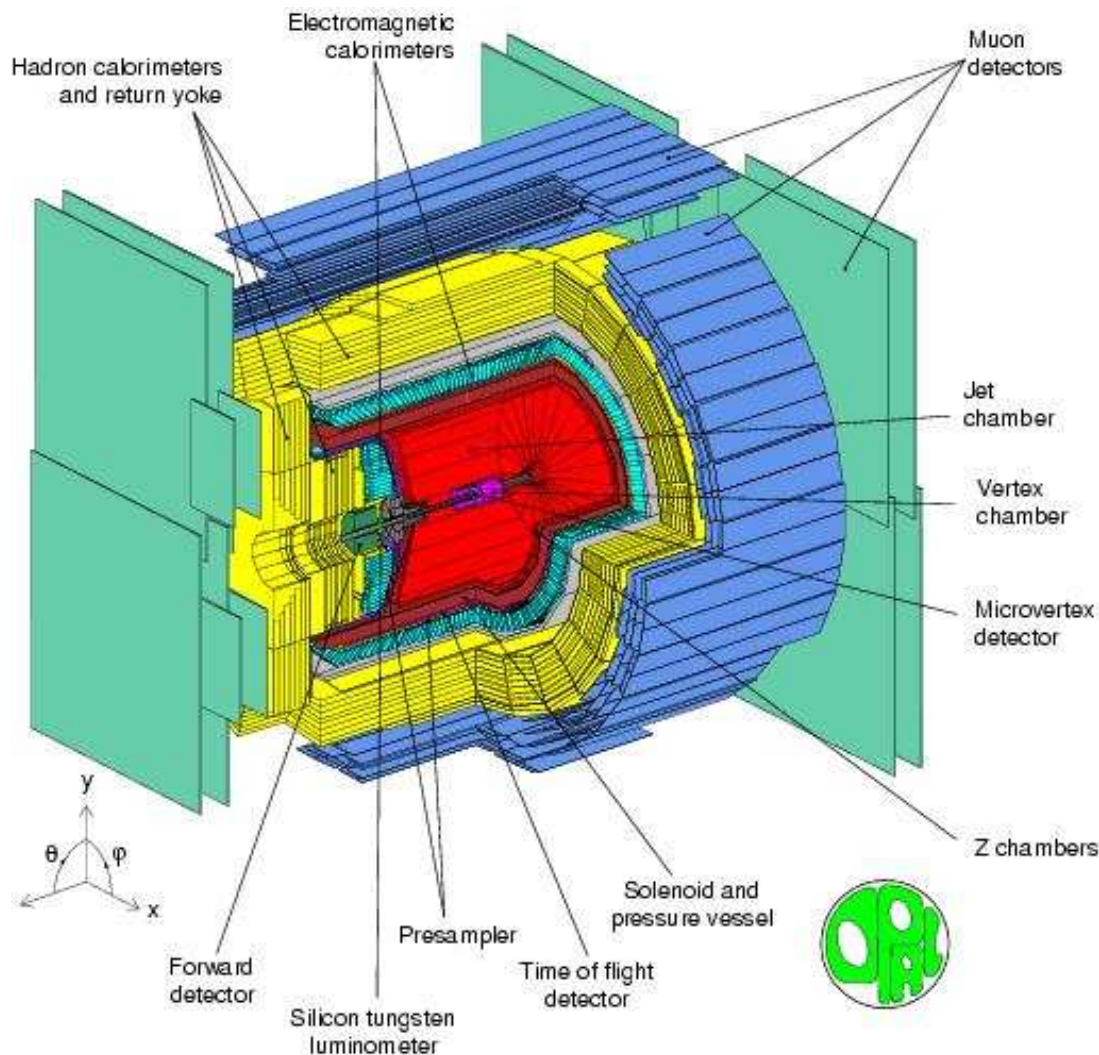


Abbildung 3.3: Perspektivischer Aufriß des OPAL-Detektors am LEP-Beschleuniger.

Der OPAL⁵-Detektor lief am e^+e^- -Beschleuniger LEP⁶ im CERN⁷ von 1989 bis 2000. Referenzen [80, 81, 82] enthalten detaillierte Beschreibungen.

⁵Omni Purpose Apparatus at LEP.

⁶Large Electron-Positron collider.

⁷Die Abkürzung steht für **C**onseil **E**uropéen pour la **R**echerche **N**ucléaire. Das Institut wurde inzwischen umbenannt in "European Laboratory for Particle Physics", die Abkürzung aber beibehalten.

Alle spurvermessenden Systeme befanden sich in einer Magnetspule, die ein gleichförmiges axiales Magnet von 0.44 T entlang der Strahlachse erzeugte.⁸ Der Magnet war von einem elektromagnetischen Bleigaskalorimeter umgeben, sowie von einem Hadronkalorimeter des Sampling-Typs. Außerhalb des Hadronkalorimeters war der Detektor von einem System von Myonkammern umgeben. In der vor- und rückseitigen Endkappe gab es vergleichbare Detektorschichten.

Der Großteil der Spurinformaton wurde von der zentralen Spurkammer erhalten. Sie war etwa 4 m lang und hatte einen Außenradius von 1.85 m. Sie enthielt 24 Sektoren mit radialen Ebenen von 159 Sensordrähten im Abstand von 1 cm. Die elektromagnetischen Kalorimeter im Zentralteil und den Endkappen des Detektors bestanden aus 11704 Bleiglasblöcken mit einer Tiefe von 24.6 Strahlungslängen im Zentralteil und etwa 22 Strahlungslängen in den Endkappen.

Abbildung 3.4 zeigt ein dreijetartiges OPAL-Datenereignis.

Beide Detektoren deckten einen Raumwinkel von fast 4π ab. Zusammensetzung und Druck des Gases, wie auch das Magnetfeld in der Spurkammer waren beinahe identisch. Eine genaue Gegenüberstellung der Parameter findet sich in der Arbeit [1].

⁸Im Opal-Koordinatensystem zeigt die x -Achse zum Zentrum des LEP-Rings, die y -Achse wies fast genau nach oben, und die z -Achse zeigte in Richtung des Elektronenstrahls. Im Polarkoordinatensystem (vgl. Abbildung 3.3) waren der Polarwinkel θ und der Azimutalwinkel ϕ bezüglich z bzw. x definiert, und r war der Abstand von der z -Achse.

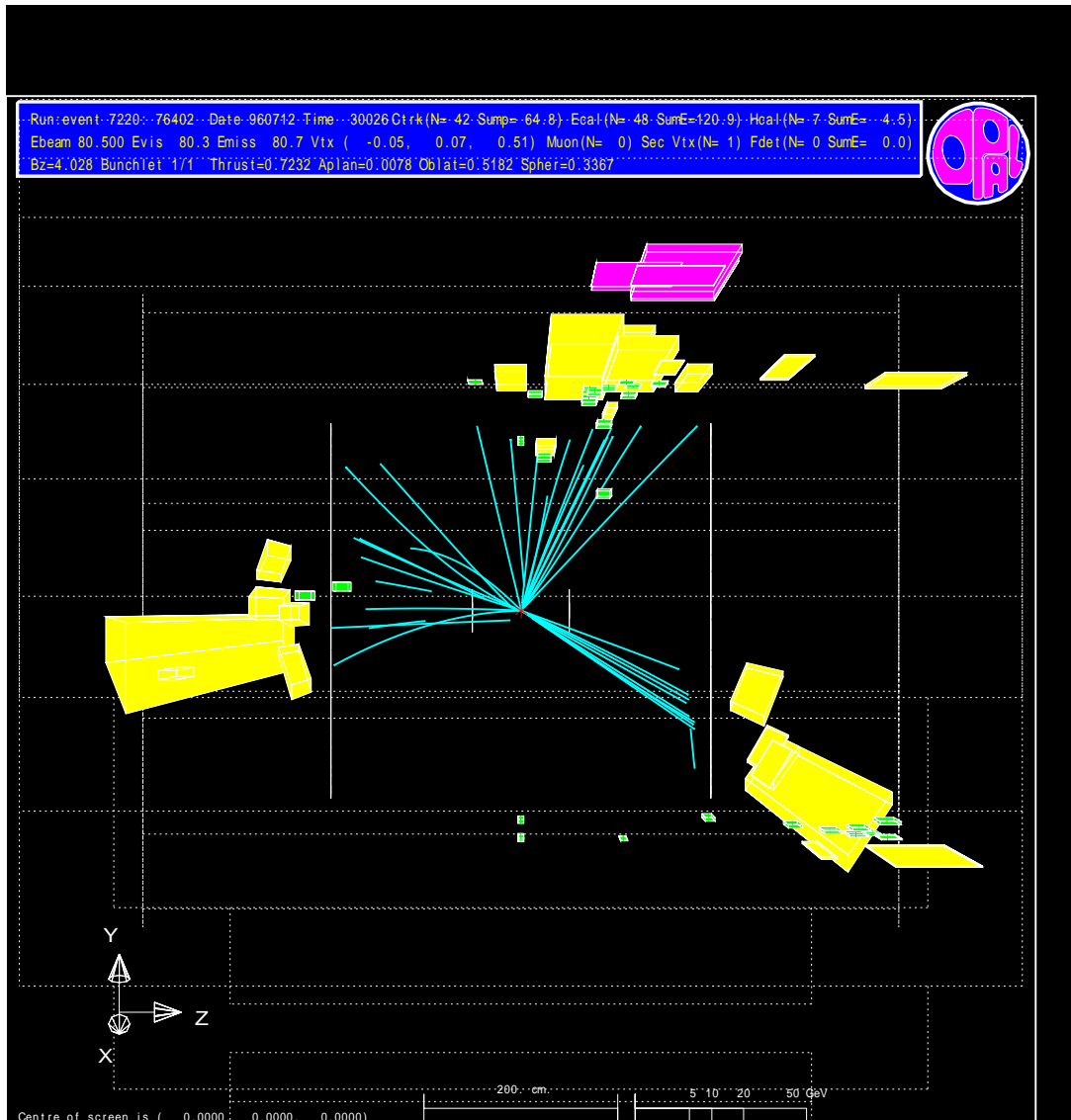


Abbildung 3.4: Dreijetereignis aus den OPAL - Daten bei der Schwerpunktsenergie von 161 GeV.

Kapitel 4

Messung der Momente von Ereignisformvariablen

In diesem Kapitel erläutern wir Einzelheiten der Messung unserer Observablen. Abschnitt 4.1 führt die verwendeten Sätze von Daten- und Monte Carlo - Ereignissen ein, 4.2 die Selektion hadronischer Ereignisse, und 4.3 die Korrektur um Detektor- und Untergrundeffekte. Abschnitt 4.4 stellt unsere Abschätzung der Unsicherheiten in der Messung vor, 4.5 diskutiert die erhaltenen Ergebnisse und 4.6 fasst kurz zusammen.

Die ersten drei Momente von Ereignisformvariablen wurden von der DELPHI-Kollaboration bei 91 bis 183 GeV gemessen [11] (mittels Monte Carlo-Modellen wurde um die Effekte der endlichen Klassen-Breite der zugrundegelegten Verteilung korrigiert). Die ersten zwei Momente wurden von der L3-Kollaboration bei 30 bis 209 GeV gemessen [10], Daten unterhalb von 91 GeV wurden dabei aus radiativen Ereignissen (d.h. Ereignissen mit wesentlicher ISR) gewonnen.

4.1 Verwendete Sätze von Daten- und Monte Carlo - Ereignissen

4.1.1 JADE

Datensätze

Die verwendeten Daten wurden von JADE zwischen 1979 und 1986 aufgezeichnet und entsprechen einer integrierten Gesamtluminosität von ca.

195 pb^{-1} . Eine Übersicht über Datensätze, Zeitspanne der Datennahme, verwendeten Energiebereich, mittlere Schwerpunktsenergie, verwendete integrierte Luminositäten und Größe der Datensätze nach der in Abschnitt 4.2 beschriebenen Selektion hadronischer Ereignisse ist in Tabelle 4.1 gegeben. Ferner zeigt sie deren Erwartung aus der Simulation mittels PYTHIA (siehe unten).

Die Datensätze werden wie in früheren Analysen gewählt, z.B. [2, 4, 7, 8, 78]. Die Daten sind aus zwei Versionen der Rekonstruktionssoftware von 9/87 und 5/88 verfügbar. Wir benutzen den Satz von 9/87 als Standard und betrachten Unterschiede zum Satz von 5/88 als experimentelle systematische Unsicherheit.¹

| Jahr | \sqrt{s} - Bereich (GeV) | \sqrt{s} - Mittel (GeV) | Integrierte Luminosität (pb^{-1}) | Anzahl selektierter Ereignisse 9/87 | Anzahl selektierter Ereignisse 5/88 | Erwar- tete Anzahl |
|-----------|----------------------------------|---------------------------------|--|--|--|--------------------------|
| 1981 | 13.0 – 15.0 | 14.0 | 1.46 | 1722 | 1783 | 1588 ± 10 |
| 1981 | 21.0 – 23.0 | 22.0 | 2.41 | 1383 | 1403 | 1209 ± 7 |
| 1981–1982 | 33.8 – 36.0 | 34.6 | 61.7 | 14213 | 14313 | 13107 ± 56 |
| 1986 | 34.0 – 36.0 | 35.0 | 92.3 | 20647 | 20876 | 19926 ± 83 |
| 1985 | 37.3 – 39.3 | 38.3 | 8.28 | 1584 | 1585 | 1450 ± 9 |
| 1984–1985 | 43.4 – 46.4 | 43.8 | 28.8 | 3896 | 4376 | 3919 ± 24 |

Tabelle 4.1: Jahr der Datennahme, Energiebereich, integrierte Luminosität und mittlere Schwerpunktsenergie für jeden JADE-Datensatz; ferner Anzahl der selektierten Ereignisse aus Datenversion 9/87 und 5/88, sowie die erwartete Anzahl.

Tabelle 4.2 zeigt die verwendeten Sätze von Monte Carlo - Ereignissen. Die aus der Simulation erwartete Anzahl selektierter Ereignisse liegt oft deutlich unter der Anzahl selektierter Datenereignisse – um mehrere Standardabweichungen, auch wenn der Unterschied zwischen den Versionen 5/88 und 9/87 zusätzlich zur Poisson-Statistik von Daten und Monte Carlo als Unsicherheit hinzugenommen wird. Im Schnitt wird die Anzahl um 7% bzw. 9% unterschätzt im Vergleich zu den Daten aus Version 9/87 bzw. 5/88. Von den Monte Carlo Modellen wird der hadronische Wirkungsquerschnitt gut reproduziert. Der restliche Untergrund nach Selektion besteht aus etwa 1% Tau-Paaren und 0.1% Zweiphotonereignissen [84]. Deshalb muß diese Unterschätzung im wesentlichen als Ungenauigkeit der angegebenen Datenluminosität gewertet werden.² Für unsere Analyse ist ihr Wert jedoch ohne Bedeutung, da wir mit den Momenten **normierte** Werte messen.

¹Diese Wahl wurde wie in [4, 83] getroffen und gewährleistet somit die Vergleichbarkeit der systematischen Untersuchungen.

²Die verwendeten Zahlen wurden z.B. per Hand abgetippt.

Monte Carlo - Ereignisse

Mittels Monte Carlo - simulierter Ereignisse werden die Daten um experimentelle Effekte – primär Akzeptanz und Effizienz – sowie restliche Untergrundereignisse korrigiert (siehe Abschnitt 4.3). Der Prozess $e^+e^- \rightarrow$ Hadronen wird mittels PYTHIA 5.7 (siehe Abschnitt 2.7) simuliert. Entsprechende von HERWIG 5.9 generierte Ereignisse werden für systematische Untersuchungen benutzt.

Ereignisse aus dem Prozess $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$ müssen als Untergrund betrachtet werden, da insbesondere bei niedrigen Schwerpunktsenergien die große Masse der b-Quarks und der in Folge produzierten B-Hadronen die Werte der Momente der Ereignisformvariablen beeinflusst. Bei diesen Energien ist die restliche Energie nach Produktion der schweren b-Quarks klein, die b-Hadronen können nur noch wenig geboostet werden und ihr elektroschwacher Zerfall spiegelt dann ein breites QCD-Ereignis vor, entsprechend hohen Werten der Ereignisformvariablen. Dies erkennt man deutlich in Darstellungen klassifizierter Verteilungen von Ereignisformvariablen [4]. Der $b\bar{b}$ -Untergrundprozess wird wie der Prozess $e^+e^- \rightarrow$ Hadronen mittels PYTHIA 5.7 simuliert.

Der Anteil der $b\bar{b}$ -Ereignisse an allen multihadronischen Ereignissen wird von PYTHIA abgeschätzt zu 1/13.9 bei 14 GeV, 1/12.5 bei 22 GeV, und zunehmend mehr bis 1/11.6 bei 44 GeV. Aus den Quarkladungen erwartet man unter Vernachlässigung von Quarkmasseneffekten den Wert von 1/11 (vgl. Abschnitt 2.3). Insbesondere bei 14 GeV spielen Masseneffekte jedoch eine große Rolle - wegen der Nähe der $b\bar{b}$ -Produktionsschwelle wird die Produktion von b-Quarks merklich unterdrückt. In die Subtraktion des Untergrundes geht der vom Generator genau abgeschätzte Anteil des b-Flavours ein.

Die an jedem Energiepunkt erzeugten Monte Carlo - Ereignisse durchlaufen eine vollständige Simulation des JADE-Detektors ([85, 86, 87], zusammengefasst in [4]), und werden im wesentlichen wie die Daten rekonstruiert [4, 8], sowie direkt mit ihnen verglichen – siehe Figuren 4.12 und 4.13, sowie die Diskussion in Abschnitt 4.5.

| \sqrt{s} (GeV) | Generator | Erzeugter Prozess | Anzahl erzeugter Ereignisse |
|-------------------|------------|----------------------------|-----------------------------|
| 14.0 | PYTHIA 5.7 | Multihadron, udsc-Flavours | 46634 |
| | PYTHIA 5.7 | Multihadron, b-Flavour | 3366 |
| | HERWIG 5.9 | Multihadron, udsc-Flavours | 46125 |
| 22.0 | PYTHIA 5.7 | Multihadron, udsc-Flavours | 45987 |
| | PYTHIA 5.7 | Multihadron, b-Flavour | 4013 |
| | HERWIG 5.9 | Multihadron, udsc-Flavours | 46260 |
| 34.6 | PYTHIA 5.7 | Multihadron, udsc-Flavours | 91639 |
| | PYTHIA 5.7 | Multihadron, b-Flavour | 8361 |
| | HERWIG 5.9 | Multihadron, udsc-Flavours | 92067 |
| 35.0 | PYTHIA 5.7 | Multihadron, udsc-Flavours | 91929 |
| | PYTHIA 5.7 | Multihadron, b-Flavour | 8071 |
| | HERWIG 5.9 | Multihadron, udsc-Flavours | 92158 |
| 38.3 | PYTHIA 5.7 | Multihadron, udsc-Flavours | 45836 |
| | PYTHIA 5.7 | Multihadron, b-Flavour | 4164 |
| | HERWIG 5.9 | Multihadron, udsc-Flavours | 46059 |
| 43.8 | PYTHIA 5.7 | Multihadron, udsc-Flavours | 45694 |
| | PYTHIA 5.7 | Multihadron, b-Flavour | 4305 |
| | HERWIG 5.9 | Multihadron, udsc-Flavours | 45830 |

Tabelle 4.2: Bei 14.0 bis 43.8 GeV zur Detektorkorrektur verwendete Sätze von Monte Carlo - Ereignissen.

4.1.2 OPAL

Datensätze

Der OPAL-Detektor zeichnete mit Beginn des LEP-Laufs im Jahr 1989 Ereignisse auf dem Z^0 -Peak bei 91.2 GeV auf. Die in dieser Arbeit verwendeten Daten wurden ab 1995 aufgezeichnet. Im Jahr 1995 wurde die LEP-Schwerpunktsenergie \sqrt{s} von der Nähe des Z^0 -Peaks angehoben, zunächst auf 130 und 136 GeV. Ihr Maximum erreichte sie schließlich im Jahr 2000 mit 209 GeV, siehe Abbildung 4.1.

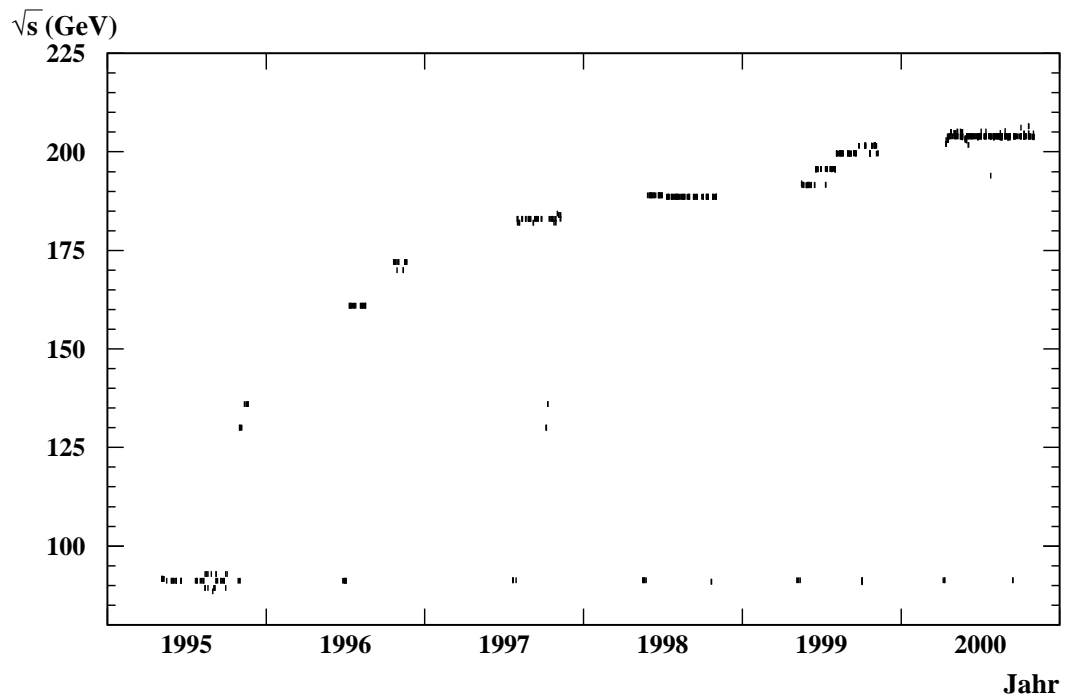


Abbildung 4.1: LEP - Schwerpunktsenergien ab 1995.

Während dieser sogenannten LEP 1.5 - und LEP 2 - Phasen fand auch (für Kalibrationszwecke) Datennahme auf dem Z^0 -Peak statt – diese Daten wurden mit identischer Detektorkonfiguration wie die Hochenergiedaten aufgenommen und mit dem gleichen Code rekonstruiert. Alle wesentlichen Daten bei Energien über dem Z^0 -Peak werden in dieser Arbeit analysiert. Tabelle 4.3 zeigt die benutzten Energiebereiche und die jeweiligen integrierten Luminositäten.³ Sie enthält ferner die Anzahl analysierter Ereignisse nach

³Die verwendeten Luminositätswerte sind für Effizienz des Silizium-Wolfram-

der in Abschnitt 4.2 beschriebenen Selektion sowie deren Erwartung⁴ aus der Simulation mittels PYTHIA (siehe unten). Für die vorliegende Analyse werden die Daten in kleine Energiebereiche gruppiert, welche manchmal zur Vereinfachung der Darstellung in vier größere Bereiche kombiniert werden. Diese Bereiche sind in Tabelle 4.3 mit waagerechten Linien angedeutet, sie entsprechen mittleren Schwerpunktsenergien von 91.3, 133.1, 177.4 und 197.0 GeV. In [48] werden auch die Momente der Ereignisformvariablen an diesen kombinierten Energiepunkten gemessen, und diese dann mit Vorhersagen verglichen.

| Jahr | \sqrt{s} -Bereich (GeV) | \sqrt{s} -Mittel (GeV) | Integrierte Luminosität (pb^{-1}) | Anzahl selektierter Ereignisse | Erwartete Anzahl |
|------------|---------------------------|--------------------------|--|--------------------------------|------------------|
| 1996–2000 | 91.0 – 91.5 | 91.3 | 14.7 | 395696 | — |
| 1995, 1997 | 129.9 – 136.3 | 133.1 | 11.26 | 630 | 684 |
| 1996 | 161.2 – 161.6 | 161.3 | 10.06 | 283 | 275 |
| 1996 | 170.2 – 172.5 | 172.1 | 10.38 | 218 | 225 |
| 1997 | 180.8 – 184.2 | 182.7 | 57.72 | 1077 | 1084 |
| 1998 | 188.3 – 189.1 | 188.6 | 185.2 | 3086 | 3130 |
| 1999 | 191.4 – 192.1 | 191.6 | 29.53 | 514 | 473 |
| 1999 | 195.4 – 196.1 | 195.5 | 76.67 | 1137 | 1161 |
| 1999, 2000 | 199.1 – 200.2 | 199.5 | 79.27 | 1090 | 1131 |
| 1999, 2000 | 201.3 – 202.1 | 201.6 | 37.75 | 519 | 527 |
| 2000 | 202.5 – 205.5 | 204.9 | 82.01 | 1130 | 1090 |
| 2000 | 205.5 – 208.9 | 206.6 | 138.8 | 1717 | 1804 |

Tabelle 4.3: Jahr der Datennahme, Energiebereich, integrierte Luminosität und mittlere Schwerpunktsenergie für jeden OPAL-Datensatz; ferner Anzahl der selektierten Ereignisse, sowie deren erwartete Anzahl. Die waagerechten Linien teilen die Daten in die vier größeren, bisweilen zur Darstellung verwendeten Bereiche.

Luminositätsdetektors und Triggerstatus-Effizienz korrigiert, da in unserer Analyse der entsprechende Status nicht abgefragt wird. Die Grösse der Korrektur beträgt 5% bei 196 und 200 GeV, 2% bei 189 und 192 GeV, und sie ist kleiner als 1% an den anderen Energiepunkten.

⁴Diese Erwartungen sind für alle Fälle gegeben außer für 91 GeV. Eine genaue Vorhersage in der Nähe des Z^0 -Peaks würde eine viel sorgfältigere Untersuchung von Strahlenergie und Luminosität erfordern, als sie hier sonst nötig ist.

Monte Carlo - Ereignisse

Wieder werden die Daten mittels Monte Carlo - simulierter Ereignisse um experimentelle Effekte und Untergrundprozesse korrigiert. Tabellen 4.4 und 4.5 zeigen die verwendeten Monte Carlo - Sätze. Der Prozeß $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ wird bei $\sqrt{s} = 91.2 \text{ GeV}$ mit JETSET 7.4 simuliert (die verwendeten Generatoren wurden in Abschnitt 2.7 eingeführt) und bei höheren Energien mit $\mathcal{KK}2f$ 4.01 oder $\mathcal{KK}2f$ 4.13, wobei die Hadronisierung mit PYTHIA 6.158 (130-172 GeV) oder PYTHIA 6.150 (übrige Energien) durchgeführt wird. Entsprechende Ereignisse, erzeugt mit HERWIG 6.2 oder $\mathcal{KK}2f$ mit HERWIG 6.2-Hadronisierung werden für systematische Untersuchungen benutzt. Vierfermion-Untergrundprozesse werden mit grc4f 2.1 simuliert, oder mit KORALW 1.42 mit grc4f - Matrixelementen und PYTHIA - Hadronisierung. Diese Monte Carlo - Ereignisse werden an jedem untersuchten Energiepunkt erzeugt und durchlaufen eine volle Simulation des OPAL-Detektors [58]. Sie werden genauso wie reale Daten verarbeitet, und auch direkt mit ihnen verglichen. Hierfür verweisen wir wieder auf Figuren 4.12 und 4.13, und auf die Diskussion in Abschnitt 4.5.

Zusätzlich werden für Vergleiche mit den korrigierten OPAL- und JADE-Daten (d.h. auf Hadronniveau) und für die Hadronisierungskorrektur große Sätze von Monte Carlo - Ereignissen ohne Detektorkorrektur verwendet. Benutzt werden dazu jeweils die Modelle PYTHIA 6.158, HERWIG 6.2 und ARIADNE 4.11. Jedes dieser Hadronisierungsmodelle enthält eine Anzahl von abstimmbaren Parametern; diese wurden mittels früher veröffentlichter OPAL-Daten bei $\sqrt{s} \simeq 91 \text{ GeV}$ abgestimmt, wie in Referenz [88] für PYTHIA/ JETSET beschrieben und in [89] für HERWIG und ARIADNE.

| \sqrt{s} (GeV) | Generator | Erzeugter Prozess | Anzahl erzeugter Ereignisse |
|---------------------|---|---|---|
| 91.2 | JETSET 7.4 HERWIG 6.2 | Multihadron | 459000 443000 |
| 130 | PYTHIA 6.15 HERWIG 6.2 | Multihadron | 50000 50000 |
| 136 | PYTHIA 6.15 HERWIG 6.2 | Multihadron | 50000 50000 |
| 161 | PYTHIA 6.15 HERWIG 6.2 grc4f 1.2\JETSET 7.4 grc4f 1.2\JETSET 7.4 grc4f 1.2\JETSET 7.4 | Multihadron eeqq llqq qqqq | 100000 100000 25000 10000 10000 |
| 172 | PYTHIA 6.15 HERWIG 6.2 grc4f 1.2\JETSET 7.4 grc4f 1.2\JETSET 7.4 grc4f 1.2\JETSET 7.4 | Multihadron eeqq llqq qqqq | 100000 100000 9649 31420 29805 |
| 183 | PYTHIA 6.15 HERWIG 6.2 grc4f 2.1\JETSET 7.4 KORALW 1.42 | Multihadron eeqq llll+llqq+qqqq | 100000 100000 20000 40000 |
| 189 | PYTHIA 6.15 HERWIG 6.2 grc4f 2.1\JETSET 7.4 KORALW 1.42 KORALW 1.42 | Multihadron eeqq llqq qqqq | 500000 200000 20000 45000 50000 |

Tabelle 4.4: Bei 91.3 bis 188.6 GeV zur Detektorkorrektur verwendete Sätze von Monte Carlo - Ereignissen.

| \sqrt{s} (GeV) | Generator | erzeugter Prozess | Anzahl erzeugter Ereignisse |
|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------------------|
| 192 | PYTHIA 6.15 | Multihadron | 100000 |
| | HERWIG 6.2 | | 100000 |
| | grc4f 2.1\JETSET 7.4 | eeqq | 20000 |
| | KORALW 1.42 | llqq | 44986 |
| 196 | KORALW 1.42 | qqqq | 43704 |
| | PYTHIA 6.15 | Multihadron | 200000 |
| | HERWIG 6.2 | | 100000 |
| | grc4f 2.1\JETSET 7.4 | eeqq | 20000 |
| 200 | KORALW 1.42 | llqq | 45000 |
| | KORALW 1.42 | qqqq | 46000 |
| | PYTHIA 6.15 | Multihadron | 200000 |
| | HERWIG 6.2 | | 100000 |
| 202 | grc4f 2.1\JETSET 7.4 | eeqq | 20000 |
| | KORALW 1.42 | llqq | 40000 |
| | KORALW 1.42 | qqqq | 50000 |
| | PYTHIA 6.15 | Multihadron | 100000 |
| 205 | HERWIG 6.2 | | 100000 |
| | grc4f 2.1\JETSET 7.4 | eeqq | 20000 |
| | KORALW 1.42 | llll+llqq+qqqq | 80000 |
| | PYTHIA 6.15 | Multihadron | 200000 |
| 207 | HERWIG 6.2 | | 100000 |
| | grc4f 2.1\JETSET 7.4 | eeqq | 20000 |
| | KORALW 1.42 | llll+llqq+qqqq | 80000 |
| | PYTHIA 6.15 | Multihadron | 374999 |

Tabelle 4.5: Bei 191.6 bis 206.6 GeV zur Detektorkorrektur verwendete Sätze von Monte Carlo - Ereignissen.

4.2 Selektion multihadronischer Ereignisse bei JADE und OPAL

4.2.1 JADE

Die Ereignisselektion für diese Analyse soll hadronische Ereignisse identifizieren und Ereignisse mit viel durch Abstrahlung im Anfangszustand verlorener Energie zurückweisen.

Die Selektion hadronischer Ereignisse basiert auf Schnitten auf die Ereignismultiplizität (zur Entfernung leptonischer Endzustände) sowie auf sichtbare Energie und longitudinale Impulsbilanz (zur Entfernung von radiativen Ereignissen und hadronischen Zweiphoton-Ereignissen). Die benutzten Schnitte entsprechen der JADE Standard Multihadron-Selektion, sie sind in [84, 90, 91] dokumentiert und in [7] zusammengefasst. Auf Tests oder Weiterentwicklung der Schnitte wird verzichtet, da die überlieferte Reinheit sehr gut ist und ferner die Produktion der nötigen Untergrund Monte Carlo Sätze selbst nach Reaktivierung der Detektorsimulation einen erheblichen Aufwand darstellt.

Die Selektion benutzt sowohl Spuren in der Spurkammer als auch Cluster von im Kalorimeter deponierter Energie. Zur Auswahl von sogenannten guten Spuren und Clustern für die folgende Analyse werden Standardkriterien verwendet: Spuren geladener Teilchen müssen mindestens 20 Treffer in der $r\phi$ -Ebene der Spurkammer aufweisen und wenigstens 12 in der rz -Ebene. Der Gesamtimpuls muß mindestens 50 MeV betragen. Ferner muß der der Kollisionsachse nächste Spurpunkt in der xy -Ebene weniger als 5 cm vom nominellen Kollisionspunkt entfernt sein und weniger als 35 cm in der z -Richtung.

Um Doppeltzählen von Energie in Spurkammer und Kalorimeter möglichst zu vermeiden, wird ein Standardalgorithmus verwendet, welcher Spuren geladener Teilchen zu Kalorimeter-Clustern assoziiert und den abgeschätzten Beitrag der geladenen Teilchen von der Kalorimeter-Energie abzieht. Spuren geladener Teilchen werden als von Pionen erzeugt angenommen, als Ursprung elektromagnetischer Energiecluster wird ein Photon angenommen. Diese Cluster müssen mehr als 0.15 GeV besitzen nach Subtraktion der erwarteten deponierten Energie aller assoziierten Spuren. Aus allen akzeptierten Spuren und Clustern i werden sichtbare Energie $E_{\text{vis}} = \sum_i E_i$, Impulsbilanz $p_{\text{bal}} = |\sum_i p_{z,i}|/E_{\text{vis}}$ und fehlender Impuls $p_{\text{miss}} = |\sum_i \vec{p}_i|$ berechnet. Für in

der Spurkammer gesehene geladene Teilchen wird die Pionmasse angenommen, für die im Kalorimeter gesehenen Teilchen die Photonmasse $m_\gamma = 0$.

Hadronische Ereigniskandidaten müssen die folgenden Selektionskriterien erfüllen:

- Die im elektromagnetischen Kalorimeter deponierte Gesamtenergie muß größer sein als 1.2 GeV (bzw. 0.2 GeV) für $\sqrt{s} < 16$ GeV, größer als 2.0 GeV (bzw. 0.4 GeV) für $16 \text{ GeV} < \sqrt{s} < 24$ GeV und größer als 3.0 GeV (bzw. 0.4 GeV) für $\sqrt{s} > 24$ GeV im Zentralteil (bzw. jeder Endkappe) des Detektors.
- Die Anzahl guter Spuren geladener Teilchen muß größer als drei sein, was Taupaare mit dem dominanten Zerfall in jeweils ein Hadron zurückweist. Zudem wird Zweiphoton-Untergrund auf zu vernachlässigendes Niveau reduziert. Abbildung 4.2 zeigt einen derartigen Prozess.

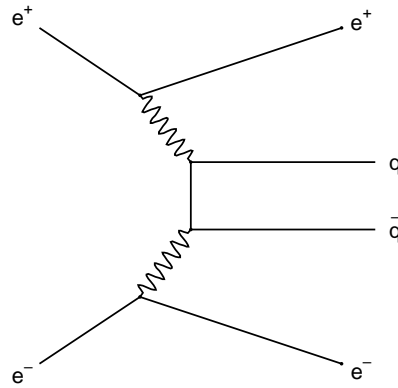


Abbildung 4.2: Zweiphotonprozess mit Hadronen im Endzustand.

- Vierspur-Ereignisse mit genau drei Spuren in einer Hemisphäre und einer in der gegenüberliegenden werden zurückgewiesen, wodurch restliche Taupaare mit dem immer noch wesentlichen Zerfall in ein bzw. drei Hadronen ausgeschlossen werden.
- Wenigstens drei Spuren müssen mehr als 24 Treffer in der $r\phi$ -Ebene aufweisen und einen Impuls über 500 MeV; diese Spuren heißen *lange Spuren*.
- Die sichtbare Energie muß $E_{\text{vis}}/\sqrt{s} > 0.5$ genügen.
- Die Impulsbilanz muß $p_{\text{bal}} < 0.4$ genügen.
- Der fehlende Impuls muß $p_{\text{miss}}/\sqrt{s} < 0.3$ genügen.
- Der rekonstruierte Ereignisvertex darf in der z-Koordinate um höchstens 15 cm vom Interaktionspunkt abweichen.

- Der Polarwinkel der Thrustachse muß $|\cos(\theta_T)| < 0.8$ genügen, damit die Ereignisse gut im Detektor-Akzeptanzbereich liegen – vgl.⁵ Abschnitt 3.1.

Die jeweilige Anzahl selektierter Ereignisse ist für jede Schwerpunktsenergie in Tabelle 4.1 für die zwei Datenversionen gezeigt.

4.2.2 OPAL

Die Selektion läuft hier in drei Stufen ab: Vorselektion hadronischer Ereignisse, Ausschluß von Ereignissen mit deutlicher ISR bei Schwerpunktsenergien ab 130 GeV, und Ausschluß von Vierfermion Untergründereignissen bei Schwerpunktsenergien ab 161 GeV – d.h. über der W^+W^- -Schwelle, wo sie dominant vorliegen.

Die Schnitte bei 91 GeV sind identisch zu jenen in Referenz [92], diejenigen bei höheren Energien wurden gegenüber den ersten Veröffentlichungen optimiert und sind in den Referenzen [48, 93] dokumentiert. Die für diese Analyse entscheidenden Teile des OPAL-Detektors (elektromagnetisches Kalorimeter, Spurkammer und Trigger-System) mussten vollständig betriebsbereit sein.

Zur Auswahl guter Spuren und Kalorimetercluster für die folgende Analyse werden hier folgende Standardkriterien verwendet: Spuren geladener Teilchen müssen aus mindestens 40 Treffern in der Spurkammer bestehen und zugleich aus wenigstens 50% der maximal möglichen Anzahl für den gegebenen Polarwinkel der Spur. Der Transversalimpuls muß wenigstens 0.15 GeV betragen. Zudem darf der der Kollisionsachse nächste Punkt der interpolierten Spur vom nominellen Kollisionspunkt nur weniger als 2 cm in der xy -Ebene entfernt sein, und weniger als 25 cm in der z -Richtung. Cluster im elektromagnetischen Kalorimeter müssen eine Energie von wenigstens 0.10 GeV im Zentralteil besitzen, oder 0.25 GeV in einer Endkappe.

- Die L2MH⁶-Vorselektion muß bei LEP2 - Energien erfüllt sein:
 - Das Ereignis muß mindestens fünf gute Spuren in der zentralen Spurkammer enthalten. Eine *gute Spur* ist folgendermaßen definiert:
 - * Der Impuls transversal zur Strahlachse genügt $p_T \geq 50$ MeV.
 - * In der Spurkammer werden mindestens 20 Hits gesehen.

⁵Auch um diesen Schnitt wird später mittels Monte Carlo - Modellen wieder korrigiert. Trotzdem ist die Datenqualität auf diesem Weg besser, da der Detektorbereich mit ungenügender Akzeptanz von der Simulation schlecht beschrieben wird.

⁶Lep2 MultiHadron.

- * Die Spur wird zum Punkt des minimalen Abstands von der Strahlachse extrapoliert. Dieser darf vom Wechselwirkungspunkt nicht mehr als 40 cm entfernt sein, gemessen parallel zur Strahlachse; und nicht mehr als 2 cm, gemessen transversal zur Strahlachse.
- Mindestens sieben gute Cluster im Kalorimeter werden gefordert. *Gute Cluster* haben eine unkorrigierte Energie von mindestens 100 MeV im Barrel oder 200 MeV in einer Endkappe, sowie Energiedeposition in mindestens einem Bleiglasblock im Barrel oder in mindestens zwei Blöcken in einer Endkappe.
- Der Anteil R_{vis} sichtbarer Energie muß mindestens 14% betragen:

$$R_{\text{vis}} \equiv \frac{\sum E_{\text{raw}}}{2 E_{\text{beam}}} \geq 0.14.$$

E_{raw} ist die nicht korrigierte Energie der guten Cluster.

- Die Energiebilanz R_{bal} muß folgender Beziehung genügen:

$$R_{\text{bal}} \equiv \left| \frac{\sum E_{\text{raw}} \cos \theta}{\sum E_{\text{raw}}} \right| \leq 0.75.$$

Bei 91 GeV fordern wir stattdessen Erfüllung der TKMH⁷-Vorselektion. Sie ist definiert wie die L2MH-Vorselektion, nur ist der Schnitt auf sichtbare Energie mit $R_{\text{vis}} \geq 0.10$ etwas loser, und der Schnitt auf die Energiebilanz mit $R_{\text{bal}} \leq 0.65$ etwas strenger.

- Die Anzahl guter Spuren geladener Teilchen muß bei LEP 1 - Energien größer als vier sein, und sonst größer als sechs.

Nach obigen Schnitten sind $\tau^+\tau^-$ - und Zweiphoton- Untergrund vernachlässigbar.

- Der Polarwinkel der Thrust-Achse muß $|\cos \theta_T| < 0.9$ genügen, damit die Ereignisse vom Detektor-Akzeptanzbereich gut erfasst sind.

Bei Energien deutlich über M_{Z^0} ist der Prozess der *radiativen Rückkehr* zum Z^0 allgegenwärtig (englisch: *radiative return*). Um die Eigenschaften hadronischer Ereignisse an einer wohldefinierten Energie zu untersuchen, sind Ereignisse auszuschließen, die viel Energie durch ISR verloren haben. Die tatsächliche Schwerpunktsenergie $\sqrt{s'}$ nach ISR wird für jedes selektierte Ereignis mit dem in Referenz [93] beschriebenen Algorithmus abgeschätzt. Dieser Algorithmus berechnet die effektive Energie des hadronischen Systems, welches in

⁷ToKyo MultiHadron.

maximal vier Durham-Jets (siehe Abschnitt 2.4) zerlegt wurde. Dabei werden Photonen ausgeschlossen, die im elektromagnetischen Kalorimeter identifiziert wurden oder (in Richtung der Strahlachse, für ein oder zwei Photonen) aus einem kinematischen Fit gewonnen wurden.

- Bei Schwerpunktsenergien ab 130 GeV ergibt die der Detektorauflösung entsprechende Forderung $\sqrt{s} - \sqrt{s'} < 10$ GeV einen Satz weitgehend nichtradiativer Ereignisse. Die selektierten Ereignisse enthalten also keine hochenergetische ISR, welche die Kinematik und Topologie des Endzustandes beeinflussen würde.

Ausschluß von Vierfermion-Ereignissen

Bei Energien über der Schwelle von 161 GeV bilden elektroschwache Prozesse mit Produktion eines W^+W^- - Paares auf der Massenschale und vier Fermionen im Endzustand einen wesentlichen Untergrund. Figur 4.3 zeigt die hauptsächlich beitragenden Prozesse. Über der Schwelle von etwa 182 GeV

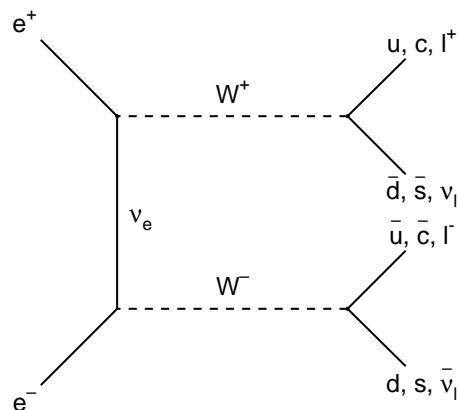


Abbildung 4.3: Typische Vierfermion-Produktion aus einem W^+W^- -Paar.

tragen auch ähnliche Prozesse mit einem Paar von Z^0 -Bosonen bei.

Schwierig vom Signal zu trennen sind insbesondere diejenigen Prozesse mit $q\bar{q}q\bar{q}$ -Endzuständen. Zur Reduktion waren in der OPAL-Kollaboration drei verschiedene Selektionen üblich. Diese maßgeblichen Selektionen basieren auf einer Methode relativer Wahrscheinlichkeiten [94]. Hierbei wird jeweils stets dieselbe Methode angewandt, die in die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten eingehende unterliegende Referenzverteilung wird zu jedem Energiebereich neu berechnet. Bei Schwerpunktsenergien ab 161 GeV waren folgende Schnitte auf die Vierfermionwahrscheinlichkeiten üblich:

- Das QCD Ereignis-Gewicht⁸

$$W_{\text{QCD}} = \max_{\{p_1, p_2, p_3, p_4\}} \log \left(|\mathcal{M}(p_1, p_2, p_3, p_4)|^2 \right)$$

muß $W_{\text{QCD}} > -0.5$ genügen.

- Die semileptonische $q\bar{q}\ell\nu$ -Wahrscheinlichkeit⁹ muß $\mathcal{L}_{q\bar{q}\ell\nu} < 0.5$ genügen.
- Die $q\bar{q}q\bar{q}$ -Wahrscheinlichkeit¹⁰ muß $\mathcal{L}_{q\bar{q}q\bar{q}} < 0.25$ genügen.

Insbesondere die Schnitte auf W_{QCD} und $\mathcal{L}_{q\bar{q}q\bar{q}}$ dürften stark redundant sein, deshalb lohnt eine genauere Untersuchung hierzu. Um die beste Kombination der Schnitte zu finden, wird die gesamte Analyse am Energiepunkt 200 GeV für die Momente der wichtigsten Ereignisformvariablen mit unterschiedlichen Schnitten wiederholt, siehe Figuren 4.4 bis 4.6. Dargestellt ist jeweils in der

1. Spalte: In der Analyse wird nur der Schnitt auf das QCD-Ereignisgewicht W_{QCD} verwendet. Diese Selektion entspricht jener in [95], und sie ergab bei Schwerpunktsenergien bis 189 GeV noch zufriedenstellende Ergebnisse. Die Reinheit beträgt bei 200 GeV $p=89\%$, die Effizienz $e=78\%$.
2. Spalte: Verwendet werden die Schnitte auf W_{QCD} und $\mathcal{L}_{q\bar{q}\ell\nu}$. Bei 200 GeV ergibt sich $p=91\%$ und $e=78\%$.
3. Spalte: Verwendet werden die Schnitte auf W_{QCD} , $\mathcal{L}_{q\bar{q}\ell\nu}$ und $\mathcal{L}_{q\bar{q}q\bar{q}}$ wie in [97]. Bei 200 GeV ergibt sich $p=94\%$ und $e=77\%$. Die Effizienz nimmt also nur unwesentlich ab; der Untergrund wird um den Faktor 2 reduziert, der $q\bar{q}q\bar{q}$ -Anteil um den Faktor 1.9. Die simultanen Schnitte auf die stark korrelierten Wahrscheinlichkeiten W_{QCD} und $\mathcal{L}_{q\bar{q}q\bar{q}}$ lassen eine eventuell starke systematische Verschiebung erwarten.
4. Spalte: Verwendet werden lediglich die Schnitte auf $\mathcal{L}_{q\bar{q}\ell\nu}$ und $\mathcal{L}_{q\bar{q}q\bar{q}}$. Es ergibt sich $p=94\%$ und $e=78\%$.

⁸Gemäß [95] wird mit EVENT2 [54] das QCD-Matrixelement \mathcal{M} berechnet nach Zwingen des Ereignisses in Vierjet-Konfiguration durch entsprechendes Anpassen des Parameters y_{cut} im Durham-Jetalgorithmus, vgl. Abschnitt 2.4. Der Ausdruck wird durch Permutation der Impulse p_i der rekonstruierten Jets maximiert.

⁹Sie beruht [94] wiederum auf drei separaten Wahrscheinlichkeits-Selektionen für die Prozesse $W^+W^- \rightarrow q\bar{q}e\nu_e$, $W^+W^- \rightarrow q\bar{q}\mu\nu_\mu$, und $W^+W^- \rightarrow q\bar{q}\tau\nu_\tau$.

¹⁰Sie basiert [94] auf vier eingehenden Variablen: W_{QCD} , $\log(W_{\text{CC03}})$ – dem EXCALIBUR [96] - Matrixelement für den Prozess $W^+W^- \rightarrow q\bar{q}q\bar{q}$, sowie $\log(y_{45})$ – dem Logarithmus des Durham Vierjet-Flippparameters, und der Sphärizität des Ereignisses. In dem mehrdimensionalen Raum dieser Variablen wird eine Wahrscheinlichkeit berechnet.

Die erste Reihe zeigt jeweils die gemessenen Momente von $1 - T$, C , M_H , B_T , B_W und y_{23} .

Die zweite Reihe enthält die Korrekturfaktoren. In der vierten Spalte liegen sie geringfügig näher an Eins als in der dritten, dies könnte eine etwas kleinere systematische Verschiebung andeuten.

In der dritten Reihe sind statistischer und totaler Fehler dargestellt, normiert auf den totalen Fehler aus der Messung in Spalte 3. Die eingehenden experimentellen Variationen werden in Abschnitt 4.4 näher erläutert; die hier untersuchten Schnitte werden jeweils auf einen höheren und tieferen Wert variiert. Der W_{QCD} -Schnitt wird auf $W_{\text{QCD}} > 0.0$ verschärft und auf $W_{\text{QCD}} > -0.8$ gelockert.

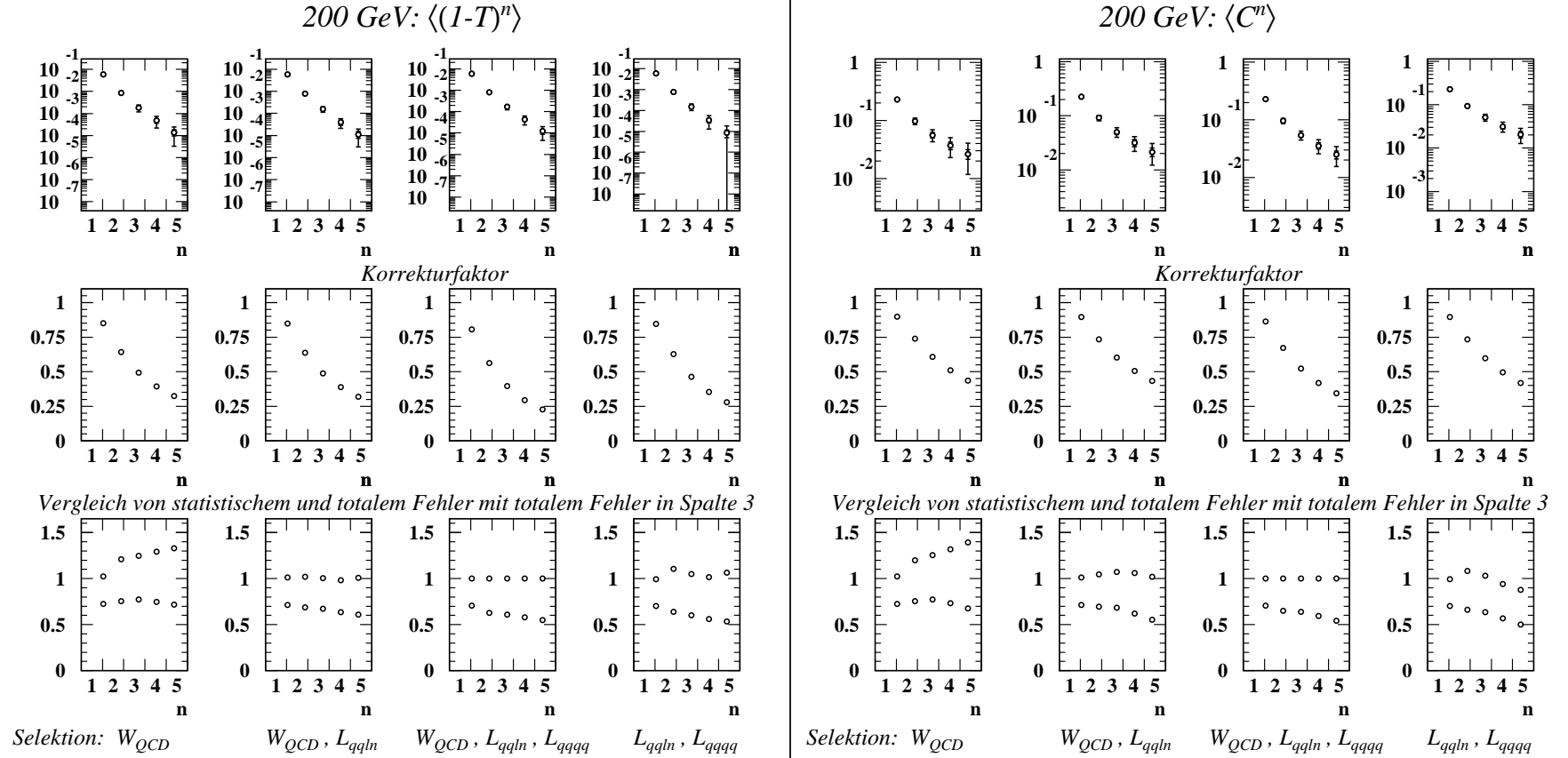


Abbildung 4.4: Momente von Thrust, $\langle(1-T)^n\rangle$, und C -Parameter, $\langle C^n\rangle$, für $n = 1 \dots 5$ auf Hadronniveau bei 200 GeV (statistische und totale Fehler); Detektorkorrekturfaktoren, gemessen unter vier unterschiedlichen Mengen von Selektionsschnitten; sowie Quotienten von totalem und statistischem Fehler mit totalem Fehler aus der Messung unter Schnitten auf W_{QCD} , $\mathcal{L}_{q\bar{q}\ell\nu}$ und $\mathcal{L}_{q\bar{q}q\bar{q}}$.

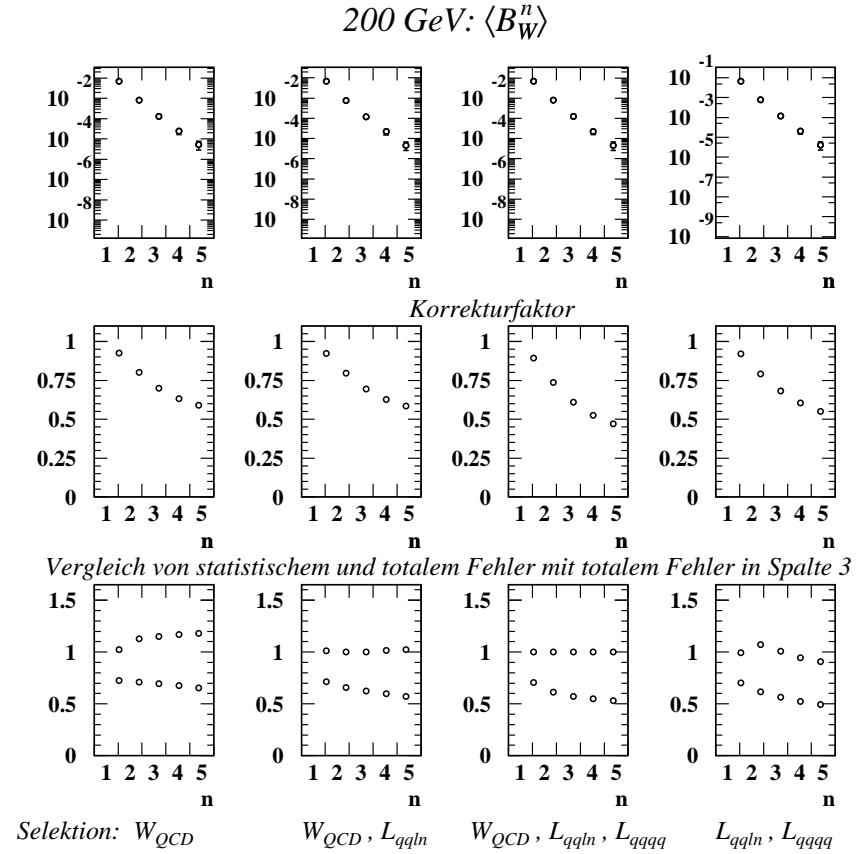
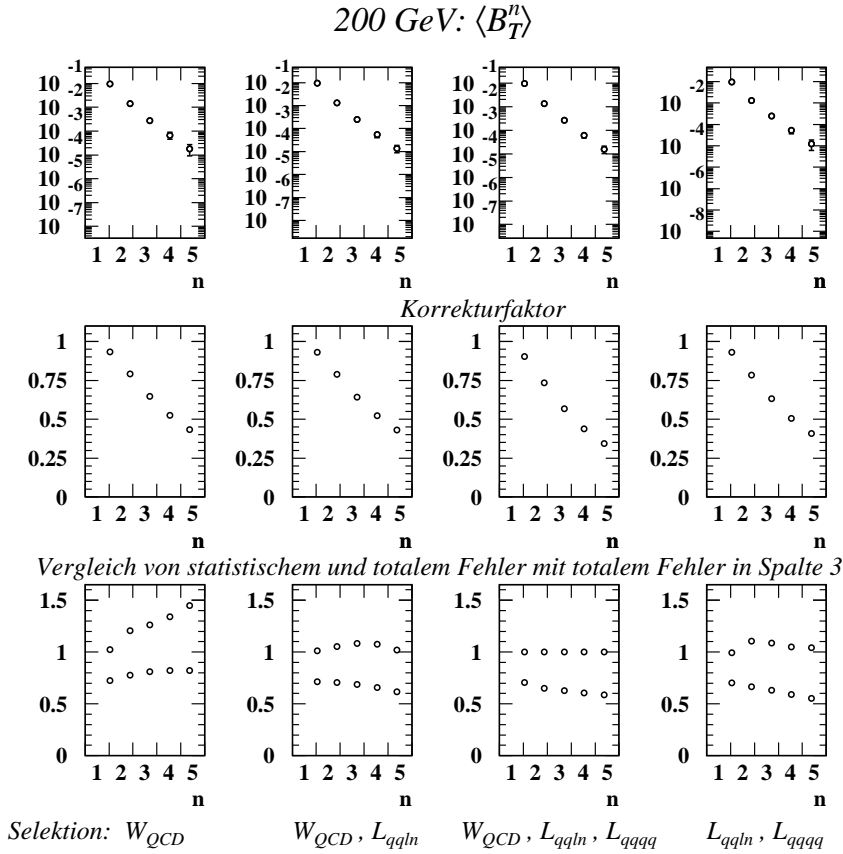


Abbildung 4.5: Momente von Total Jet Broadening, $\langle B_T^n \rangle$, und Wide Jet Broadening, $\langle B_W^n \rangle$, für $n = 1 \dots 5$ auf Hadronniveau bei 200 GeV (statistische und totale Fehler); Detektorkorrekturfaktoren, gemessen unter vier unterschiedlichen Mengen von Selektionsschnitten; sowie Quotienten von totalem und statistischem Fehler mit totalem Fehler aus der Messung unter Schnitten auf W_{QCD} , $\mathcal{L}_{q\bar{q}\ell\nu}$ und $\mathcal{L}_{q\bar{q}q\bar{q}}$.

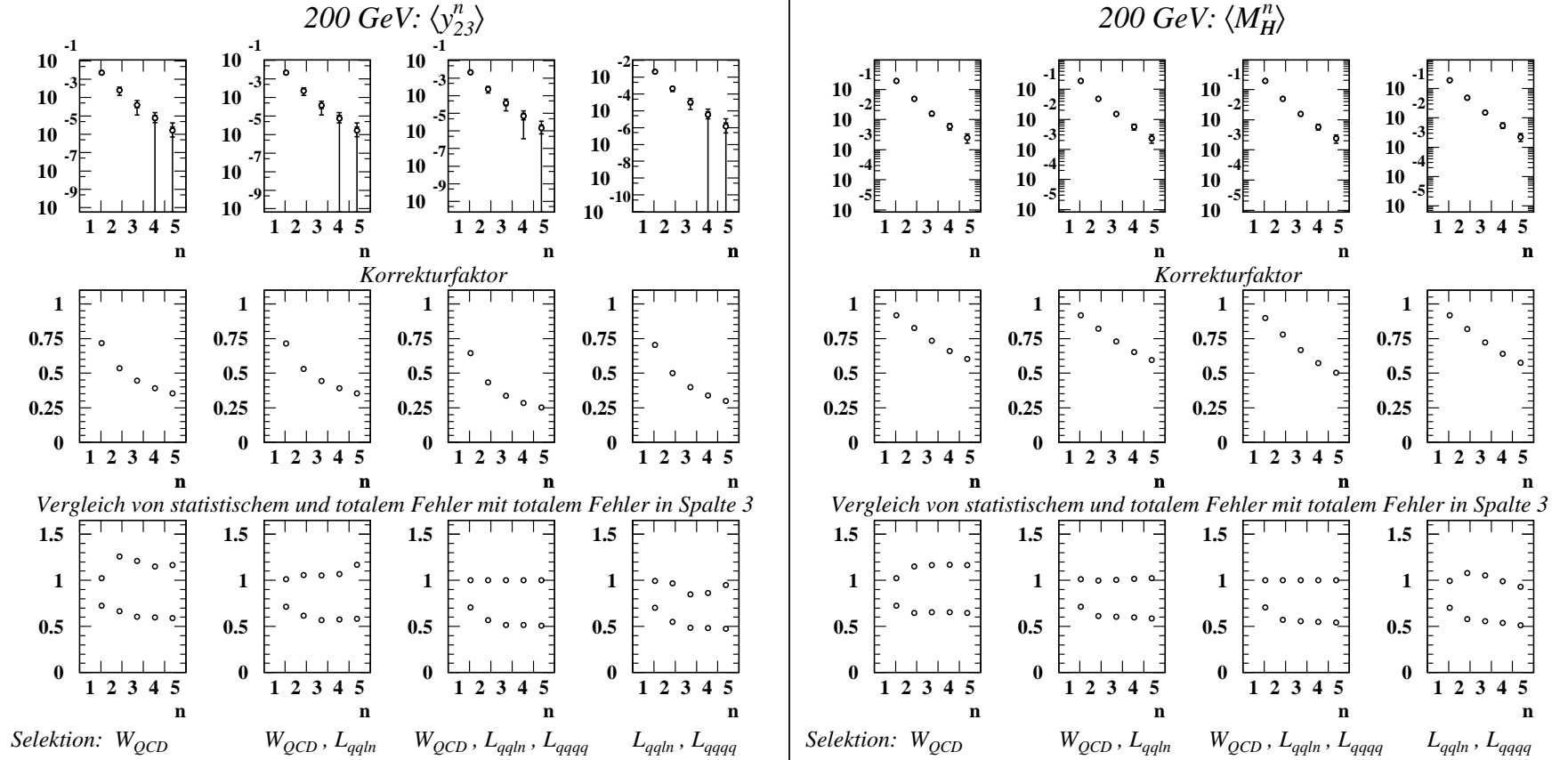


Abbildung 4.6: Momente von Durham Zweijet-Flippparameter, $\langle y_{23}^n \rangle$, und Heavy Jet Mass, $\langle M_H^n \rangle$, für $n = 1 \dots 5$ auf Hadronniveau bei 200 GeV (statistische und totale Fehler); Detektorkorrekturfaktoren, gemessen unter vier unterschiedlichen Mengen von Selektionsschnitten; sowie Quotienten von totalem und statistischem Fehler mit totalem Fehler aus der Messung unter Schnitten auf W_{QCD} , $\mathcal{L}_{q\bar{q}\ell\nu}$ und $\mathcal{L}_{q\bar{q}q\bar{q}}$.

Die Variationen liefern bei den vier unterschiedlichen Selektionen die in Tabelle 4.6 aufgeführten Unterschiede in der Anzahl selektierter Ereignisse.

| Verwendete Schnitte | W_{QCD} | $W_{\text{QCD}},$ $\mathcal{L}_{q\bar{q}\ell\nu}$ | $W_{\text{QCD}},$ $\mathcal{L}_{q\bar{q}\ell\nu},$ $\mathcal{L}_{q\bar{q}q\bar{q}}$ | $\mathcal{L}_{q\bar{q}\ell\nu},$ $\mathcal{L}_{q\bar{q}q\bar{q}}$ |
|--|------------------|--|---|--|
| $W_{\text{QCD}} > -0.8$ | -11.7% | -11.5% | -7.8% | - |
| $W_{\text{QCD}} > 0.0$ | +7.5% | +7.2% | +1.8% | - |
| $\mathcal{L}_{q\bar{q}\ell\nu} < 0.25$ | - | -0.3% | -0.3% | -0.3% |
| $\mathcal{L}_{q\bar{q}\ell\nu} < 0.75$ | - | +0.4% | +0.4% | +0.4% |
| $\mathcal{L}_{q\bar{q}q\bar{q}} < 0.1$ | - | - | -4.6% | -6.8% |
| $\mathcal{L}_{q\bar{q}q\bar{q}} < 0.4$ | - | - | +2.3% | +4.4% |

Tabelle 4.6: Systematische Unterschiede in der Anzahl selektierter Ereignisse für vier unterschiedliche zugrundegelegte Mengen von Schnitt-Variablen.

Verwendung lediglich des W_{QCD} -Schnitts ergibt aufgrund der geringen Reinheit einen größeren systematischen Fehler. Hinzunahme des Schnitts auf $\mathcal{L}_{q\bar{q}\ell\nu}$ verbessert die Situation, aber etwa bei y_{23} ist die Unsicherheit immer noch groß. Bei Verwendung der Schnitte auf $\mathcal{L}_{q\bar{q}\ell\nu}$ und $\mathcal{L}_{q\bar{q}q\bar{q}}$ wird der systematische Fehler durch Hinzunahme des Schnitts auf W_{QCD} manchmal etwas verkleinert und manchmal etwas vergrößert. Eine exakte Bewertung ist somit schwierig, die systematischen Variationen sind jedoch ohnehin nicht als quantitativ gleichwertig einzuschätzen. Den Schnitt auf W_{QCD} nicht zu verwenden macht die Analyse jedoch einfacher sowie methodisch klarer und ist somit vorzuziehen.

Die OPAL-Selektion (wie sie auch in [48] verwendet wurde) lautet hiermit zusammengefasst:

- TKMH-Vorselektion bei LEP 1 -, L2MH-Vorselektion bei LEP 2 - Energien.
- Mehr als vier gute Spuren bei LEP 1 - Energien, sonst mehr als sechs.
- $|\cos\theta_T| < 0.9$.
- $\sqrt{s} - \sqrt{s'} < 10$ GeV ab 130 GeV.
- $\mathcal{L}_{q\bar{q}\ell\nu} < 0.5$ und $\mathcal{L}_{q\bar{q}q\bar{q}} < 0.25$ ab 161 GeV.

4.2.3 Anzahl selektierter Ereignisse

Tabelle 4.3 zeigt die Zahlen selektierter nichtstrahlender $q\bar{q}$ -Ereignisse. Sie sind konsistent mit den Erwartungen aus Monte Carlo - simulierten Ereignissen. Die Akzeptanz für simulierte nichtstrahlende Ereignisse (bei OPAL-Energien diejenigen mit $\sqrt{s} - \sqrt{s'} < 1$ GeV) nach allen Schnitten liegt im Bereich von 88.5% bei 91 GeV (hier ist der Akzeptanzverlust grösstenteils geometrischer Natur, resultierend aus dem Schnitt $|\cos\theta_T| < 0.9$) bis 76.5% bei 207 GeV. Der restliche (insbesondere Vierfermion-) Untergrund ist unter 161 GeV vernachlässigbar, und beträgt sonst 2.1% bei 161 GeV bis 6.2% bei 207 GeV; siehe auch [48].

4.3 Korrektur für Detektoreffekte

Für jedes akzeptierte Ereignis wird aus dem Detektorsignal der Wert aller Ereignisformvariablen berechnet. Um Doppeltzählen von Energie in Spurkammer und Kalorimeter möglichst zu vermeiden, wird bei JADE wie OPAL [98] ein Standardalgorithmus verwendet, welcher Spuren geladener Teilchen mit Kalorimeter-Clustern assoziiert und den abgeschätzten Beitrag der geladenen Teilchen von der Kalorimeter-Energie abzieht (bei JADE ist er schon zur Selektion nötig, siehe Unterabschnitt 4.2.1). Die danach übrigen Kalorimeter-Cluster sowie alle ausgewählten Spuren werden in der Berechnung des Wertes der Ereignisformvariablen verwendet.

Zur Berechnung der Momente $\langle y^n \rangle$ der Ereignisformvariablen werden Summen über alle N selektierten Ereignisse akkumuliert. Von diesen Summen wird der analog berechnete, aus simulierten Ereignissen abgeschätzte, restliche Untergrund-Beitrag $\langle y^n \rangle_{\text{Bkg,MC}}$ abgezogen.

Bei JADE erhält man nach den Schnitten einen sehr reinen Satz von $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ - Ereignissen, siehe obige Diskussion. Die QCD-Vorhersagen wurden für masselose Quarks berechnet, und deshalb ziehen wir von den Daten die – mittels des zur Detektorkorrektur verwendeten Monte Carlo - Modells abgeschätzten, siehe Unterabschnitt 4.1.1 – beitragenden Observablenwerte aus $b\bar{b}$ -Ereignissen ab.

Zweierlei Momente werden aus Monte Carlo - simulierten $q\bar{q}$ -Ereignissen berechnet, vgl. Abschnitt 2.3: Die Momente auf Detektor-Niveau ergeben sich aus Behandlung der simulierten Ereignisse identisch zu den Daten; jene auf Hadron-Niveau werden aus den wahren Impulsen der stabilen Teilchen im Ereignis berechnet. Hierfür werden alle Teilchen mit Lebensdauer über 3×10^{-10} s als stabil betrachtet, da diese meist außerhalb des aktiven De-

tektorstromen zerfallen.¹¹ Der Zerfall genügend kurzlebiger Teilchen wurde bereits auf Generatorniveau simuliert. Lediglich der Zerfall von Teilchen in keiner dieser beiden Klassen muß in der Detektorsimulation mitbehandelt werden. Hierfür werden nur Ereignisse benutzt, deren Schwerpunktsenergie s' nach ISR der Beziehung $\sqrt{s} - \sqrt{s'} < 1 \text{ GeV}$ (bei OPAL) bzw. $\sqrt{s} - \sqrt{s'} < 0.15 \text{ GeV}$ (bei JADE) genügt.¹²

Dann wird um Detektoreffekte (primär beschränkte Detektorakzeptanz und -Auflösung) sowie ISR-Effekte in den Ereignissen nach Schnitten korrigiert. Hierzu wird mit dem Verhältnis der Momente auf Hadronniveau exklusive ISR und Detektorniveau inklusive ISR aus simulierten Ereignissen als Detektor-Korrekturfaktor multipliziert:

$$\langle y^n \rangle_{\text{Had}} = \frac{\langle y^n \rangle_{\text{Had,MC}}}{\langle y^n \rangle_{\text{Det,MC}}} \cdot (\langle y^n \rangle_{\text{Det}} - \langle y^n \rangle_{\text{Bkg,MC}}) \quad (4.1)$$

Obwohl es sich bei dieser einfachen Korrektur um eine relative Korrektur handelt, werden die Ergebnisse in Richtung der Vorhersage verzerrt. Sie ist somit nur korrekt, wenn das Monte Carlo - Modell die Daten auf Hadron- sowie Detektorniveau hinreichend gut beschreibt; siehe hierzu Unterabschnitt 4.5.1 sowie Anhang A: Insbesondere die Ereignisformvariablen mit den vollständigsten theoretischen Vorhersagen – das sind $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} und M_H – werden zufriedenstellend beschrieben.

Die mit PYTHIA und HERWIG bestimmten Detektorkorrekturfaktoren

$$C^{\text{detector}} \equiv \frac{\langle y^n \rangle_{\text{Had,MC}}}{\langle y^n \rangle_{\text{Det,MC}}}$$

sind für $y=1 - T$, B_T , B_W , C , M_H , y_{23} mit $n=1 \dots 5$ in den Figuren 4.7 bis 4.10 für einige repräsentative Schwerpunktsenergien gezeigt. Die Korrektur ist meist moderat, nur bei hohen OPAL-Energien weichen die Faktoren stärker von Eins ab und überschreiten zum Teil sogar den Wert Zwei. Bei niedrigen JADE-Energien und hohen OPAL-Energien unterscheiden sich die Detektorkorrekturen aus PYTHIA bzw. HERWIG etwas, während sie bei mittleren Schwerpunktsenergien für die meisten Observablen gut übereinstimmen. Der Unterschied in den Korrekturen geht in die experimentelle

¹¹Bei 91 GeV beträgt die Multiplizität eines hadronischen Ereignisses etwa 40, die mittlere Teilchenenergie 2.3 GeV. Ein Pion mit Lebensdauer $\tau = 2.6 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ hat bereits bei 1 GeV eine Zerfallslänge von 56 m und es zerfällt fast immer außerhalb des aktiven Detektorvolumens. Für ein K_S^0 mit $\tau = 0.89 \cdot 10^{-10} \text{ s}$ beträgt sie bei 5 GeV erst 2.7 m, es zerfällt also meist noch innerhalb des aktiven Detektorvolumens.

¹²Dieser Energieschnitt ist relativ willkürlich, er muß jedoch größer sein als der in den Monte Carlo - Generatoren bei der Ereigniserzeugung verwendete, vgl. auch Abschnitt 5.1.

systematische Unsicherheit ein, siehe den folgenden Abschnitt 4.4. Die korrigierten Summen werden dann mit der analog berechneten Gesamtzahl der Ereignisse normiert,¹³ was die Endresultate von $\langle y^n \rangle$ ergibt.

Der statistische Fehler der Momente wird nach Formel (2.17) auf Detektorniveau berechnet und dann unter Berücksichtigung auch der Monte Carlo - Statistik derselben Detektorkorrektur unterzogen.¹⁴

¹³D.h. selektierte Ereignisse werden gezählt, und gemäß Formel (4.1) mit $n = 0$ werden simulierte restliche Untergrundereignisse abgezogen und Detektoreffekte korrigiert.

¹⁴Ein äquivalentes Verfahren ist die Berechnung des statistischen Fehlers auf Hadronniveau mittels Formel (2.17). Auf diesem Weg existieren jedoch numerische Probleme.

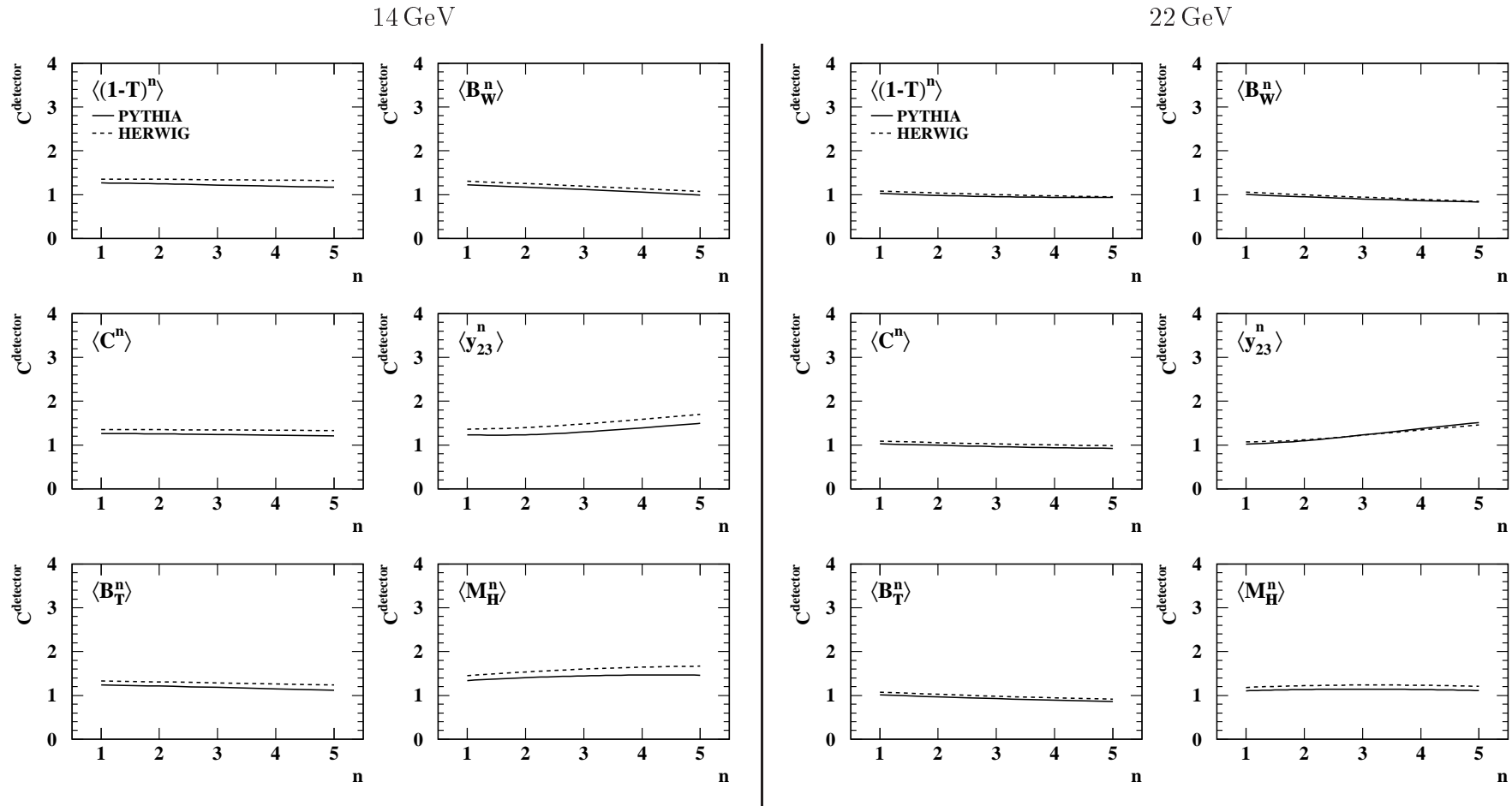


Abbildung 4.7: Detektorkorrekturen bei $\sqrt{s} = 14$ GeV und $\sqrt{s} = 22$ GeV, berechnet mittels PYTHIA und HERWIG.

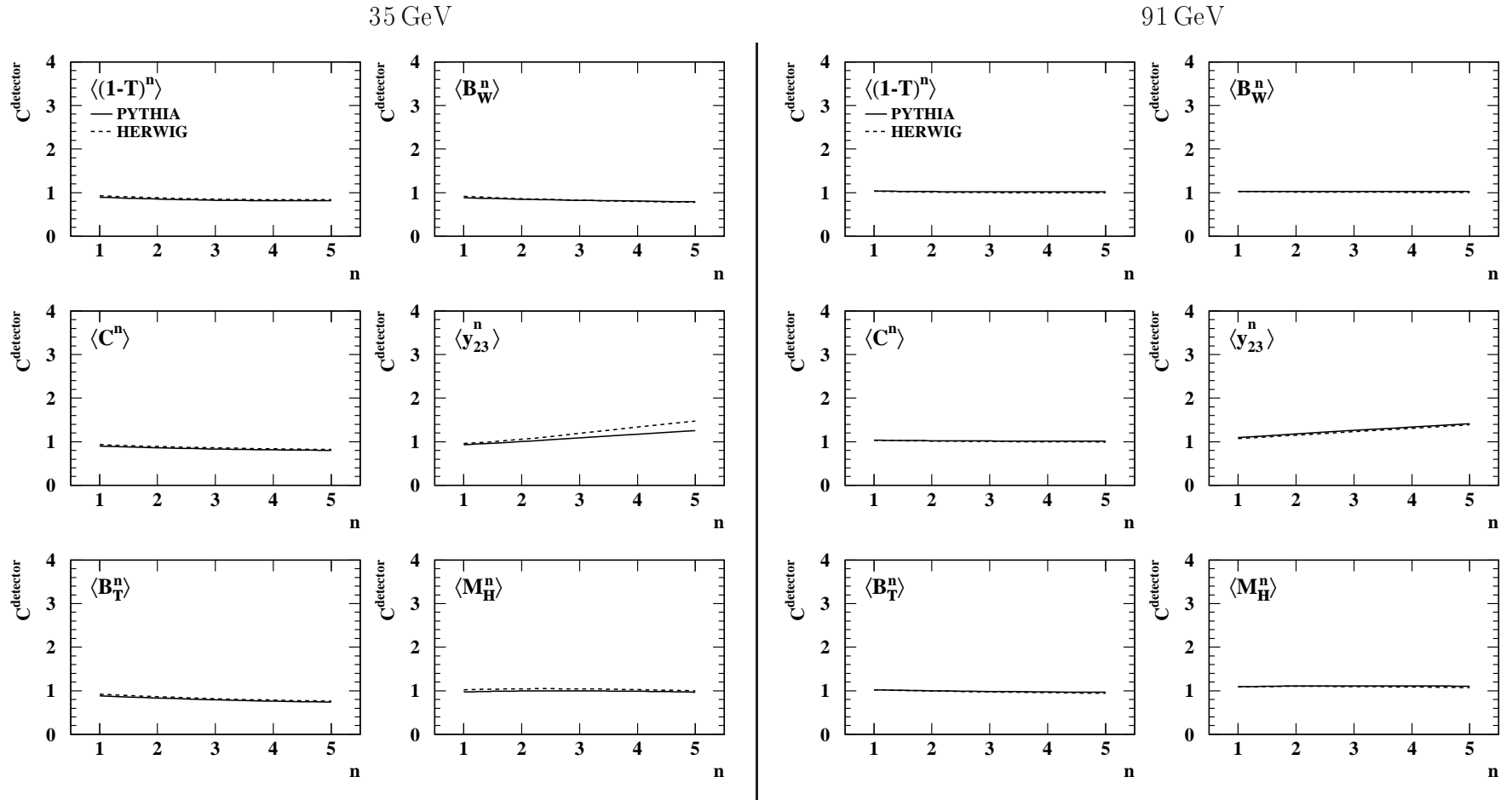


Abbildung 4.8: Detektorkorrekturen bei $\sqrt{s} = 35$ GeV und $\sqrt{s} = 91$ GeV, berechnet mittels PYTHIA und HERWIG.

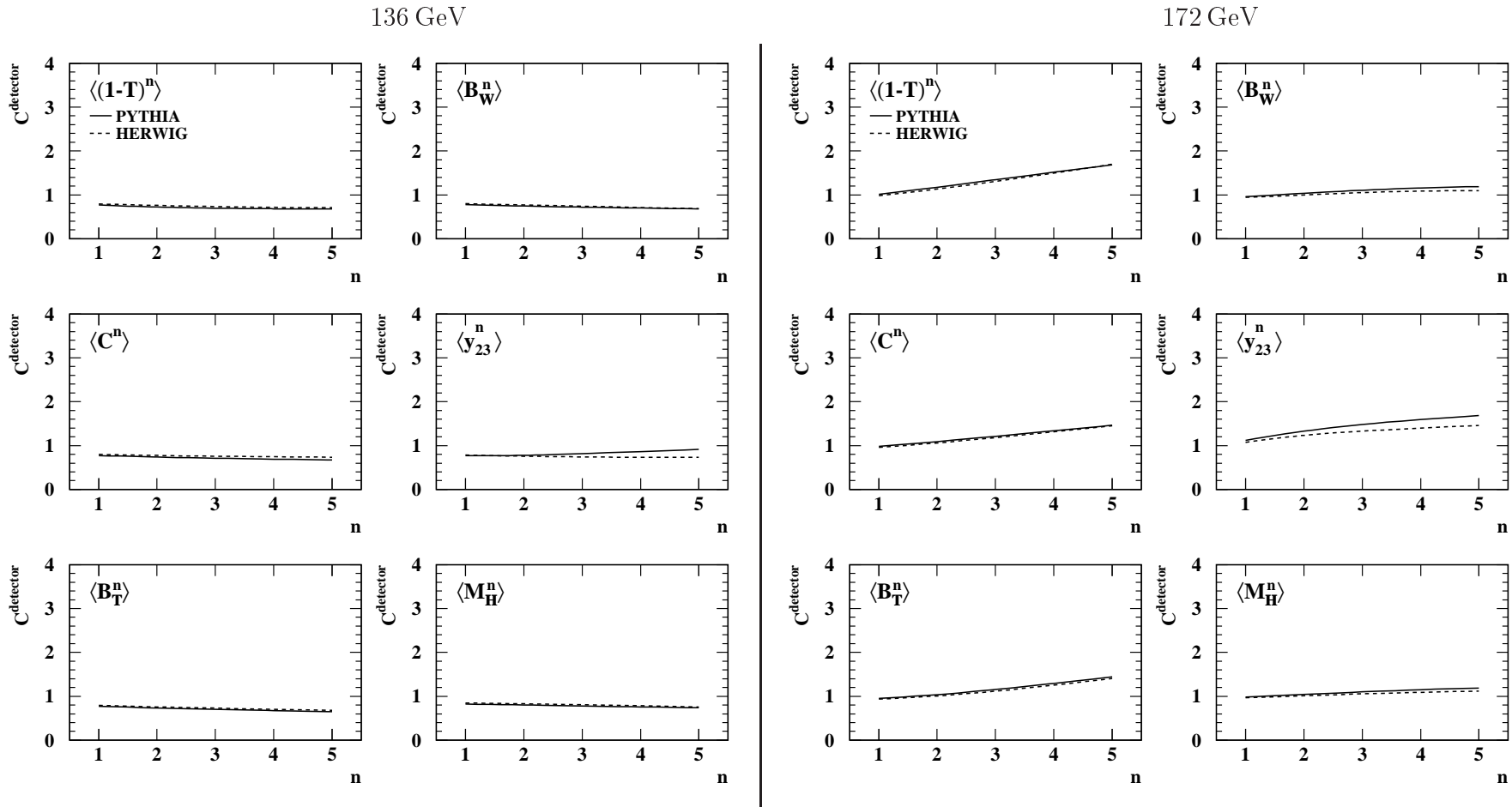


Abbildung 4.9: Detektorkorrekturen bei $\sqrt{s} = 136$ GeV und $\sqrt{s} = 172$ GeV, berechnet mittels PYTHIA und HERWIG.

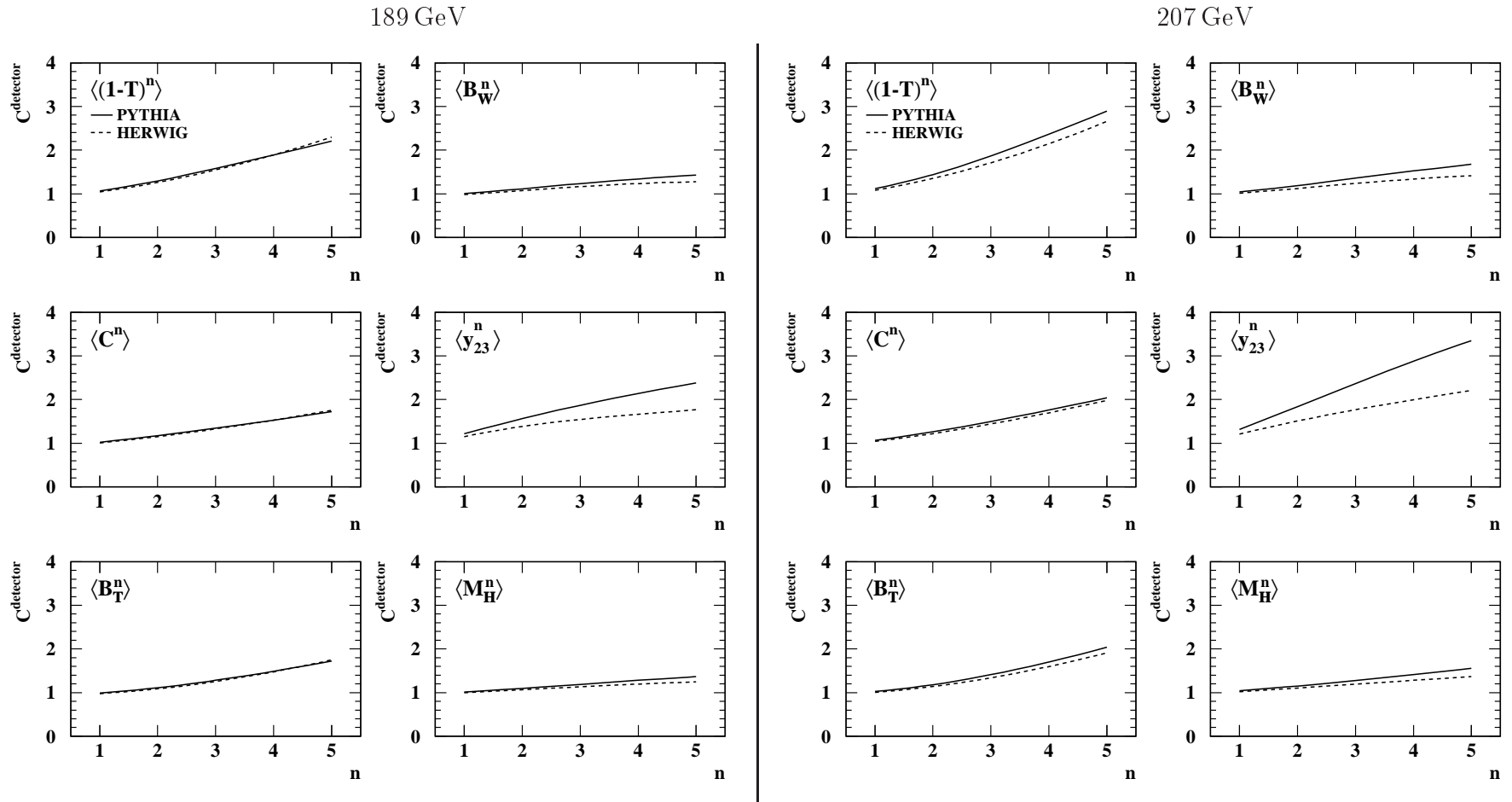


Abbildung 4.10: Detektorkorrekturen bei $\sqrt{s} = 189$ GeV und $\sqrt{s} = 207$ GeV, berechnet mittels PYTHIA und HERWIG.

Korrektur von MC-Testdaten

Die Korrekturprozedur kann geprüft werden, indem ein Monte Carlo - Datensatz mit Hilfe eines anderen korrigiert wird. Hierzu werden ARIADNE-Daten auf Detektorniveau mittels PYTHIA oder HERWIG um Detektoreffekte und restliche Strahlung im Anfangszustand korrigiert. Abbildung 4.11 zeigt Ausgangsdaten auf Hadronniveau und entsprechend rekonstruierte Daten für die Momente von Thrust, C-Parameter, Total- und Wide Jet Broadening, sowie Heavy Jet Mass und Durham Zweijet Flippparameter bei 196 GeV (bei dieser Schwerpunktsenergie sind Detektoreffekte groß). Die Messung der höheren Momente ist modellabhängiger, insbesondere für die Einhemisphärenvariablen B_W , y_{23} und M_H . Die Abweichungen liegen jedoch im Rahmen der statistischen Unsicherheiten und sind zudem in der Abschätzung der experimentellen Systematik abgedeckt, siehe den folgenden Abschnitt.

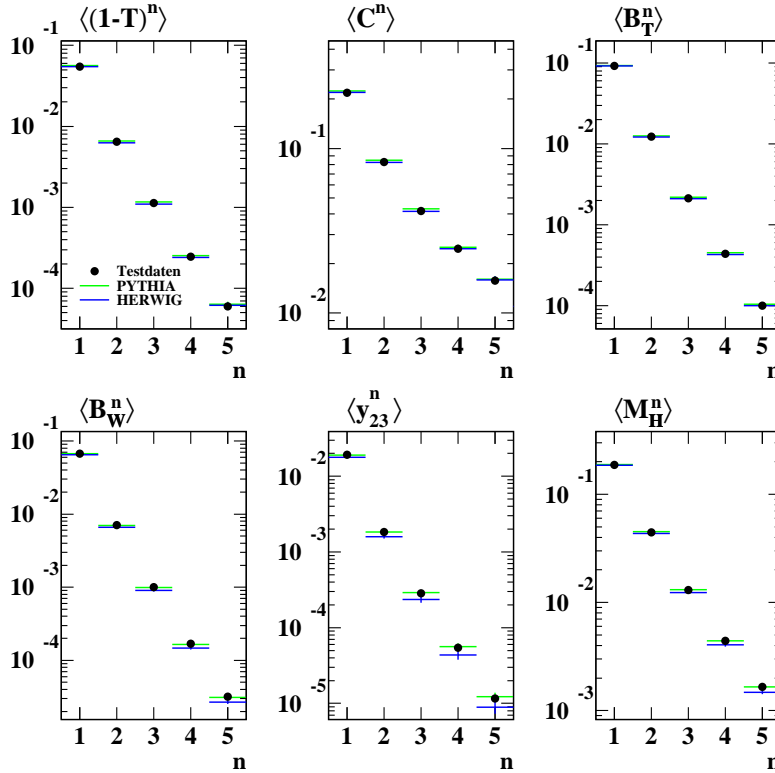


Abbildung 4.11: Test der Prozedur zur Korrektur von Detektor- und ISR-Effekten bei 196 GeV. Dargestellt ist die Rekonstruktion von ARIADNE-Testdaten mittels PYTHIA und HERWIG für die Momente der Ordnung $n = 1 \dots 5$ von Thrust, $\langle(1 - T)^n\rangle$, C-Parameter, $\langle C^n\rangle$, Total Jet Broadening, $\langle B_T^n\rangle$, Wide Jet Broadening, $\langle B_W^n\rangle$, Durham Zweijet-Flippparameter, $\langle y_{23}^n\rangle$, und Heavy Jet Mass, $\langle M_H^n\rangle$.

Alternativ zur Korrektur gemäß Formel (4.1) untersuchten wir folgendes Verfahren: Mittels Monte Carlo - Werten in feinen Klassen wurde für jedes selektierte Ereignis der um Detektor- und ISR-Effekte korrigierte Wert der Ereignisformvariablen y berechnet (analog der Korrektur einer klassifizierten Verteilung),

$$y_{\text{Had}} = \frac{y_{\text{Had,MC}}}{y_{\text{Det,MC}}} \cdot (y_{\text{Det}} - y_{\text{Bkg,MC}})$$

Aus diesen Werten wurden die Momente berechnet,

$$\sum_{i=1}^N y_{\text{Had},i}^n = N \langle y^n \rangle_{\text{Had}}.$$

Diese Korrektur könnte als adäquater erachtet werden, da weniger global korrigiert wird, sondern der jeweils relevante Teil des Phasenraums berücksichtigt wird. Sie führt für $n > 1$ zu deutlich verschiedenen Ergebnissen. Durch eine Korrektur von MC-Testdaten läßt sich dieses Verfahren als weniger adäquat bewerten – die Ausgangsdaten werden durch die korrigierten Daten für höhere Momentordnung nicht gut reproduziert. Ähnlich der Berechnung eines höheren Moments aus einer klassifizierten Verteilung führt bereits die Verwendung klassifizierter Korrekturfaktoren zu einer starken systematischen Verschiebung.

4.4 Experimentelle systematische Unsicherheiten

Beiträge zu systematischen Unsicherheiten der korrigierten Momente auf Hadron-Niveau werden abgeschätzt, indem die gesamte Analyse mit veränderten Schnitten oder Verfahren wiederholt wird. Die Differenz für jedes Moment wird jeweils als quadratisch gewichteter Beitrag zum systematischen Fehler genommen. Im Fall einer zweiseitigen Variation (oder allgemein zweier Variationen) wird die größere der beiden Abweichungen als symmetrischer Beitrag zum systematischen Fehler genommen, vgl. [99].

Folgende Variationen werden für JADE und OPAL in identischer Weise durchgeführt:

- In der Standardanalyse werden Spuren und Cluster assoziiert und die abgeschätzte Energie der Cluster wird abgezogen. Als Variation werden **alle** rekonstruierten Spuren und **alle** elektromagnetischen Cluster verwendet. Doppeltzählen von Energie wird in diesem Fall durch die Detektorkorrektur wieder berichtigt.
- Statt PYTHIA für die Korrektur der Detektoreffekte zu benutzen, werden von HERWIG erzeugte Ereignisse benutzt, wie in Abschnitt 4.3 beschrieben.
- Der Betrag des abgezogenen Untergrundes wird um $\pm 5\%$ variiert, um Unsicherheiten in der Abschätzung des Untergrundanteils ($b\bar{b}$ -Ereignisse bei niedrigen Schwerpunktsenergien, Vierfermion-Ereignisse bei hohen) in den Daten zu berücksichtigen.
- Der Schnitt auf den Polarwinkel der Thrustachse wird verschärft auf $|\cos(\theta_T)| < 0.7$. Dadurch werden etwa JADE-Ereignisse auf den Zentralteil des Detektors beschränkt, welcher Spuren und Cluster besser misst als die Endkappen.

Einige Variationen werden speziell in der Analyse der JADE-Daten durchgeführt:

- In der Standardanalyse wird die Datenversion von 9/87 verwendet. Als Variation wird der Datensatz von 5/88 benutzt.
- Der Schnitt auf fehlenden Impuls wird fallen gelassen oder verschärft auf $p_{\text{miss}}/\sqrt{s} < 0.25$.

- Der Schnitt auf Impulsbilanz wird fallen gelassen oder verschärft auf $p_{\text{bal}} < 0.3$.
- Der Schnitt auf Anzahl langer Spuren wird verschärft auf $N_{\text{long}} \geq 4$.
- Der Schnitt auf sichtbare Energie wird variiert zu $E_{\text{vis}}/\sqrt{s} > 0.45$ und $E_{\text{vis}}/\sqrt{s} > 0.55$.

Die dominierenen Effekte sind Benutzung der verschiedenen Datenversionen, gefolgt vom Gebrauch von HERWIG für die Detektorkorrektur.

Andere Variationen betreffen nur die OPAL-Analyse:

- Der Algorithmus aus Referenz [93] zur Berechnung von s' wird durch eine ältere und einfachere Version ersetzt, in der höchstens einem im Anfangszustand abgestrahltem Photon Rechnung getragen wird [100].
- Der Schnitt auf die $q\bar{q}q\bar{q}$ Vierfermion-Wahrscheinlichkeit wird auf $\mathcal{L}_{q\bar{q}q\bar{q}} < 0.1$ verschärft und auf $\mathcal{L}_{q\bar{q}q\bar{q}} < 0.4$ gelockert.
- Der Schnitt auf die $q\bar{q}l\nu$ Vierfermion-Wahrscheinlichkeit wird auf $\mathcal{L}_{q\bar{q}l\nu} < 0.25$ verschärft und auf $\mathcal{L}_{q\bar{q}l\nu} < 0.75$ gelockert.

In älteren OPAL LEP 1 - Analysen [6] wird eine Verschärfung des Schnittes auf die Anzahl guter Spuren als systematische Untersuchung durchgeführt. Statt mindestens fünf guter Spuren werden mindestens sieben gefordert. Dadurch kann Untergrund sicherer ausgeschlossen werden. Dieser systematische Effekt macht in unseren Ergebnissen etwa 1% der totalen experimentellen Systematik aus. Er kann deshalb vernachlässigt werden.

Die obigen Beiträge ergeben, quadratisch summiert, den systematischen Fehler.

4.5 Ergebnisse

4.5.1 Momente

Die ersten fünf Momente der Ereignisformvariablen $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} , M_H , $T_{\text{maj.}}$, $T_{\text{min.}}$, S , O , M_L und B_N nach Abzug von Untergrundprozessen und Korrektur um Detektoreffekte sind in Tabellen B.1 bis B.8 enthalten.

Dieselben Daten sind in Figuren 4.12 und 4.13 gezeigt. Für eine klarere Darstellung werden dort die Datenpunkte von 34.6 GeV bis 38.3 GeV kombiniert, gewichtet mit der Ereigniszahl, ebenso die Daten von 161.3 bis 182.7 GeV und diejenigen ab 188.6 GeV, womit man jeweils einen Satz hochenergetischer Daten mit großer Statistik erhält. Diese drei Datensätze, die Schwerpunktsenergien von 35.0, 177.4 und 197.0 GeV entsprechen, umfassen kleine \sqrt{s} -Bereiche, in denen sich harte und weiche QCD-Effekte vernachlässigbar ändern sollten. In den Figuren 4.12 und 4.13 sind die von den Modellen PYTHIA 6.1, HERWIG 6.2 und ARIADNE 4.11 vorhergesagten Momente mit Linien überlagert gezeigt.

Wie bereits in Unterabschnitt 2.5 erwähnt, werden die Momente für jede Ordnungszahl um etwa eine Größenordnung kleiner – weniger stark ist die Abnahme bei den Momenten von C -Parameter und Sphärizität. Dies erkennt man deutlich in der Darstellung der Momente bei 91.3 GeV gegen ihre Ordnungszahl n in Figur 4.16. Die Unsicherheiten sind dort wegen der hohen Datent Statistik und des logarithmischen Maßstabs der Abbildung nicht zu erkennen.

Zudem werden die höheren Momente mit der Schwerpunktsenergie stärker unterdrückt. Die Unsicherheiten der gemessenen Momente, sowohl die statistische als auch die systematische, nehmen mit der Momentenordnungszahl n stark zu. Am LEP 1 - Punkt und den meisten JADE - Punkten ist die Unsicherheit durch die experimentelle Systematik dominiert, an den LEP 2 - Punkten durch die Statistik.

Um einen klaren Vergleich zwischen Daten und Modellen zu ermöglichen, zeigen Figuren 4.14 und 4.15 die Differenz zwischen Daten und Modell, dividiert durch den totalen (d.h. quadratisch summierten statistischen und experimentell systematischen) Fehler des entsprechenden Moments. In Abwesenheit von Korrelationen sollten die summierten Quadrate dieser Differenzen einen χ^2 -Wert zur Bewertung der Übereinstimmung von Daten und Modell darstellen. Da jedoch starke Korrelationen zwischen den verschiedenen Momenten vorliegen,¹⁵ können diese Werte nur einen groben Anhaltspunkt der

¹⁵Anhang E enthält die Abschätzung der statistischen Korrelationen auf Hadronniveau

Übereinstimmung zwischen Daten und Modell geben.

Alle drei Modelle beschreiben die Daten gut. Die Momente der Vierjetvariablen $T_{\min.}$, M_L und B_N werden von den Monte Carlo - Modellen weniger gut reproduziert. HERWIG zeigt bei den höheren Momenten allgemein größere Abweichungen. Diese Beobachtung ist konsistent mit einem Vergleich der Verteilungen, wo HERWIG die größten Abweichungen in der Dreijet-Region zeigt [48]. Die Modelle PYTHIA und ARIADNE geben eine etwas bessere Beschreibung der Daten, wobei ARIADNE ihnen noch näher liegt als PYTHIA.

Größere Diskrepanzen sieht man jedoch in den präziseren 91 GeV-Daten. Die experimentelle Genauigkeit des 91 GeV-Datensatzes ist viel besser als die der anderen Datensätze, und deshalb ist der Vergleich zwischen Daten und Simulation bei 91 GeV sensitiver. Für die meisten Observable liegt HERWIG bei 91 GeV über den Daten, bei höheren Energien aber darunter. Die Differenzen zwischen Daten und Modell sind für die Vierjetobservablen in Abbildung 4.15 oft nicht mehr enthalten, sie betragen bei 91 GeV -7.4 bis -10.0 Standardabweichungen ($\langle T_{\min.}^n \rangle$, PYTHIA), -7.5 bis -4.4 ($\langle B_N^n \rangle$, PYTHIA), und -1.4 bis 7.1 Standardabweichungen ($\langle B_N^n \rangle$, HERWIG). Absolut gesehen sind die Vorhersagen an diesem Punkt jedoch sehr gut; der gemessene Wert liegt fast immer im Band der Vorhersagen der verschiedenen Modelle.

Zur Veranschaulichung der Empfindlichkeit der Daten bzgl. QCD-Effekten wie dem Laufen der starken Kopplung und Veränderungen bei der Hadronisierung siehe etwa die Mittelwerte von $1 - T$ und C bei 14 und 207 GeV, Tabellen B.1 und B.8. Die jeweiligen Werte von $\langle 1 - T \rangle$ unterscheiden sich um 17 Standardabweichungen (die experimentellen Fehler seien unkorreliert angenommen). Bei $\langle C \rangle$ erkennt man eine Differenz von 22 Standardabweichungen zwischen den Messungen bei 14 und 207 GeV. Die Daten sind also tatsächlich sensitiv gegenüber QCD-Effekten, d.h. perturbativen und/oder Hadronisierungseffekten.¹⁶

4.5.2 Varianzen

Die gemessenen Varianzen der Ereignisformvariablen sind analog dargestellt in den Tabellen C.1 und C.2, sowie den Figuren 4.17 und 4.18. Da es Vorhersagen für die Varianz von $\langle M_H^2 \rangle$ gibt, wird auch diese Größe gemessen. Wie bereits in Unterabschnitt 2.5.2 angedeutet, gibt es verschiedene Arten des Energieverlaufs: Die Varianz von M_H , M_H^2 , C , B_T , B_W , $T_{\text{maj.}}$ und O

mittels des Monte Carlo Generators PYTHIA.

¹⁶Ergebnisse unterhalb von 91 GeV wurden in [10] aus ISR-Ereignissen mit reduzierter effektiver Schwerpunktsenergie erhalten. Unsere Messung ist in diesem Energiebereich wesentlich genauer.

wird zu höheren Schwerpunktsenergien hin größer, diejenige von $1 - T$, y_{23} , $T_{\min.}$, S , M_L und B_N jedoch kleiner.

Die Verteilung von B_T ist in Abbildung 2.9 dargestellt: Da die Spitze der Verteilung bei hohen Energien niedriger liegt, steht auf der gegenüberliegenden Seite mehr Phasenraum zur Verfügung und der asymmetrische Ausläufer trägt quadratisch hoch gewichtet entsprechend stark bei. Bei B_N etwa (Abbildung 2.10) überwiegt dieser Effekt nicht. Hier ist die Verteilung bei höheren Energien tatsächlich schmaler.

Die zwei niedrigsten Energiepunkte der Varianz von y_{23} liegen allerdings wieder unterhalb des Wertes bei 35 GeV; dieser Verlauf wird auch von den Monte Carlo - Generatoren modelliert. Die Varianz von $1 - T$ ist bei 14.0 GeV kleiner als bei 22.0 GeV (die Werte sind allerdings statistisch noch fast verträglich und im Rahmen der Gesamtfehler konsistent). Dieser Verlauf wird von den Monte Carlo - Modellen nicht wiedergegeben.

Die Varianzen haben bei den niedrigen JADE-Schwerpunktsenergien im Vergleich zu den LEP 2 - Energien auffallend kleine statistische Fehler. Das ist formal nicht offensichtlich, da in die Fehlerberechnung nach Gleichung (2.21) erstes bis viertes Moment in einen aufwendigen Ausdruck eingehen. Anschaulich erscheint es jedoch verständlich, siehe Figuren 2.9 und 2.10: Breite Flanken treten in beiden Fällen bei höherer Schwerpunktsenergie auf. Durch diese Flanken wirkt die Breite der Verteilung weniger genau bestimmt.

Der Vergleich zu den Monte Carlo - Vorhersagen ist in Figuren 4.19 und 4.20 dargestellt. Die Varianzen werden im allgemeinen etwas schlechter vorhergesagt als die Momente, der Energieverlauf wird jedoch qualitativ korrekt wiedergegeben. Die relativen Abweichungen sind analog am LEP 1 - Punkt am größten (absolut gesehen sind die Vorhersagen hier wieder gut). Starke Abweichungen erkennt man insbesondere bei den Vierjetvariablen $T_{\min.}$ und B_N . Hier, wie auch bei den übrigen Variablen meist, sagt HERWIG zu breite Verteilungen vorher, PYTHIA zu schmale, und ARIADNE die treffendsten.

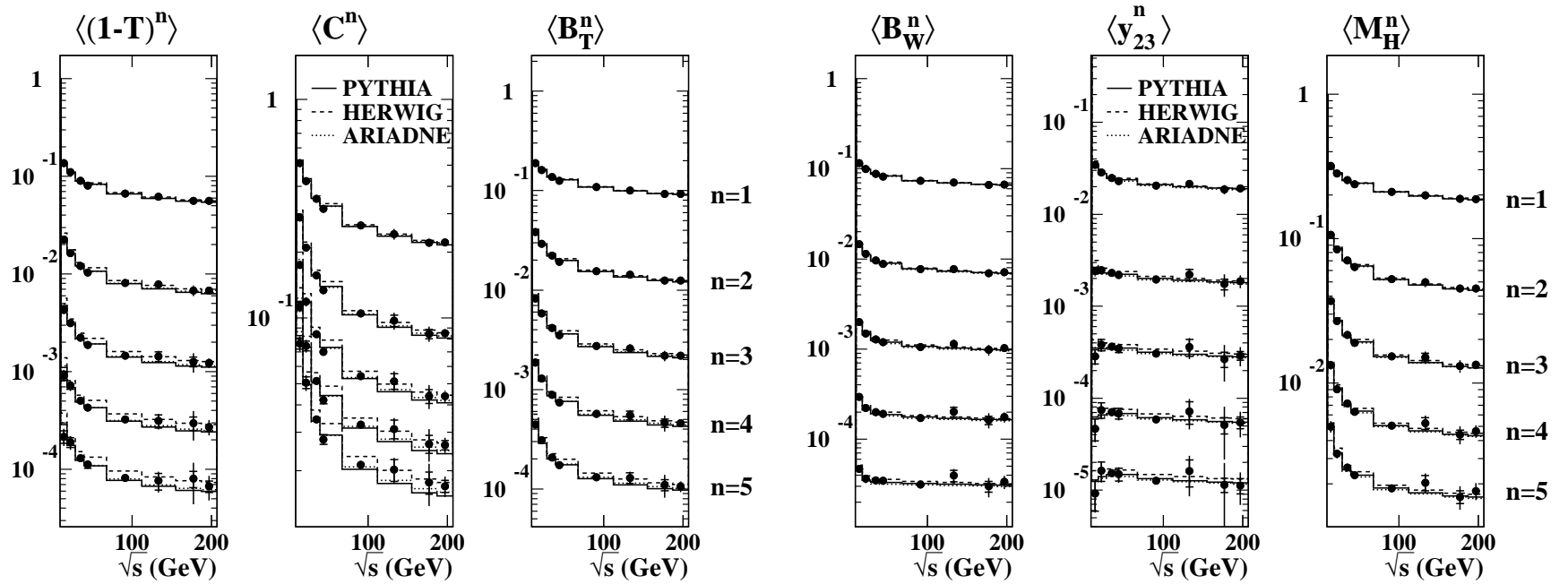


Abbildung 4.12: Momente von Thrust, $\langle(1 - T)^n\rangle$, C -Parameter, $\langle C^n\rangle$, Total Jet Broadening, $\langle B_T^n\rangle$, Wide Jet Broadening, $\langle B_W^n\rangle$, Durham Zweijet-Flipparameter, $\langle y_{23}^n\rangle$, und Heavy Jet Mass, $\langle M_H^n\rangle$, für $n = 1 \dots 5$ auf Hadronniveau an acht Energiepunkten – 14 GeV, 22 GeV, 34–38 GeV (gemittelt 35 GeV), 44 GeV, 91 GeV, 133 GeV, 161–183 GeV (gemittelt 177 GeV) und 189–209 GeV (gemittelt 197 GeV). Die inneren Fehlerbalken zeigen die statistischen Fehler, die äußeren die totalen Fehler. Die Vorhersagen der Monte Carlo Modelle PYTHIA, HERWIG und ARIADNE sind – wie beschrieben im Text – mit Linien überlagert.

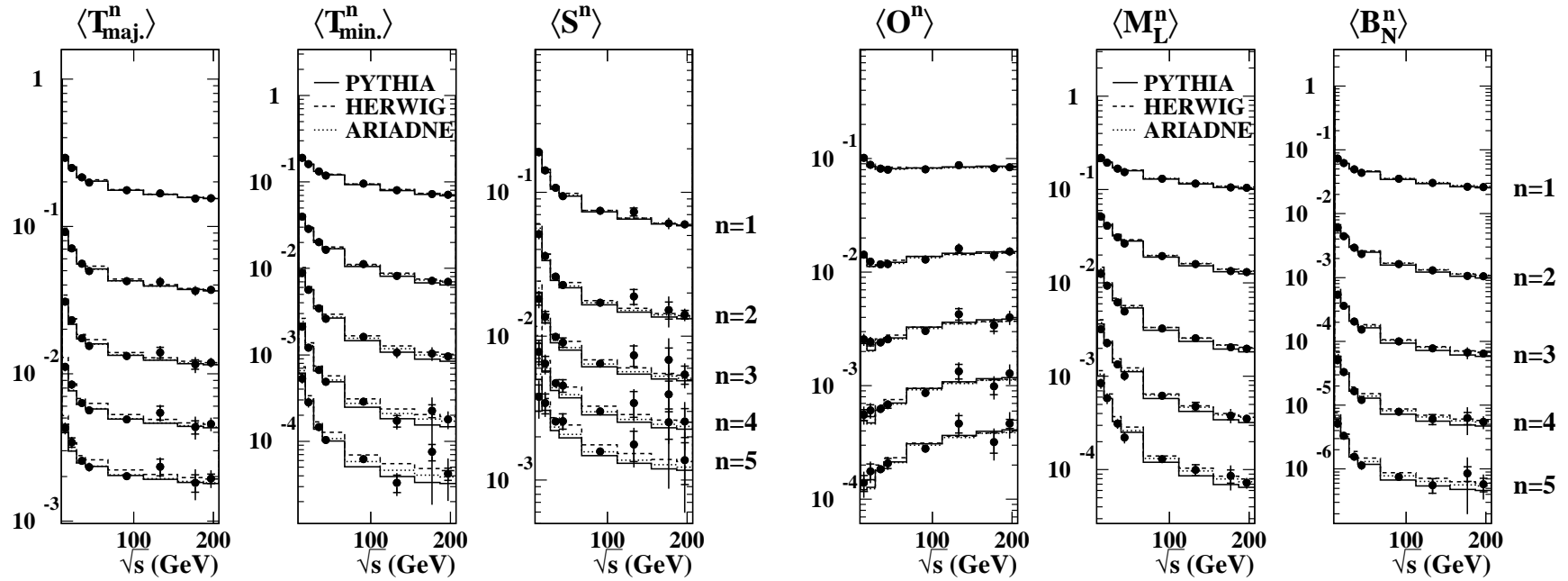


Abbildung 4.13: Momente von Thrust Major, $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$, Thrust Minor, $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$, Sphärizität, $\langle S^n \rangle$, Oblateness, $\langle O^n \rangle$, Light Jet Mass, $\langle M_L^n \rangle$, und Narrow Jet Broadening, $\langle B_N^n \rangle$, für $n = 1 \dots 5$ auf Hadronniveau an acht Energiepunkten – 14 GeV, 22 GeV, 34–38 GeV (gemittelt 35 GeV), 44 GeV, 91 GeV, 133 GeV, 161–183 GeV (gemittelt 177 GeV) und 189–209 GeV (gemittelt 197 GeV). Die inneren Fehlerbalken zeigen die statistischen Fehler, die äußeren die totalen Fehler. Die Vorhersagen der Monte Carlo Modelle PYTHIA, HERWIG und ARIADNE sind – wie beschrieben im Text – mit Linien überlagert.

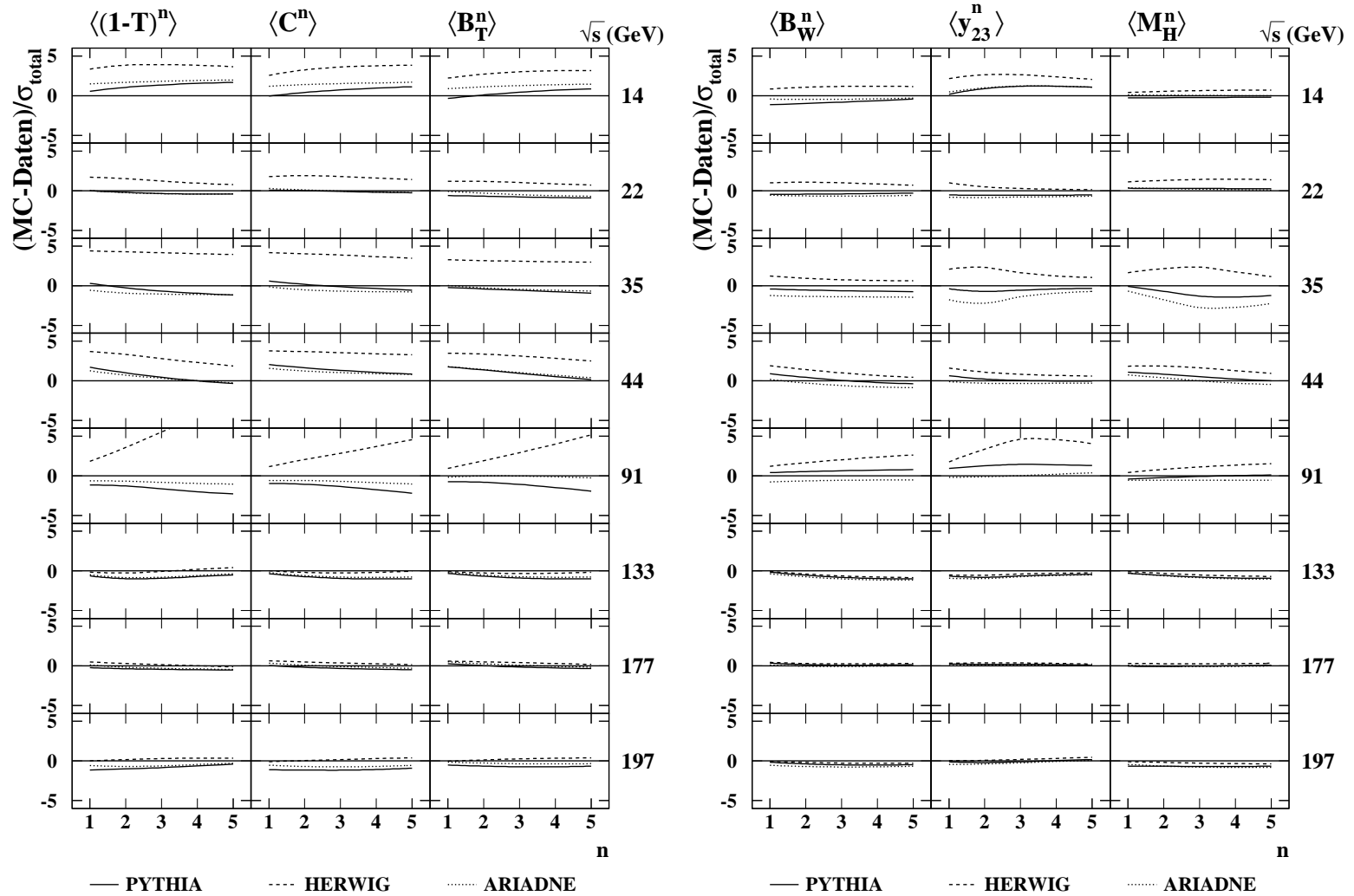


Abbildung 4.14: Differenzen zwischen Daten und Monte Carlo, geteilt durch die totalen Fehler, in Abhängigkeit der Ordnungszahl $n = 1 \dots 5$ für die Momente von Thrust, $\langle(1-T)^n\rangle$, C -Parameter, $\langle C^n\rangle$, Total Jet Broadening, $\langle B_T^n\rangle$, Wide Jet Broadening, $\langle B_W^n\rangle$, Durham Zweijet-Flippparameter, $\langle y_{23}^n\rangle$, und Heavy Jet Mass, $\langle M_H^n\rangle$, auf Hadronniveau an acht Energiepunkten – 14 GeV, 22 GeV, 34–38 GeV (gemittelt 35 GeV), 44 GeV, 91 GeV, 133 GeV, 161–183 GeV (gemittelt 177 GeV) und 189–209 GeV (gemittelt 197 GeV).

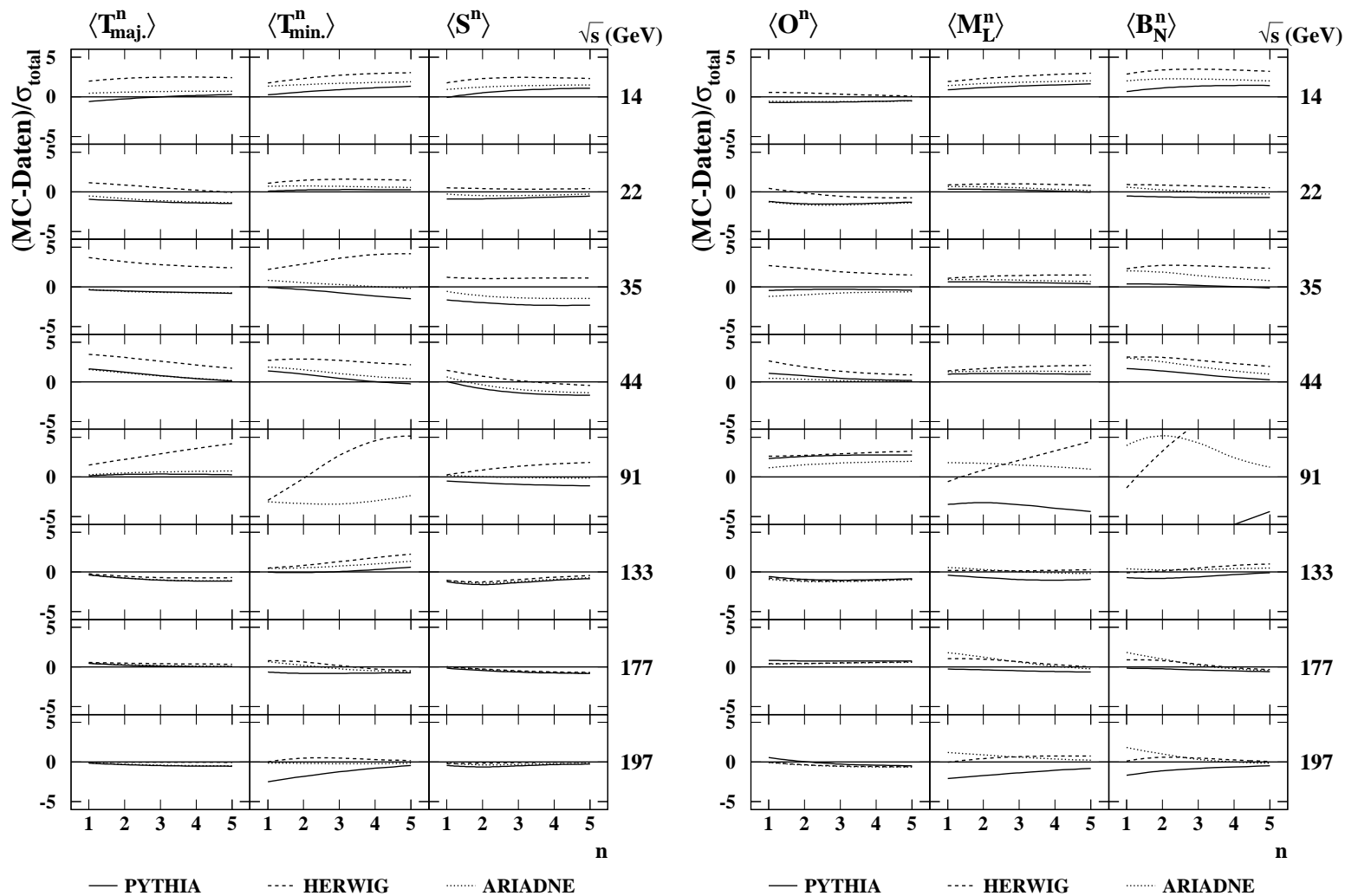


Abbildung 4.15: Differenzen zwischen Daten und Monte Carlo, geteilt durch die totalen Fehler, in Abhängigkeit der Ordnungszahl $n = 1 \dots 5$ für die Momente von Thrust Major, $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$, Thrust Minor, $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$, Sphärizität, $\langle S^n \rangle$, Oblateness, $\langle O^n \rangle$, Light Jet Mass, $\langle M_L^n \rangle$, und Narrow Jet Broadening, $\langle B_N^n \rangle$, auf Hadronniveau an acht Energiepunkten – 14 GeV, 22 GeV, 34–38 GeV (gemittelt 35 GeV), 44 GeV, 91 GeV, 133 GeV, 161–183 GeV (gemittelt 177 GeV) und 189–209 GeV (gemittelt 197 GeV).

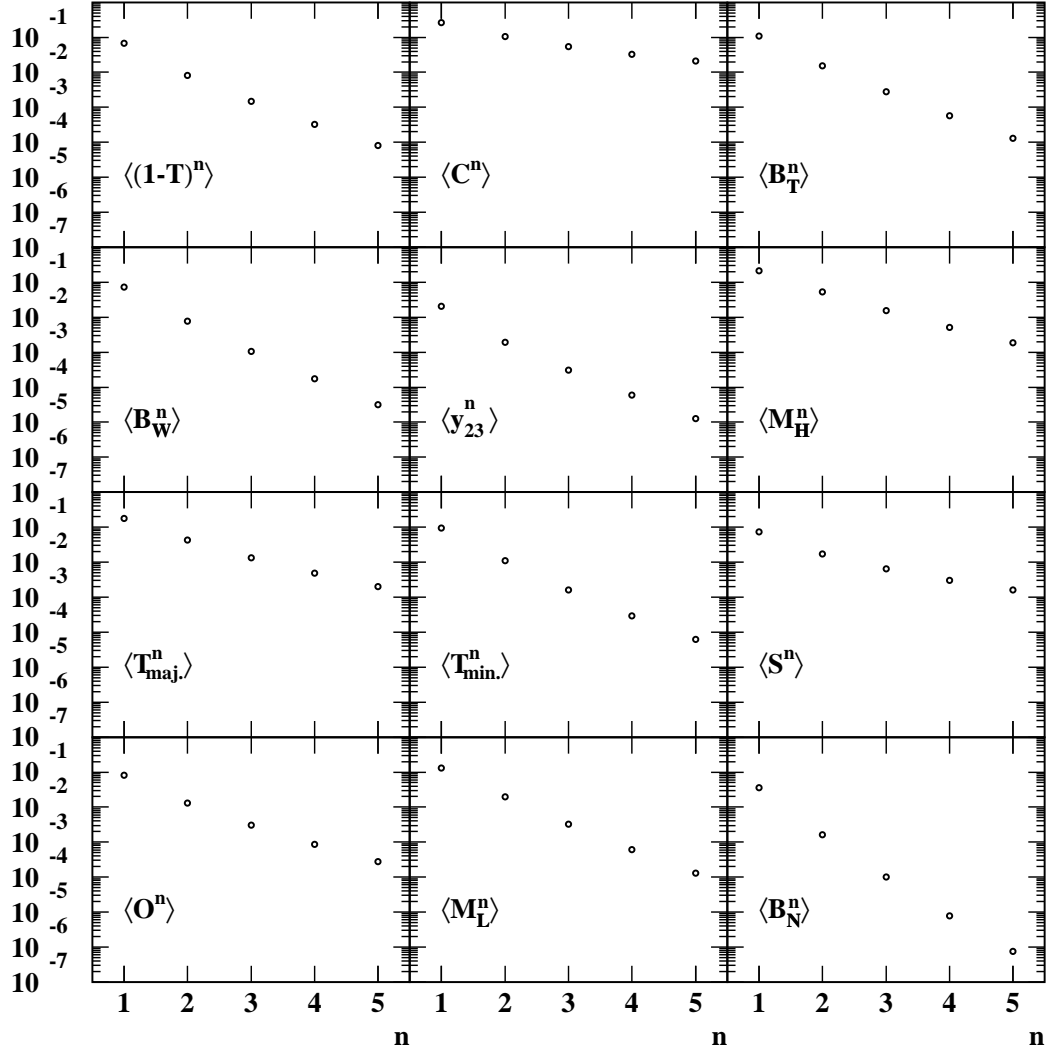


Abbildung 4.16: Momente von Thrust, $\langle(1 - T)^n\rangle$, C -Parameter, $\langle C^n\rangle$, Total Jet Broadening, $\langle B_T^n\rangle$, Wide Jet Broadening, $\langle B_W^n\rangle$, Durham Zweijet-Flipparameter, $\langle y_{23}^n\rangle$, Heavy Jet Mass, $\langle M_H^n\rangle$, Thrust Major, $\langle T_{\text{maj.}}^n\rangle$, Thrust Minor, $\langle T_{\text{min.}}^n\rangle$, Sphärizität, $\langle S^n\rangle$, Oblateness, $\langle O^n\rangle$, Light Jet Mass, $\langle M_L^n\rangle$, und Narrow Jet Broadening, $\langle B_N^n\rangle$, auf Hadronniveau gegen ihre Ordnungszahl $n = 1 \dots 5$ bei $\sqrt{s}=91.3$ GeV.

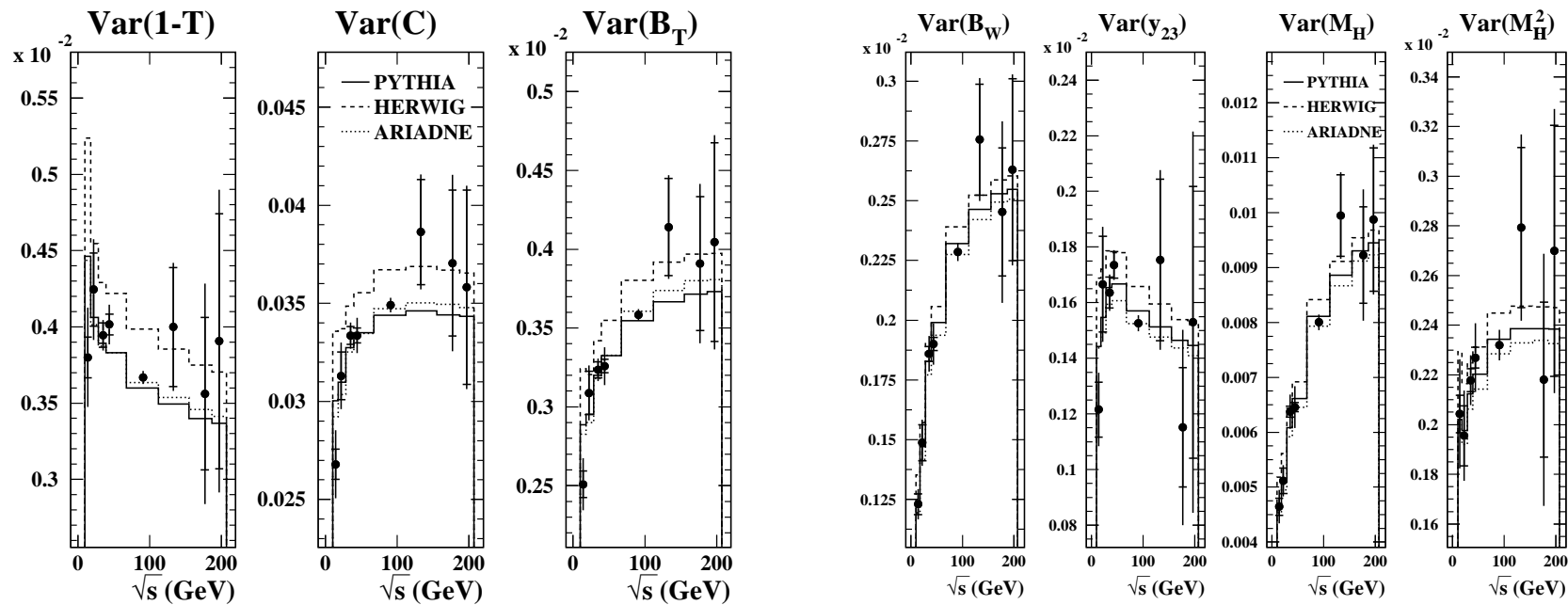


Abbildung 4.17: Varianzen von Thrust, $\text{Var}(1 - T)$, C -Parameter, $\text{Var}(C)$, Total Jet Broadening, $\text{Var}(B_T)$, Wide Jet Broadening, $\text{Var}(B_W)$, Durham Zweijet-Flippparameter, $\text{Var}(y_{23})$, Heavy Jet Mass, $\text{Var}(M_H)$ und $\text{Var}(M_H^2)$ auf Hadronniveau an acht Energiepunkten – 14 GeV, 22 GeV, 34–38 GeV (gemittelt 35 GeV), 44 GeV, 91 GeV, 133 GeV, 161–183 GeV (gemittelt 177 GeV) und 189–209 GeV (gemittelt 197 GeV). Die inneren Fehlerbalken zeigen die statistischen Fehler, die äußeren die totalen Fehler. Die Vorhersagen der Monte Carlo Modelle PYTHIA, HERWIG und ARIADNE sind – wie beschrieben im Text – mit Linien überlagert.

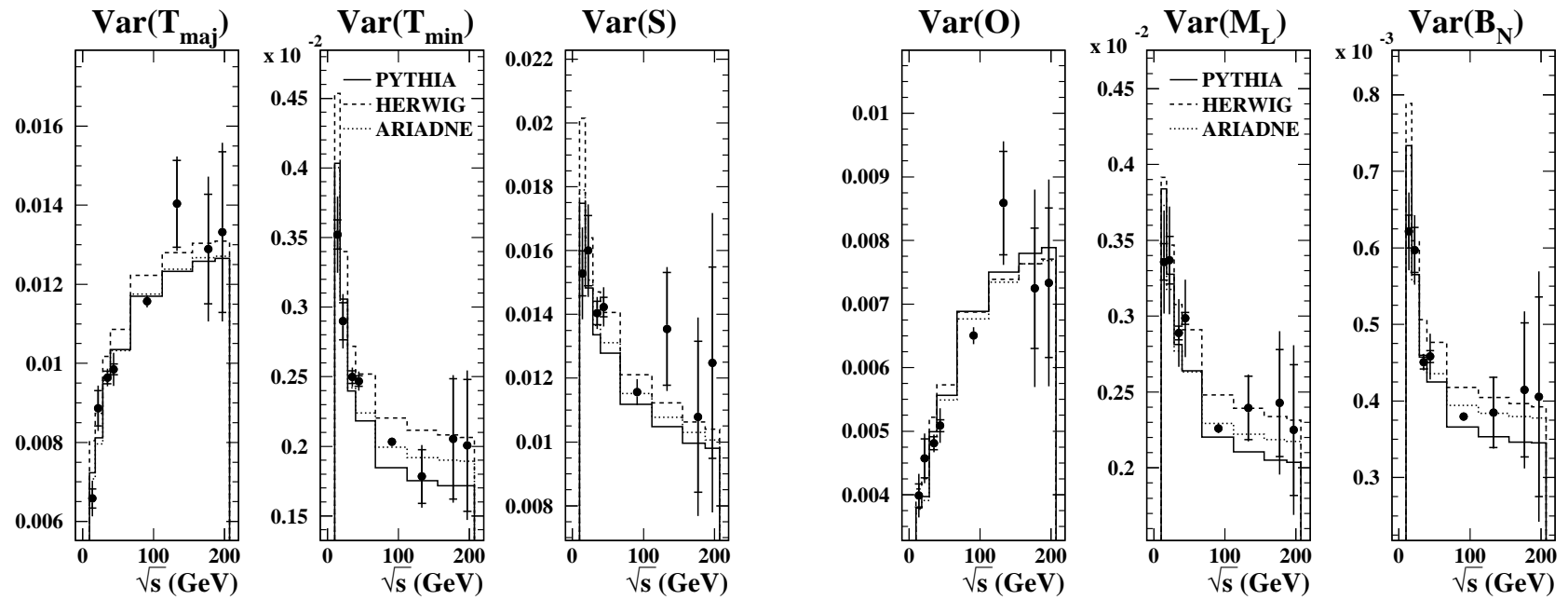


Abbildung 4.18: Varianzen von Thrust Major, $\text{Var}(T_{\text{maj}})$, Thrust Minor, $\text{Var}(T_{\text{min}})$, Sphärizität, $\text{Var}(S)$, Oblateness, $\text{Var}(O)$, Light Jet Mass, $\text{Var}(M_L)$, und Narrow Jet Broadening, $\text{Var}(B_N)$, auf Hadronniveau an acht Energiepunkten – 14 GeV, 22 GeV, 34–38 GeV (gemittelt 35 GeV), 44 GeV, 91 GeV, 133 GeV, 161–183 GeV (gemittelt 177 GeV) und 189–209 GeV (gemittelt 197 GeV). Die inneren Fehlerbalken zeigen die statistischen Fehler, die äußeren die totalen Fehler. Die Vorhersagen der Monte Carlo Modelle PYTHIA, HERWIG und ARIADNE sind – wie beschrieben im Text – mit Linien überlagert.

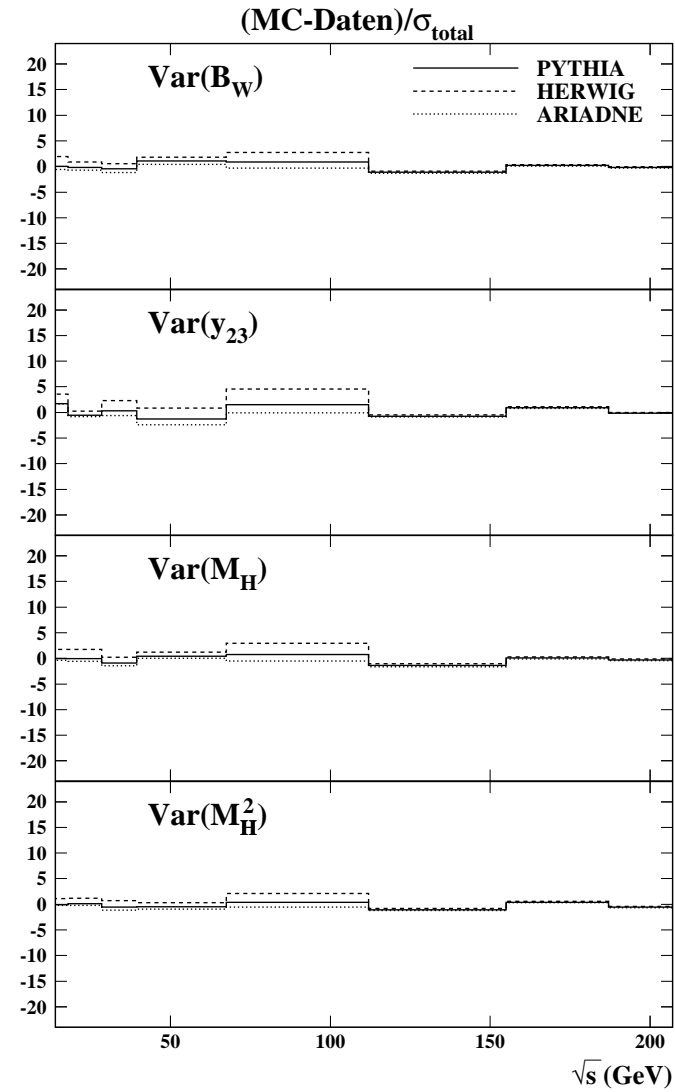
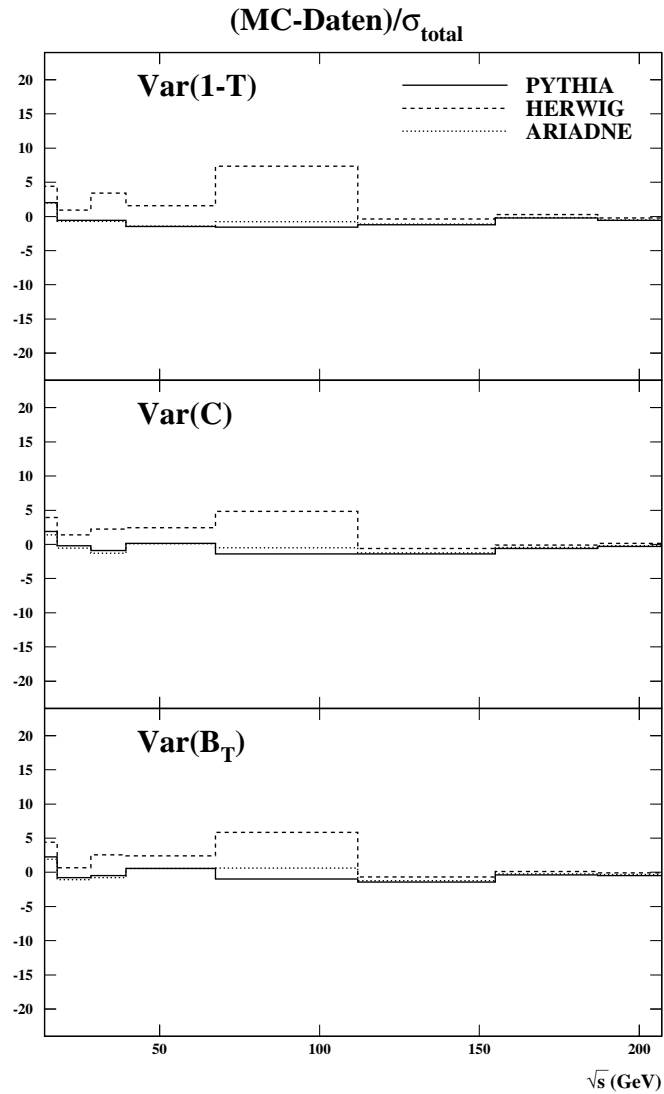


Abbildung 4.19: Differenzen zwischen Daten und Monte Carlo, geteilt durch die totalen Fehler, für die Varianz von Thrust, $\text{Var}(1-T)$, C -Parameter, $\text{Var}(C)$, Total Jet Broadening, $\text{Var}(B_T)$, Wide Jet Broadening, $\text{Var}(B_W)$, Durham Zweijet-Flippparameter, $\text{Var}(y_{23})$, Heavy Jet Mass, $\text{Var}(M_H)$ und $\text{Var}(M_H^2)$, auf Hadronniveau an acht Energiepunkten – 14 GeV, 22 GeV, 34-38 GeV (gemittelt 35 GeV), 44 GeV, 91 GeV, 133 GeV, 161–183 GeV (gemittelt 177 GeV) und 189–209 GeV (gemittelt 197 GeV).

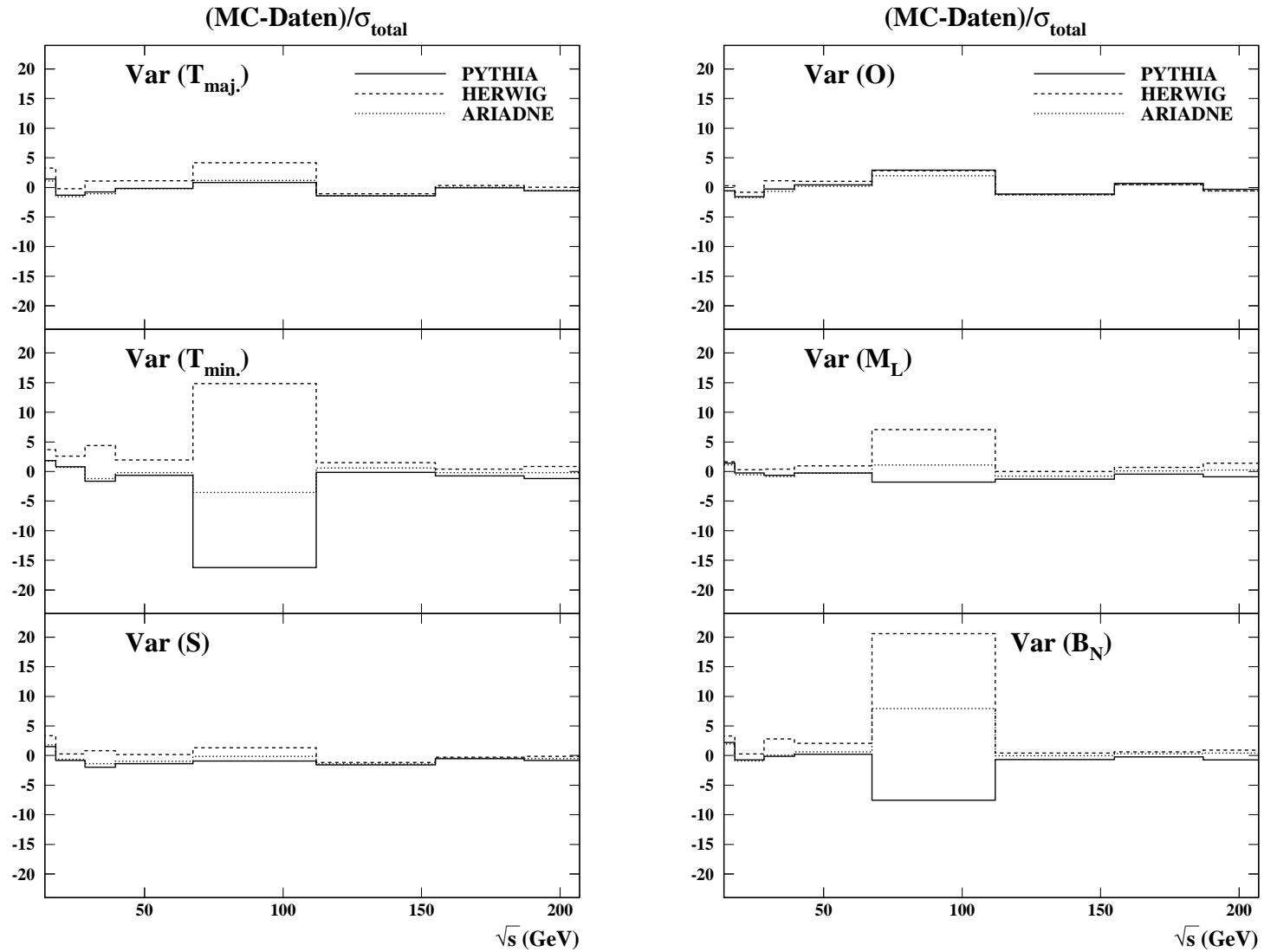


Abbildung 4.20: Differenzen zwischen Daten und Monte Carlo, geteilt durch die totalen Fehler, für die Varianz von Thrust Major, $\text{Var}(T_{\text{maj.}})$, Thrust Minor, $\text{Var}(T_{\text{min.}})$, Sphärizität, $\text{Var}(S)$, Oblateness, $\text{Var}(O)$, Light Jet Mass, $\text{Var}(M_L)$, und Narrow Jet Broadening, $\text{Var}(B_N)$, auf Hadronniveau an acht Energiepunkten – 14 GeV, 22 GeV, 34–38 GeV (gemittelt 35 GeV), 44 GeV, 91 GeV, 133 GeV, 161–183 GeV (gemittelt 177 GeV) und 189–209 GeV (gemittelt 197 GeV).

4.6 Zusammenfassung

Bei Schwerpunktsenergien von 14 bis 207 GeV wurden die ersten fünf Momente von 12 Ereignisformvariablen sowie deren Varianz gemessen. Mittels Monte Carlo Modellen wurden Detektoreffekte, restliche Photon-Abstrahlung im Anfangszustand (ISR) und andere Untergrundeffekte korrigiert. Die Korrekturfaktoren liegen meist nahe bei eins, selten wird der Wert Zwei überschritten.

Systematische Studien wurden durchgeführt zur Ereignisrekonstruktion (Spurkammern, Kalorimeter, Endkappen), zur Behandlung von Strahlung im Anfangszustand, von b-Hadronen bei JADE-Energien, und von anderem Untergrund bei OPAL, insbesondere Vierfermion-Ereignissen. Es wurden verschiedene Monte Carlo - Modelle verwendet, und die Selektionsschnitte und bei JADE auch die Datenversionen variiert. Mit OPAL messen wir die Momente auf Hadronniveau mit einer Genauigkeit bis etwa 1% (totale Fehler), mit JADE bis etwa 2%. Die Unsicherheit ist am LEP 1 - Punkt und den meisten JADE - Punkten durch die experimentelle Systematik dominiert, an den LEP 2 - Punkten durch die Statistik.

Die Vorhersagen der von OPAL an LEP 1 angepassten Monte Carlo - Modelle stimmen mit den gemessenen Momenten im allgemeinen innerhalb von etwa drei Standardabweichungen für $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} , M_H , T_{maj} und S überein, und innerhalb von etwa fünf Standardabweichungen für die Vierjetvariablen $T_{min.}$, M_L und B_N . Im Vergleich mit den genauesten 91 GeV-Daten werden zum Teil Diskrepanzen zwischen Daten und Monte Carlo - Vorhersage festgestellt – bis 10 Standardabweichungen für die Vierjetvariablen.

Die Varianzen der Ereignisformvariablen auf Hadronniveau werden am LEP 1-Punkt bis auf etwa 1% genau gemessen (totale Fehler). Die Messung ist an den JADE-Punkten im allgemeinen genauer als an den LEP 2-Punkten. Der Energieverlauf der Varianz (und somit deren Breite) ist teilweise unerwartet. Nur die Verteilungen von $1 - T$, y_{23} , $T_{min.}$, S , M_L und B_N sind bei niedrigen Schwerpunktsenergien breiter, jene von M_H , M_H^2 , C , B_T , B_W , T_{maj} und O hingegen schmaler. Dieser Verlauf wird von den Monte-Carlo - Modellen PYTHIA, HERWIG und ARIADNE qualitativ gut reproduziert. Die Abweichungen zwischen Daten und Modellen pro Energiepunkt sind jedoch oft größer als bei den Momenten. Sie betragen im allgemeinen etwa fünf Standardabweichungen, und bis 20 Standardabweichungen für die Vierjetvariablen $T_{min.}$ und B_N . Für die meisten Variablen sagt HERWIG zu breite Verteilungen vorher, PYTHIA zu schmale, und ARIADNE die treffendsten.

Kapitel 5

QCD-Tests auf Partonniveau

Die hier vorgestellte Messung der starken Kopplungskonstanten $\alpha_s(M_{Z^0})$ beruht auf Fits von QCD-Vorhersagen an die korrigierten Momente, nämlich an die in Figur 4.12 gezeigten Daten. Die Daten sind auf **Hadron**-Niveau korrigiert, die Momente ergeben sich aus der Verteilung der stabilen Teilchen im Ereignis, wie in Abschnitt 4.3 erklärt.

Die theoretischen Vorhersagen aus der $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ -Rechnung (wie in Abschnitt 2.6 beschrieben) liefern jedoch Vorhersagen der Momente von Ereignisformvariablen auf **Parton**-Niveau, welche also aus der Verteilung von Quarks und Gluonen resultieren. Um die Theorie mit den Daten zu vergleichen, muß somit weiter um die Effekte der Hadronisierung korrigiert werden, dies diskutieren wir im folgenden Abschnitt 5.1. In Abschnitt 5.2 führen wir zwei Methoden ein, um die Abschätzungen der experimentellen systematischen Unsicherheiten der JADE- sowie OPAL-Messung zu kombinieren. Im Abschnitt 5.3 stellen wir verschiedene Fits an die perturbativen Vorhersagen vor und fassen in 5.4 zusammen.

Perturbative Vorhersagen für $\langle 1 - T \rangle$, $\langle M_H^2 \rangle$ und ein Integral über die Asymmetrie der Energie-Energie-Korrelation wurden in [78] mit JADE-Daten geprüft. Aus Monte Carlo - Modellen wurde lediglich das Vorzeichen der Hadronisierungskorrektur entnommen, so daß nur obere oder untere Grenzen für den Wert der starken Kopplung erhalten werden konnten.

5.1 Korrektur auf Partonniveau

Die Korrektur erfolgt mit großen Sätzen von jeweils 10^7 Ereignissen, die mit den Monte Carlo - Programmen PYTHIA 6.1 als Standard, sowie HERWIG 6.2

und ARIADNE 4.11 für systematische Variationen erzeugt wurden. Diese Verwendung alternativer Generatoren deckt insbesondere auch Parametervariationen der Generatoren bereits ab, wie sie früher in der OPAL-Kollaboration üblich waren, siehe etwa [2].

Hierzu werden die Momente mit diesen Generatoren auf Hadron- und Parton-Niveau berechnet. Die *Hadronisierungskorrektur* von Hadron- auf Partonniveau besteht dann in der Multiplikation der auf Hadronniveau gemessenen Momente von Ereignisformvariablen mit dem Verhältnis

$$C^{\text{had}} = \frac{\langle y^n \rangle_{\text{Parton}}}{\langle y^n \rangle_{\text{Hadron}}}$$

der Monte Carlo - Vorhersagen für die Momente auf Parton- und Hadronniveau.

Partonniveau von Monte Carlo - Generatoren mit OPAL-Tuning bei JADE-Energien

Wie in Abschnitt 2.7 eingeführt, endet der durch die Monte Carlo - Modelle simulierte Partonschauersdauer bei erfüllen eines bestimmten Schnittes auf die Virtualität. In Folge gibt es bei einigen Ereignissen gar keinen Partonsdauer, und das ursprüngliche Quark-Antiquark Paar geht unmittelbar in die Hadronisierungsstufe des Modells ein. Einen nennenswerten Anteil machen diese Ereignisse erst bei niedrigen JADE-Energien aus, die eben in der Verwendung der LEP 1 - Abstimmung der Generatoren bei LEP keine Rolle spielten. Der Wert dieses Schnittes (im Generator JETSET etwa $Q_0 \simeq 1 \text{ GeV}$) ist klein im Vergleich zu den LEP-Schwerpunktsenergien, nicht jedoch im Vergleich zu den niedrigsten JADE-Energien. In der Analyse klassifizierter Verteilungen bei diesen niedrigen Energien – wie etwa in [4] – ist der Effekt ebenfalls ohne Belang, da der exakte Zweijetbereich der Verteilung nicht weiter verwendet wird. In der Berechnung der Momente auf Parton-Niveau führt er aber zu einer Verschiebung des Wertes, da in diesem Fall alle hier betrachteten Observablen den Wert Null annehmen¹. Um diese Verschiebung zu vermeiden, schließen wir in der Simulation alle Ereignisse auf Parton-Niveau aus, die nicht wenigstens ein abgestrahltes Gluon aufweisen. Auf Hadron- und Detektor-Niveau werden hingegen alle Ereignisse verwendet.

¹Somit hängt der gemessene Wert eines Momentes vom Wert dieses Schnittes auf die Virtualität ab, folglich auch das Resultat für $\alpha_s(M_{Z^0})$. Die entsprechende Abhängigkeit von $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Werten aus Fits an klassifizierte Verteilungen wurde in [5, 6] untersucht; sie erwies sich als klein. Da sie sich in anderen OPAL-Studien [1, 26] ebenfalls als kleiner ergab als die Unterschiede zwischen den verschiedenen Generatoren, wurde sie nicht weiter in die Abschätzung der systematischen Unsicherheit aufgenommen, siehe etwa [48].

Anhang D enthält den Vergleich entsprechender Momente von Ereignisformvariablen mit und ohne diesen Ausschluß sowie weitere Diskussion. Der Verlauf der vorhergesagten Momente mit der Schwerpunktsenergie ist nach diesem Schnitt stets physikalisch korrekt. Die Verschiebung der Vorhersage übersteigt nicht die Unterschiede der verwendeten Monte Carlo - Generatoren.

Die von den drei Modellen erhaltenen Hadronisierungs-Korrekturfaktoren C^{had} für die ersten 5 Momente der Ereignisformvariablen $1 - T$, B_W , C , y_{23} , B_T und M_H bei den JADE-Energien 14, 22, 35 und 44 GeV sowie den OPAL-Energien 91 GeV und (der kombinierten Energie) 197 GeV sind in Figuren 5.1 bis 5.3 gezeigt. Die Faktoren zeigen bei niedrigen Energien eine starke Energieabhängigkeit und erreichen dort Werte von 0.5 bis 2.5. Bei höheren Energien liegen sie, wie erwartet, näher bei Eins. Die Modelle stimmen für die Momente der Einhemisphärenvariablen B_W , y_{23} und M_H bei niedriger Schwerpunktsenergie nicht gut überein. Die Unterschiede zwischen den Modellen werden als systematische Unsicherheit in den Fits studiert.

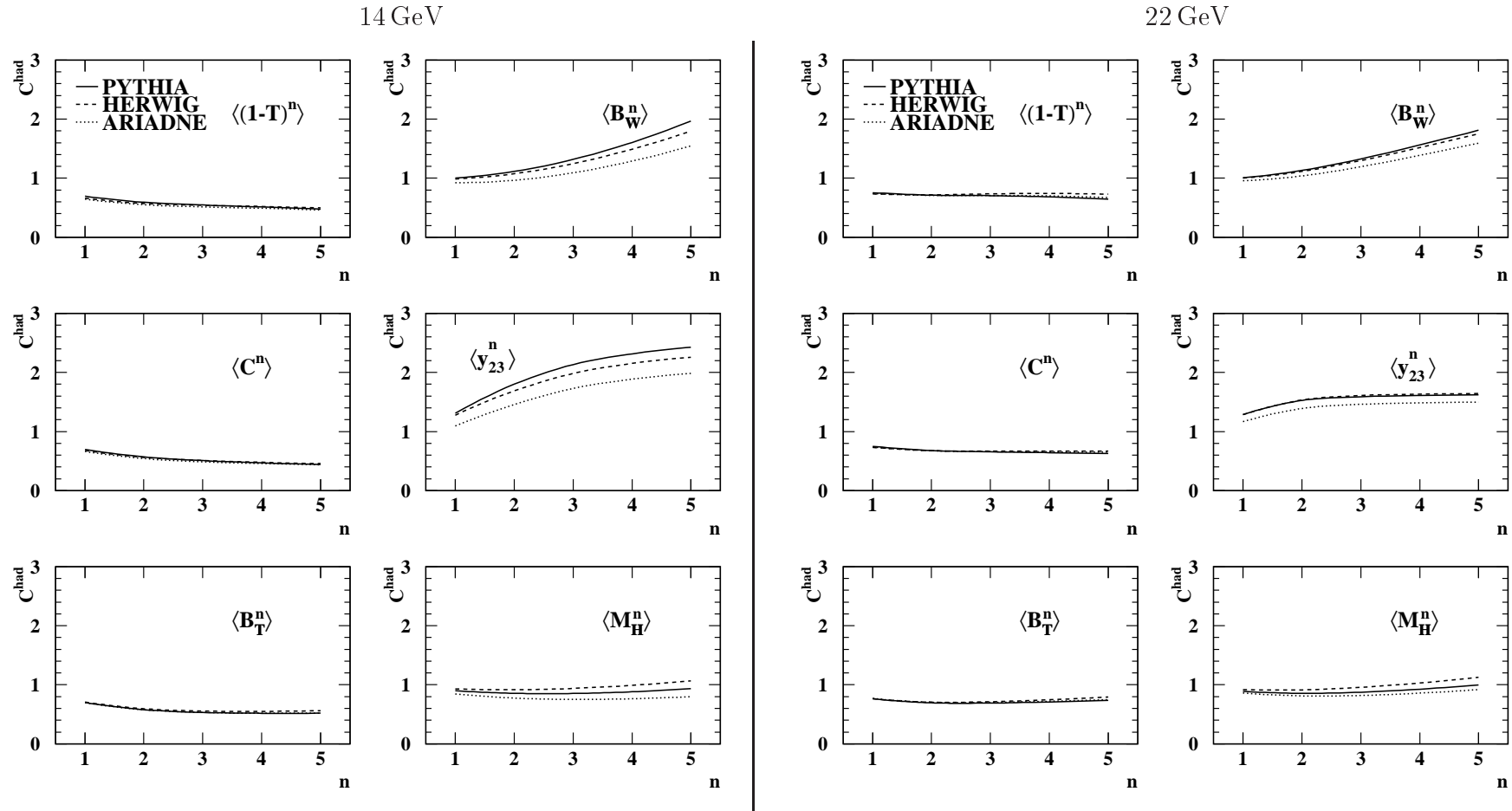


Abbildung 5.1: Hadronisierungskorrekturen bei $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$ und $\sqrt{s} = 22 \text{ GeV}$, berechnet mit PYTHIA, HERWIG und ARIADNE.

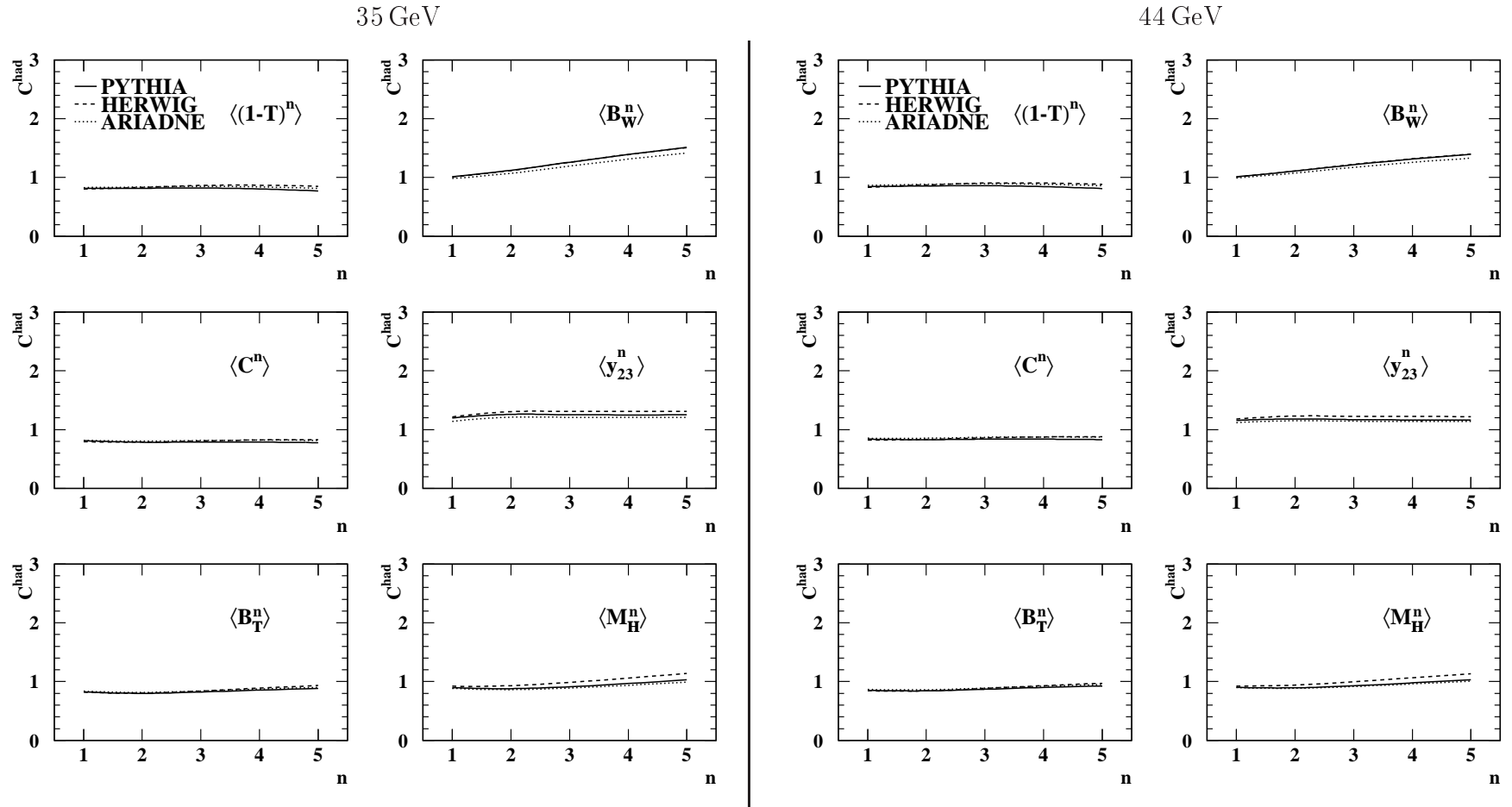


Abbildung 5.2: Hadronisierungskorrekturen bei $\sqrt{s} = 35$ GeV und $\sqrt{s} = 44$ GeV, berechnet mit PYTHIA, HERWIG und ARIADNE.

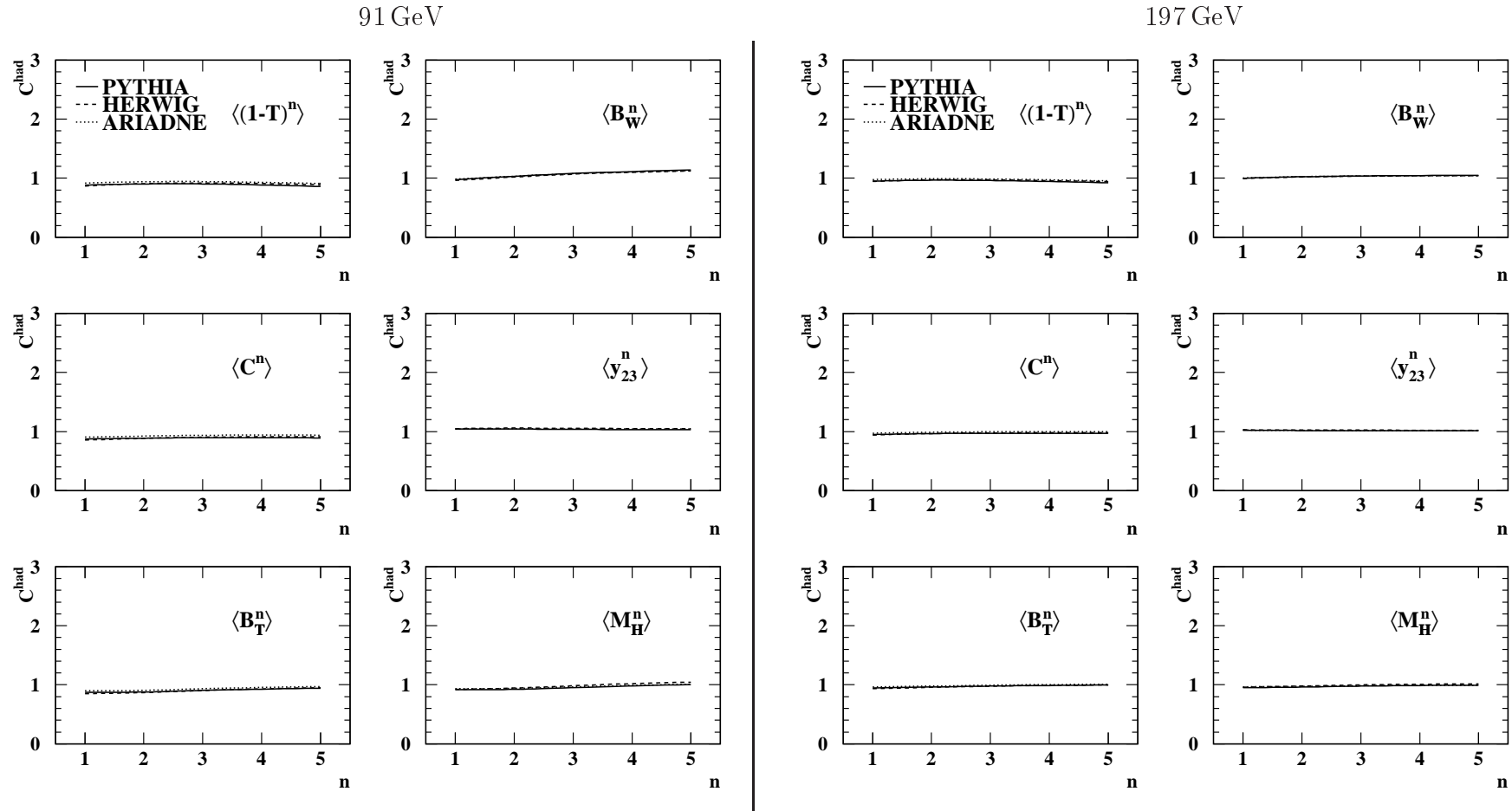


Abbildung 5.3: Hadronisierungskorrekturen bei $\sqrt{s} = 91 \text{ GeV}$ und $\sqrt{s} = 197 \text{ GeV}$, berechnet mit PYTHIA, HERWIG und ARIADNE.

5.2 Kombination unterschiedlicher systematischer Abschätzungen

Es liegen Messungen $\langle y^n \rangle$ des Moments der Ordnung n der Ereignisformvariablen y an 6 JADE- und 12 OPAL-Energiepunkten vor; die jeweiligen experimentell systematischen Unsicherheiten seien $\sigma_{\text{exp},i}$. Deren Korrelationen können nicht exakt bestimmt werden, da kein wohldefiniertes statistisches Ensemble vorliegt – etwa im Gegensatz zur Korrelation der statistischen Unsicherheiten.

Die experimentelle Systematik enthält insbesondere mehrere unabhängige Beiträge, deren Zusammensetzung sich zwischen der JADE- und OPAL-Messung, aber auch schon innerhalb eines Experimentes bei verschiedenen Schwerpunktsenergien zum Teil unterscheidet. Bei OPAL etwa tragen systematische Untersuchungen zu den Schnitten gegen Vierfermion-Ereignisse unterhalb der W^+W^- Paar-Produktionsschwelle nicht bei.

Bei einem Vergleich mit den Daten beider Experimente ist man somit gezwungen, bestimmte Annahmen über die Korrelationen zu treffen, wir untersuchen zwei verschiedene:

- Maximum-Overlap Ansatz

In diesem extremen Modell, verwendet etwa in [2], wird die experimentell systematische Kovarianz zwischen Größen aus Messung an Energiepunkt i und Energiepunkt j angenommen zu

$$E_{ij} = \sigma_{\text{exp},i} \cdot \sigma_{\text{exp},j} ,$$

entsprechend völliger Korrelation von $\rho_{ij} = 1$. Dies stellt natürlich (falls $i \neq j$) eine Überschätzung der Korrelation dar, die im Allgemeinen die Abschätzung der kombinierten systematischen Unsicherheit verfälscht.

- Minimum-Overlap Ansatz

Hier [13] wird diese Kovarianz angenommen zu

$$E_{ij} = \text{Min}\{\sigma_{\text{exp},i}^2, \sigma_{\text{exp},j}^2\} .$$

Somit wird eine teilweise Korrelation angenommen, die stets positiv ist. Auch dieser Ansatz ist im Allgemeinen noch eine leichte Überschätzung der Korrelation, da unterstellt wird, daß alle Beiträge zur kleineren der

Varianzen voll mit entsprechenden Beiträgen zur größeren korreliert sind.

Die resultierende Auswirkung einer Unterschätzung der kombinierten Systematik auf die Unsicherheit des Fitergebnisse einer komplizierten Funktion wie $\alpha_s(Q^2)$ ist nicht leicht abzusehen. Es zeigt sich, daß sie bei unseren Analysen zu einer leichten Unterschätzung ihrer Unsicherheit führt, siehe Unterabschnitt 5.3.1 .

Im Fall nicht sehr unterschiedlicher experimenteller Systematiken, $\sigma_{\text{exp.}, i} \simeq \sigma_{\text{exp.}, j}$, liefern beide Modelle identische Resultate.

5.3 Vergleich mit perturbativen Vorhersagen

In diesem Abschnitt wird die starke Kopplung $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Fits an einzelne Momente von Ereignisformvariablen gemessen. Wie in Unterabschnitt 2.2.1 erwähnt, läßt sich auch die Renormierungsskala an genügend zugrundegelegte Daten anpassen, und so erfolgt eine alternative Bestimmung aus simultanen Fits von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und des Renormierungsskalenfaktors $x_\mu \equiv \mu_R/\sqrt{s}$ an Momente zweier verschiedener Ordnungen.

Bei der Angabe des systematischen Fehlers in der Bestimmung eines freien Parameters $\alpha_s(M_{Z^0})$ oder gegebenenfalls x_μ , werden alle in Abschnitt 4.4 eingeführten Beiträge berücksichtigt; kollektiv heißen sie *experimentelle Systematik*. Hierzu wird für jede systematische Variation der Wert des Parameters bestimmt und mit dem Standardwert verglichen.

Zusätzlich werden zwei weitere Beiträge berücksichtigt:

- Wie im vorhergehenden Abschnitt erklärt, muß man zum Vergleich von Daten mit der QCD-Theorie um die Effekte der Hadronisierung korrigieren. Die mit dieser Hadronisierungskorrektur verbundene Unsicherheit wird durch Verwendung von HERWIG 6.2 und ARIADNE 4.11 statt PYTHIA 6.1 abgeschätzt. Mit der größeren Veränderung aus diesen Alternativen wird die systematische Unsicherheit der Hadronisierung angegeben.
- Die mit den fehlenden Termen höherer Ordnung verbundene theoretische Unsicherheit wird durch Variieren des Renormierungsskalenfaktors x_μ abgeschätzt – sofern dieser nicht ein freier Parameter im Fit ist. x_μ wird auf die Werte 0.5 und 2 gesetzt, und als theoretische Unsicherheit wird die größere Abweichung vom Standardwert angegeben.

5.3.1 Fits an einzelne Momente

In einem ersten Vergleich der Daten mit der bekannten perturbativen Beschreibung in 2 Ordnungen von α_s (vgl. Abschnitt 2.6) nehmen wir die Beschreibungen der verschiedenen Momente als unabhängig voneinander an und treffen keinerlei Vorurteil über die Vollständigkeit dieser Beschreibung. Der Renormierungsskalenfaktor x_μ wird deshalb auf 1 gesetzt.

Verwendet werden die ersten fünf Momente der Variablen² $1 - T$, M_H , B_T , B_W , C und y_{23} . Die Daten werden für gegebene Momentordnung an verschiedenen Energiepunkten mit der Theorievorhersage verglichen, und für jedes Moment wird ein χ^2 -Wert berechnet:

$$\chi^2 = \sum_i (\langle y^n \rangle_i - \langle y^n \rangle_i^{\text{theo.}})^2 / \sigma_i^2, \quad (5.1)$$

wobei i für den jeweiligen Energiepunkt steht, und σ_i für den entsprechenden statistischen Fehler. Dieser χ^2 -Wert wird für jedes Moment der Ordnung n jeder Ereignisformvariablen separat bezüglich $\alpha_s(M_{Z^0})$ minimiert.³ Der statistische Fehler von $\alpha_s(M_{Z^0})$ wird durch Variation von χ^2 auf den Wert $\chi_{\min}^2 + 1$ gefunden, wobei χ_{\min}^2 der Minimalwert ist.

Der Fit wird für jede systematische Variation wiederholt. An Energiepunkten, bei denen eine bestimmte Variation nicht existiert, wird der Standardwert verwendet – so werden etwa während der Variation des Schnittes $\mathcal{L}_{q\bar{q}l\nu}$ zur Unterdrückung des Vierfermion-Untergrundes ab 161 GeV (siehe Abschnitt 4.4) die Standardwerte bei $\sqrt{s} = 91$ und 133 GeV benutzt.

Fits an JADE-Daten

Für die JADE-Messung werden Fits an die sechs Energiepunkte aus Unterabschnitt 4.1.1 durchgeführt, siehe auch [83]. Figuren 5.4 bis 5.6 zeigen den Vergleich von Datenpunkten und mit der Schwerpunktsenergie laufender Vorhersage. Die höheren Momente von Thrust, C-Parameter und Total Jet Broadening liegen bei 14 GeV eher tiefer als vorhergesagt; die Momente von Wide Jet Broadening, Heavy Jet Mass, und teilweise auch Durham Zweijet-Flipparameter eher höher. Figur 5.7 und Tabelle F.1 enthalten die Ergebnisse. Figur 5.7 zeigt auch die weiter unten eingeführte Kombination der Fitresultate.

²Das sind dieselben Ereignisformvariablen, aus deren **Verteilung** etwa in [48] die starke Kopplung bestimmt wurde. Ihre theoretische Beschreibung ist am vollständigsten.

³Hierfür benutzen wir das Minimierungspaket MINUIT [101].

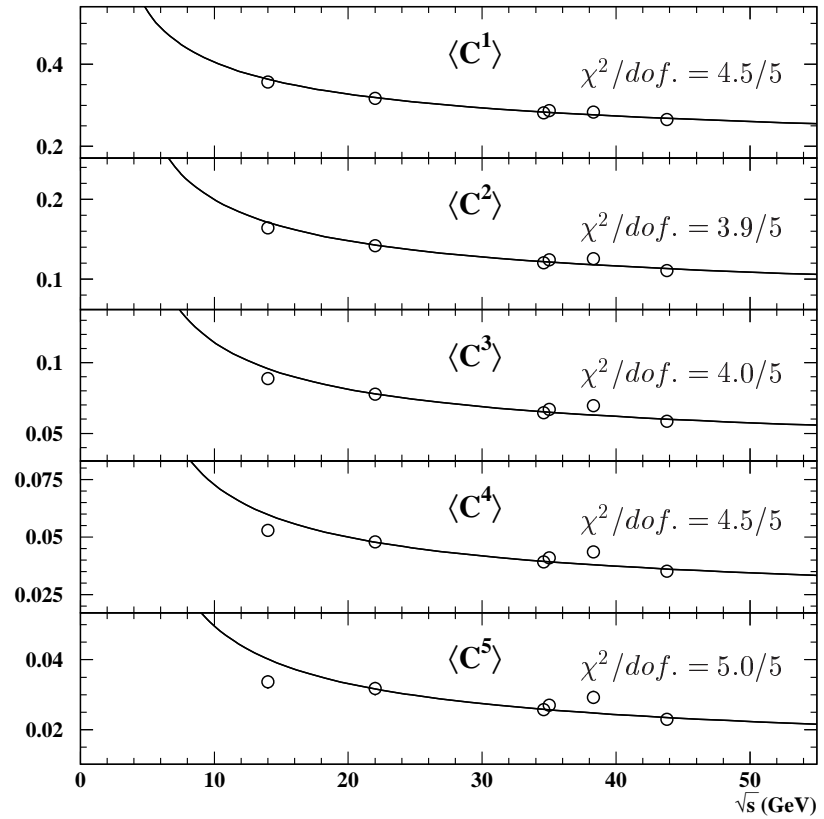
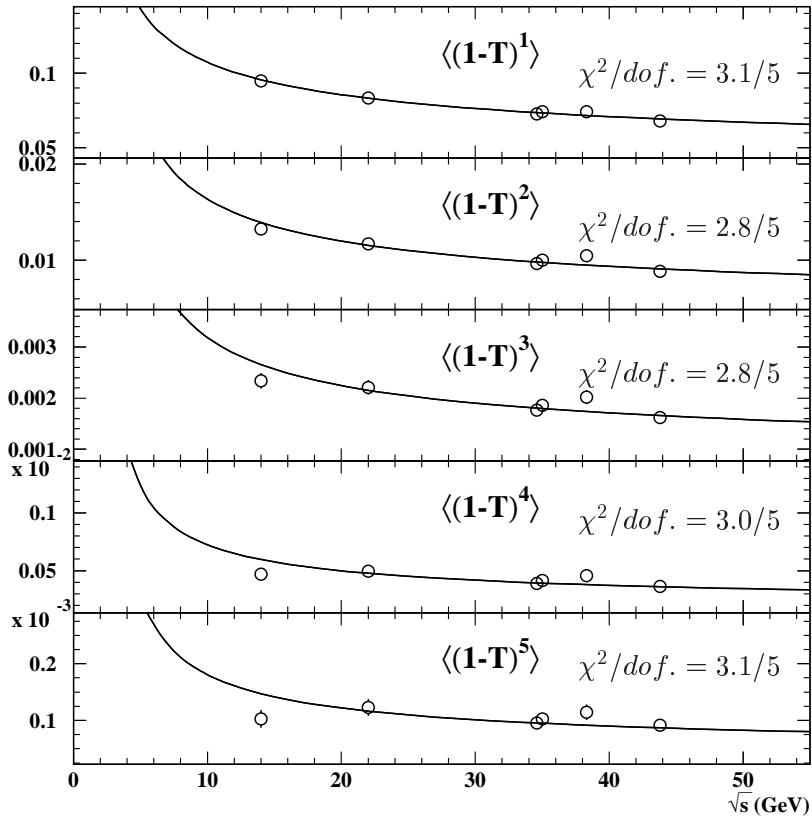


Abbildung 5.4: Fits der NLO-Vorhersage an JADE-Messungen einzelner Momente von Thrust und C-Parameter. Die statistischen Unsicherheiten der Datenpunkte sind oft kleiner als die Fehlerbalken. Die durchgezogene Linie gibt die mit der Schwerpunktsenergie laufende NLO-Vorhersage wieder mit dem angepassten Wert ihres Parameters $\alpha_s(M_{Z^0})$.

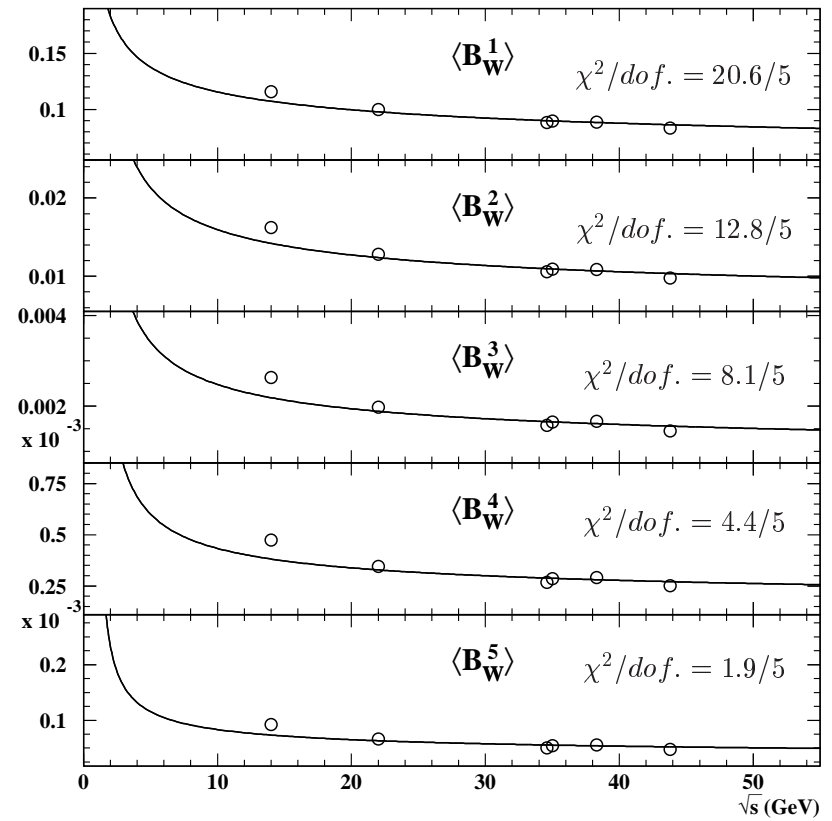
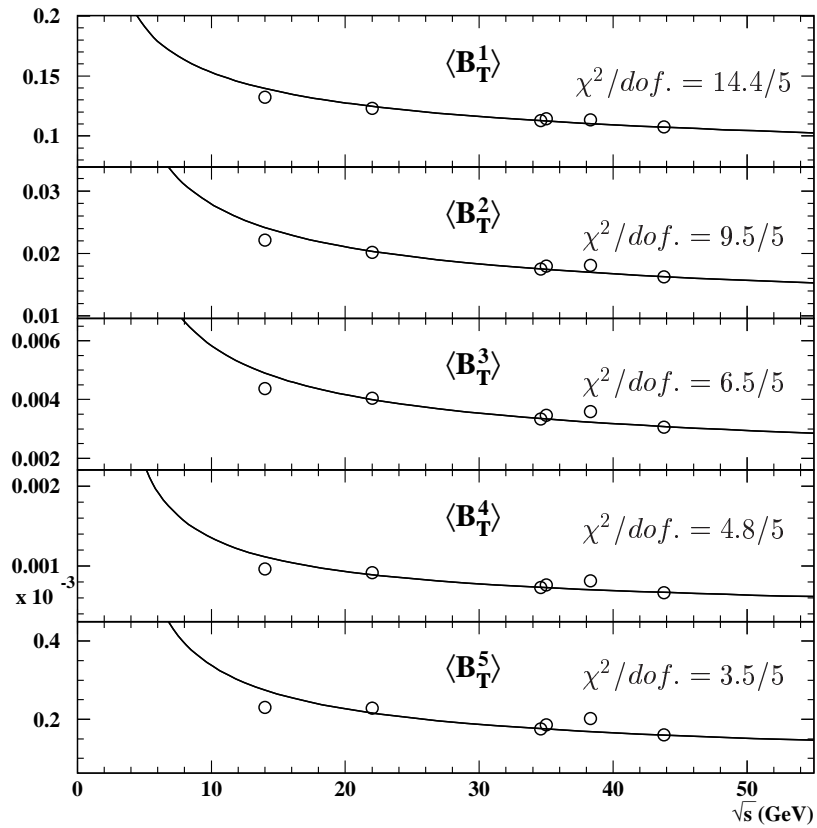


Abbildung 5.5: Fits der NLO-Vorhersage an JADE-Messungen einzelner Momente von Total Jet Broadening und Wide Jet Broadening. Die statistischen Unsicherheiten der Datenpunkte sind kleiner als die Fehlerbalken. Die durchgezogene Linie gibt die mit der Schwerpunktsenergie laufende NLO-Vorhersage wieder mit dem angepassten Wert ihres Parameters $\alpha_s(M_{Z^0})$.

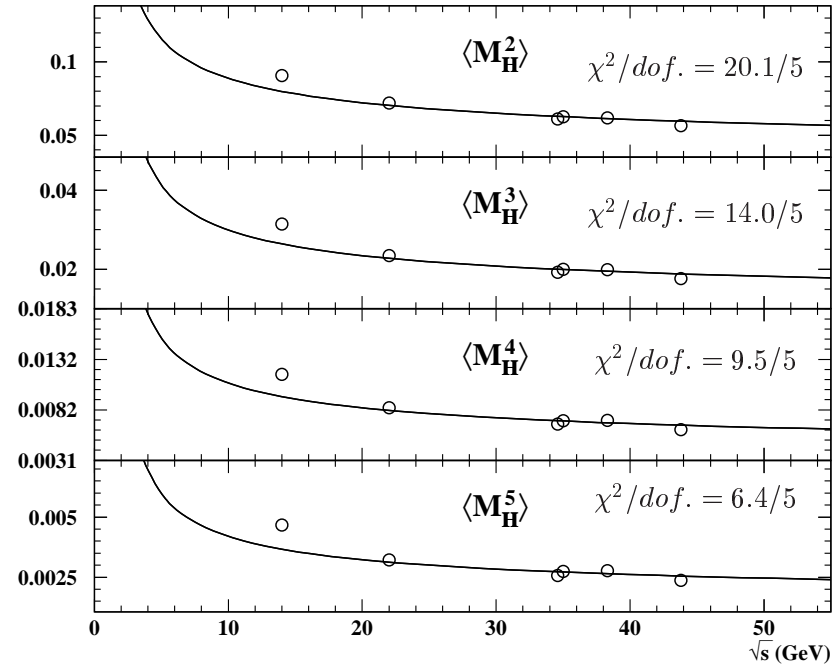
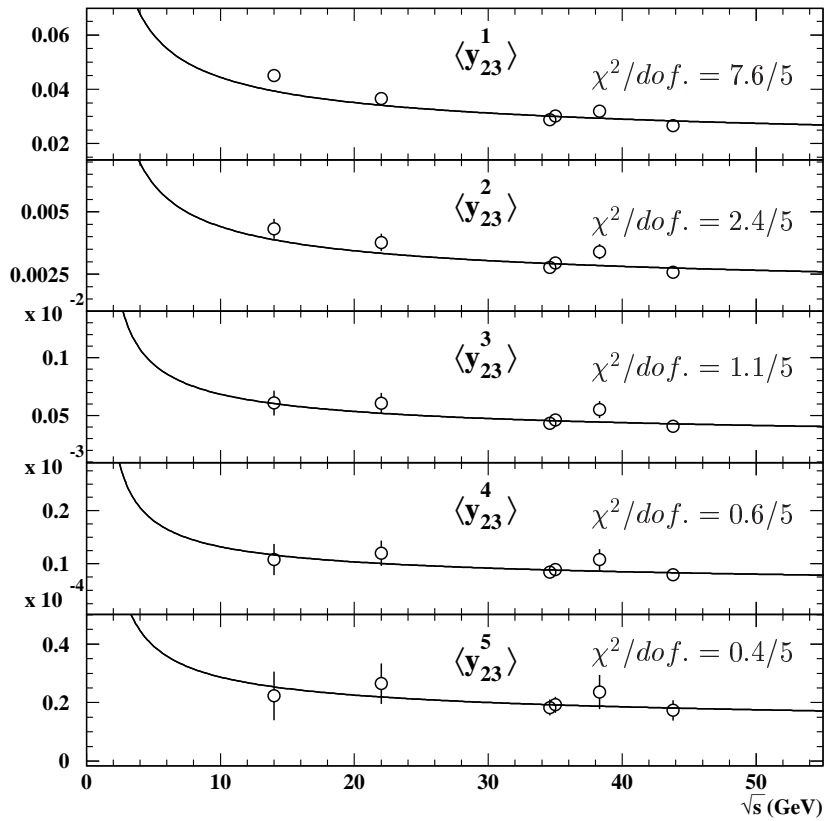


Abbildung 5.6: Fits der NLO-Vorhersage an JADE-Messungen einzelner Momente des Durham Zweijet-Flippparameters sowie der Heavy Jet Mass. Eingezeichnet sind die statistischen Unsicherheiten der Datenpunkte. Die durchgezogene Linie gibt die mit der Schwerpunktsenergie laufende NLO-Vorhersage wieder mit dem angepassten Wert ihres Parameters $\alpha_s(M_{Z0})$.

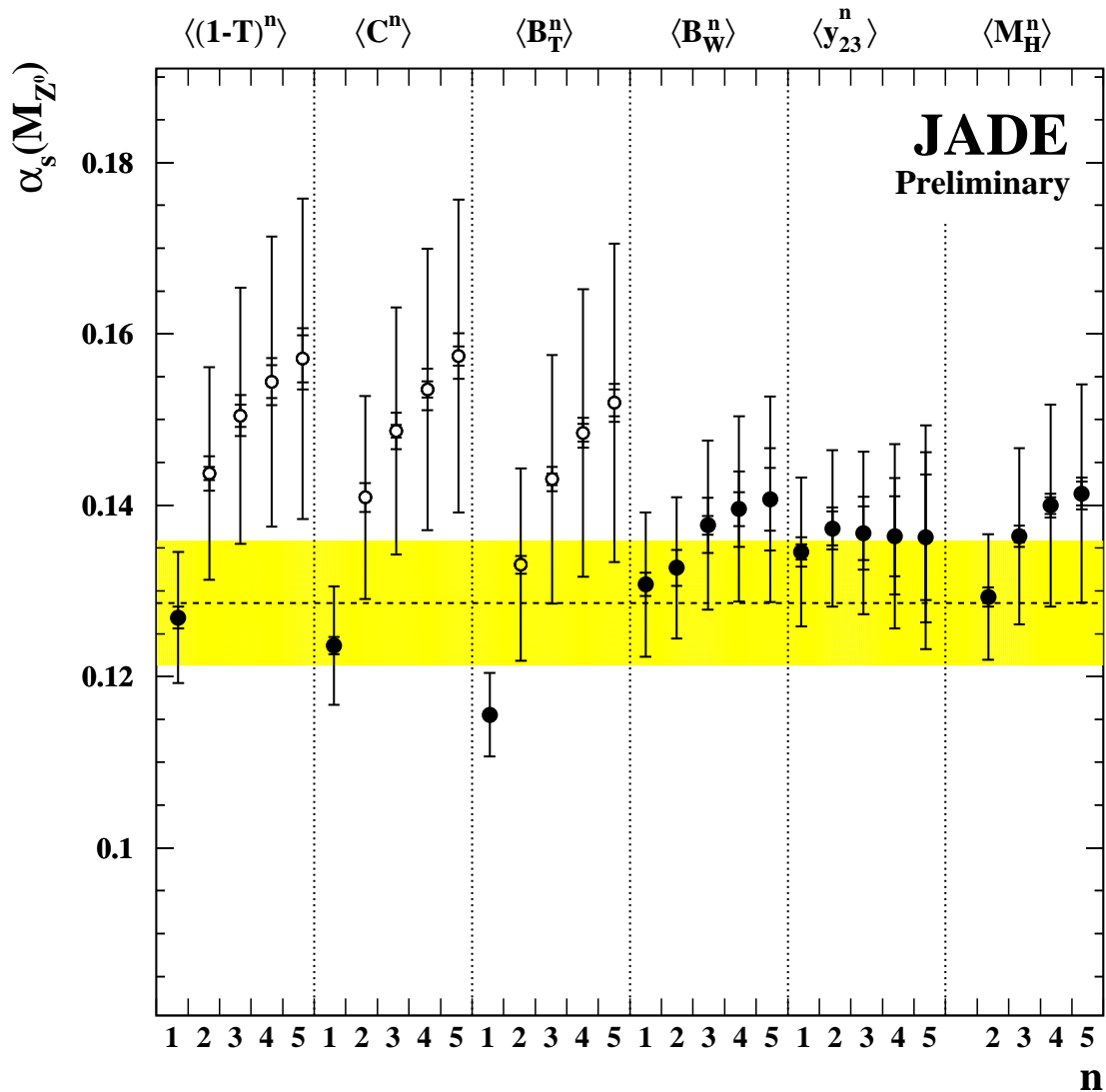


Abbildung 5.7: $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Messungen aus Fits der NLO-Vorhersage an Momente von sechs Ereignisformvariablen bei PETRA-Energien. Die inneren Fehlerbalken zeigen die statistischen Fehler (zum Teil nicht erkennbar), die mittleren die experimentellen Fehler, und die äußeren Balken die Gesamtfehler inklusive Hadronisierungsunsicherheit und x_μ -Variation. Die gestrichelte Linie gibt das weiter unten beschriebene gewichtete Mittel wieder; hierfür werden nur die mit ausgefüllten Symbolen gekennzeichneten Messungen verwendet.

Fits an OPAL-Daten

In [48] führten wir entsprechende Fits an die vier kombinierten OPAL-Energiepunkte – wie in Unterabschnitt 4.1.2 eingeführt – durch. Figur 5.8 und Tabelle F.2 zeigen die Resultate. Figur 5.8 zeigt auch die weiter unten eingeführte Kombination der Fitresultate.

Die Hadronisierungskorrektur zeigt eine starke Energieabhängigkeit und fällt typischerweise mit $1/Q$ ab – vgl. Abschnitt 2.8 – die perturbative Vorhersage aber nur wie $1/\ln(Q)$; die der Kombination der OPAL-Energiepunkte zugrundeliegenden Intervalle erstrecken sich über große Energiebereiche. Deshalb wurden Hadronisierungseffekte in diesem Fall also relativ grob korrigiert.

Um den Einfluß dieser Mittelung zu untersuchen, führen wir die Korrektur um Hadronisierung separat in den 12 kleineren Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.2 durch und wiederholen mit diesen Ergebnissen die Fits. Figuren 5.9 bis 5.11 zeigen den entsprechenden Vergleich von Datenpunkten und mit der Schwerpunktsenergie laufender Vorhersage, Tabelle F.3 enthält die Resultate. Die Unterschiede zu den entsprechenden Resultaten in [48] sind meist sehr gering und durch die Hadronisierungsunsicherheit abgedeckt. Eine Ausnahme machen nur die $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Bestimmungen aus den hohen Momenten $\langle y_{23}^4 \rangle$ und $\langle y_{23}^5 \rangle$ des Durham Zweijet-Flipparameters, die jedoch in Anbetracht ihres großen statistischen und experimentell systematischen Fehlers ohnehin als unsicher eingestuft werden müssen.

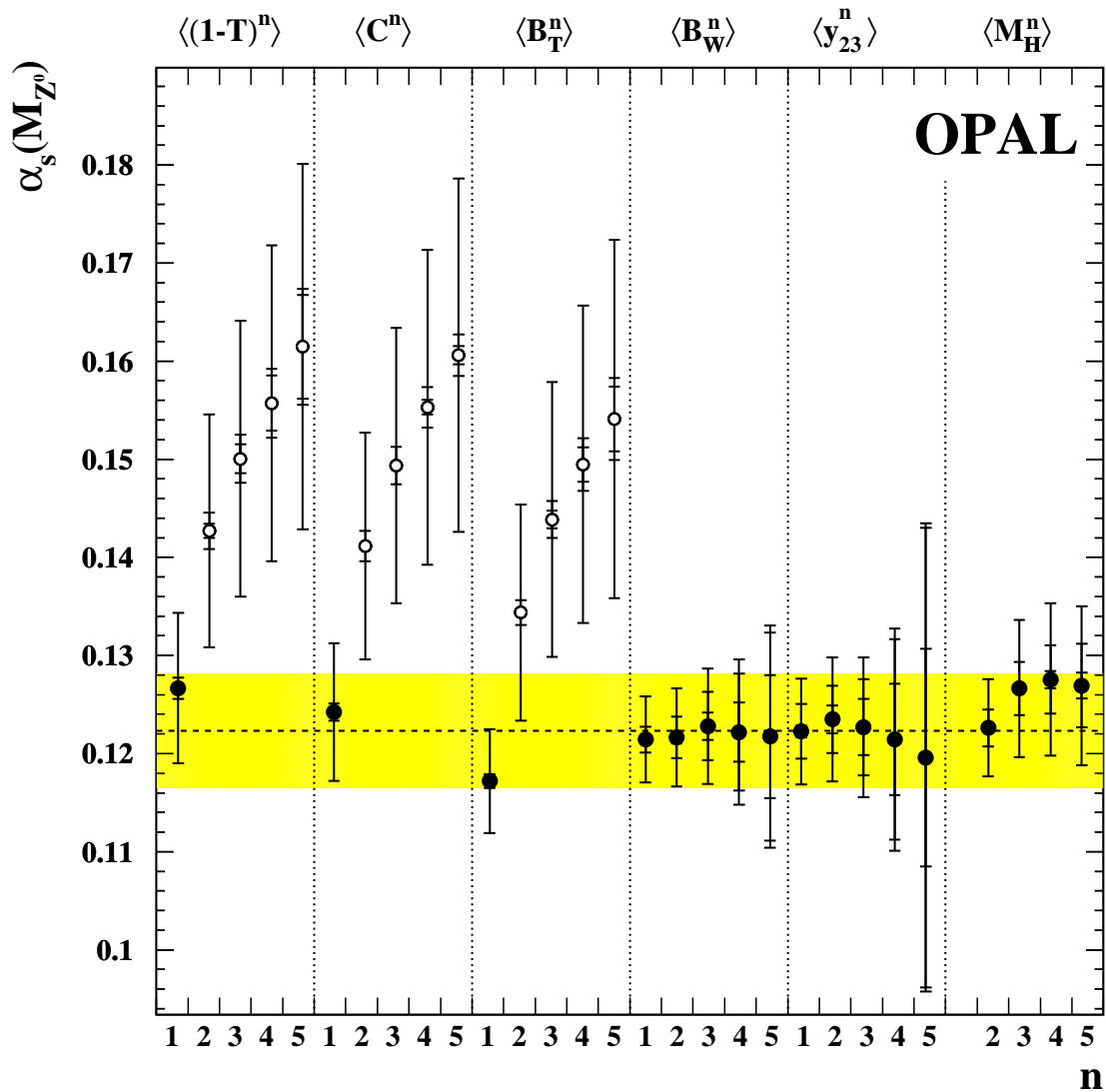


Abbildung 5.8: $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Messungen aus Fits der NLO-Vorhersage an Momente von sechs Ereignisformvariablen bei LEP-Energien. Die inneren Fehlerbalken zeigen die statistischen Fehler (zum Teil nicht erkennbar), die mittleren die experimentellen Fehler, und die äußeren Balken die Gesamtfehler inklusive Hadronisierungsunsicherheit und x_μ -Variation. Die gestrichelte Linie gibt das weiter unten beschriebene gewichtete Mittel wieder; hierfür werden nur die mit ausgefüllten Symbolen gekennzeichneten Messungen verwendet.

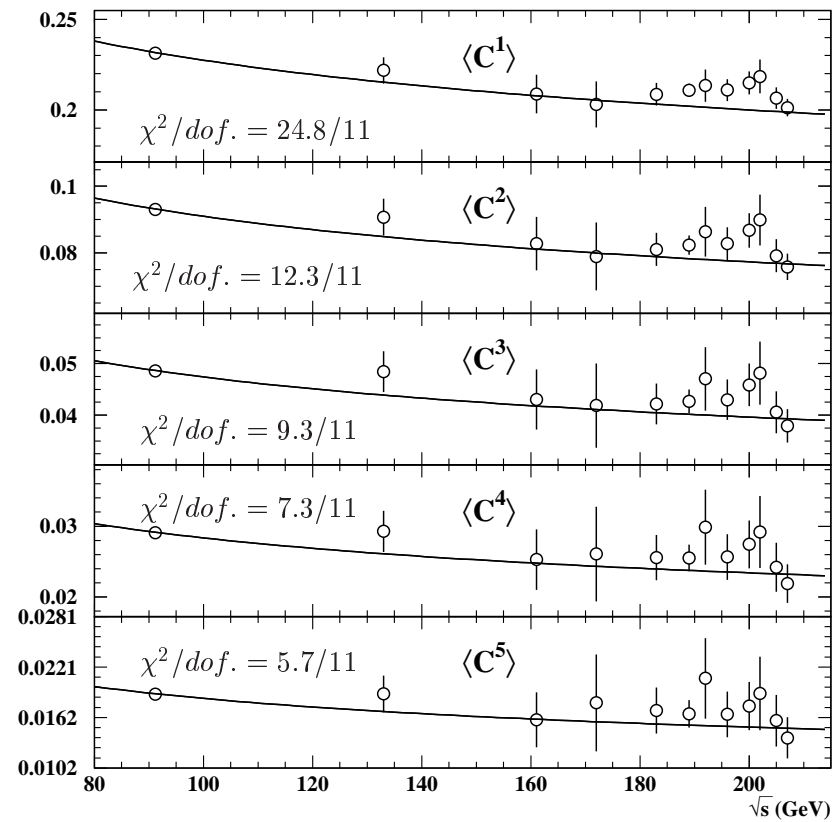
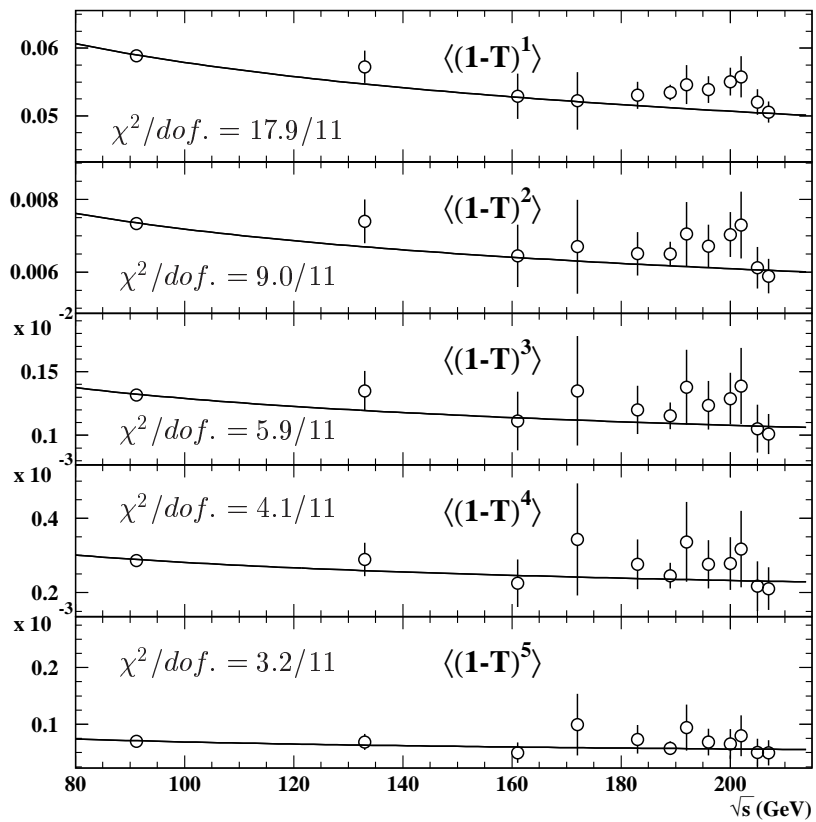


Abbildung 5.9: Fits der NLO-Vorhersage an OPAL-Messungen einzelner Momente von Thrust und C-Parameter. Eingezeichnet sind die statistischen Unsicherheiten der Datenpunkte. Die durchgezogene Linie gibt die mit der Schwerpunktsenergie laufende NLO-Vorhersage wieder mit dem angepassten Wert ihres Parameters $\alpha_s(M_{Z^0})$.

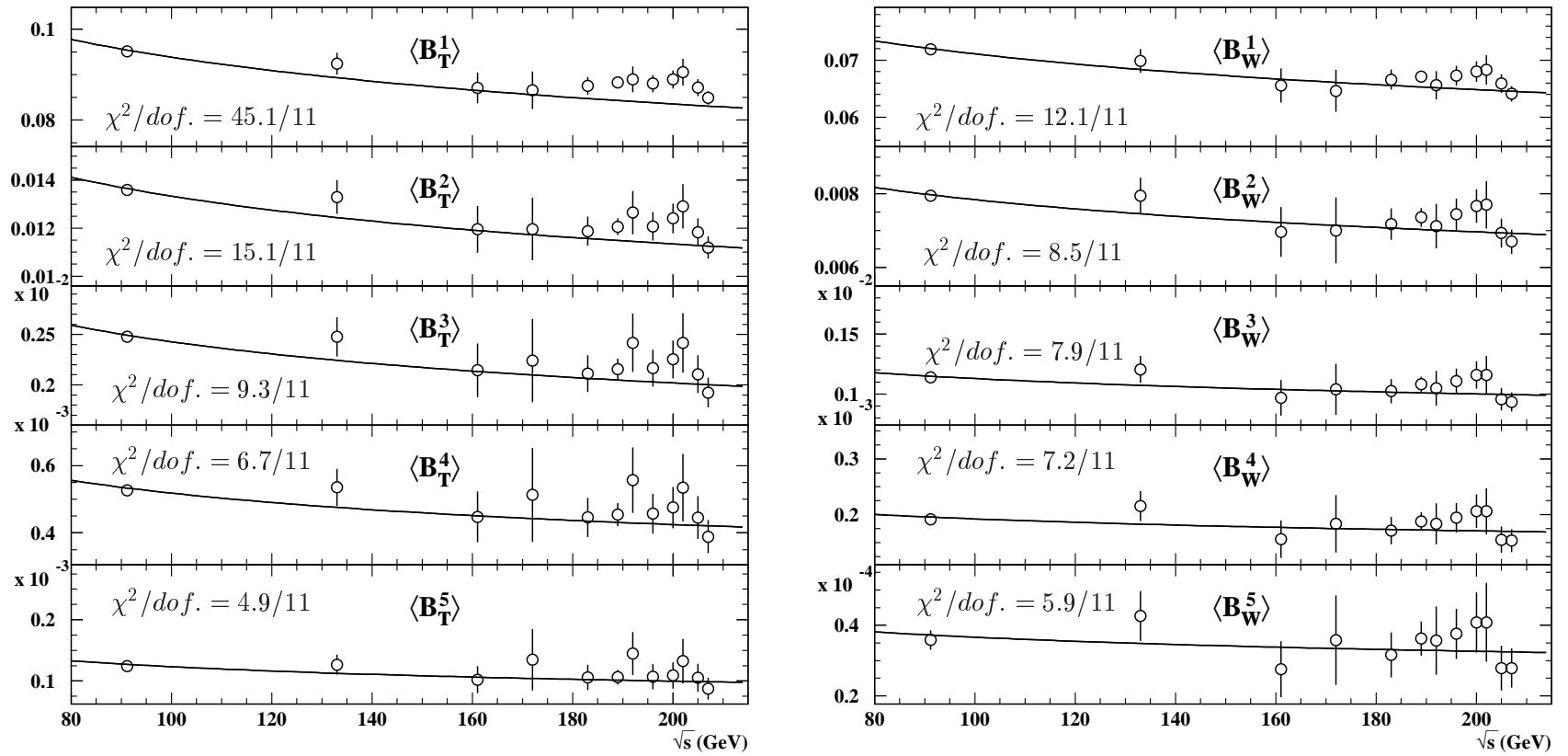


Abbildung 5.10: Fits der NLO-Vorhersage an OPAL-Messungen einzelner Momente von Total Jet Broadening und Wide Jet Broadening. Eingezeichnet sind die statistischen Unsicherheiten. Die durchgezogene Linie gibt die mit der Schwerpunktsenergie laufende NLO-Vorhersage wieder mit dem angepassten Wert ihres Parameters $\alpha_s(M_{Z^0})$.

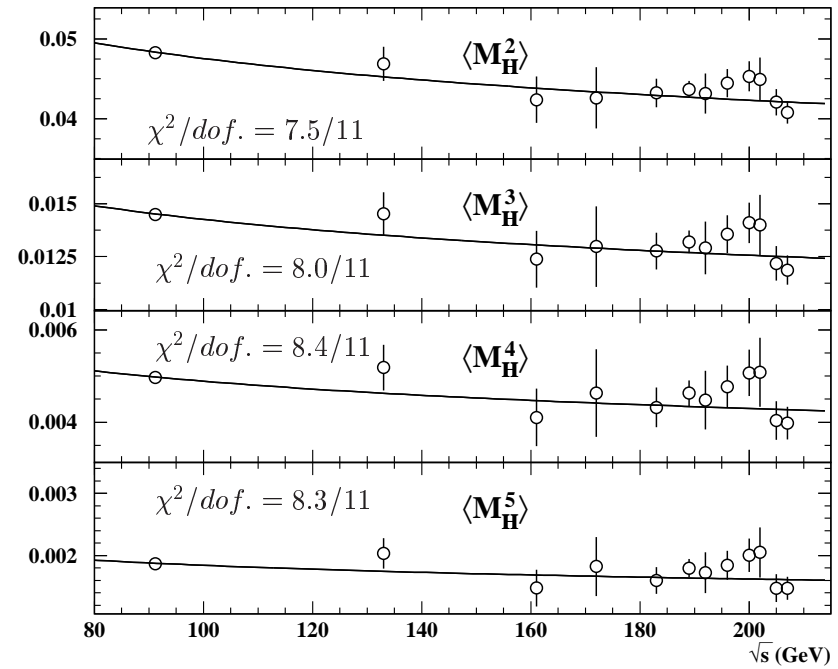
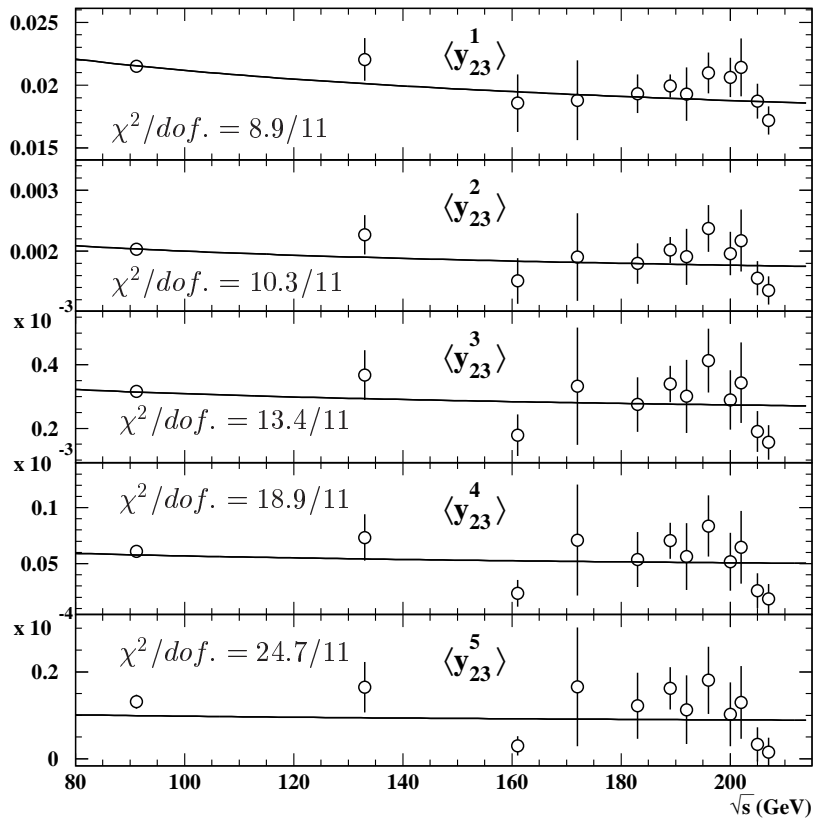


Abbildung 5.11: Fits der NLO-Vorhersage an OPAL-Messungen einzelner Momente des Durham Zweijet-Flippparameters sowie der Heavy Jet Mass. Eingezeichnet sind die statistischen Unsicherheiten der Datenpunkte. Die durchgezogene Linie gibt die mit der Schwerpunktsenergie laufende NLO-Vorhersage wieder mit dem angepassten Wert ihres Parameters $\alpha_s(M_{Z^0})$.

Der Fit an das Moment $\langle M_{\text{H}}^1 \rangle$ konvergiert jeweils nicht und deshalb werden keine Ergebnisse gezeigt. $\langle M_{\text{H}}^1 \rangle$ besitzt einen stark negativen Quotienten

$$K = \mathcal{B}_n / \mathcal{A}_n$$

von NLO- und LO-Koeffizienten (*K-Faktor*), der für die mangelnde Konvergenz des Fits verantwortlich ist: Gleichung (2.25) hat keine reelle Lösung für $\bar{\alpha}_s$, falls $\mathcal{B}_n - 2\mathcal{A}_n < -\mathcal{A}_n^2/4\langle y^n \rangle$. Diese Beziehung ist aber für $\langle M_{\text{H}}^1 \rangle$ sogar im gesamten Energiebereich $\sqrt{s} = 14 \dots 207 \text{ GeV}$ erfüllt, vgl. Tabellen 2.3 und B.1 bis B.8. Der stark negative Koeffizient zweiter Ordnung resultiert in einem unphysikalischen Laufen der Vorhersage mit \sqrt{s} über den gesamten untersuchten Energiebereich, dies würde erst durch Beiträge höherer Ordnung wieder korrigiert. Der Mittelwert $\langle M_{\text{H}}^1 \rangle$ ist somit ungeeignet für die Bestimmung von $\alpha_s(M_{Z^0})$. Auch $\langle B_{\text{W}}^1 \rangle$ hat einen negativen Koeffizienten zweiter Ordnung und wird somit ebenfalls negativ für genügend große Werte von $\alpha_s(\sqrt{s})$. Das läßt Probleme bei der Bestimmung von $\alpha_s(M_{Z^0})$ erwarten, sie zeigen sich weiter unten.

Die erhaltenen Werte von $\chi^2/\text{dof.}$ liegen stets in der Größenordnung von Eins,⁴ die gefitteten QCD-Vorhersagen und die Energieabhängigkeit von α_s sind also konsistent mit den Daten. Für $\langle (1 - T)^n \rangle$, $\langle C^n \rangle$ und $\langle B_{\text{T}}^n \rangle$ steigen allerdings die gefitteten Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ mit der Ordnung n des jeweiligen Moments stark an. Dies beobachtet man nicht als klaren Trend für alle Momente $\langle B_{\text{W}}^n \rangle$, $\langle y_{23}^n \rangle$ und $\langle M_{\text{H}}^n \rangle$ (man vergleiche auch die Messungen aus den einzelnen Experimenten). Um den Ursprung dieses Verhaltens zu untersuchen, sind in Figur 5.12 die *K*-Faktoren für die Momente der sechs in den Fits benutzten Ereignisformvariablen gezeigt.

⁴Der Wert erreicht maximal 45.1/11 im Fit von $\langle B_{\text{T}}^1 \rangle$ an die 12 OPAL-Energiepunkte, oder 11.6/3 im Fit an die 4 kombinierten OPAL-Energien (die $\chi^2/\text{dof.}$ -Werte sind in diesen Fits niedriger, da gewisse Diskrepanzen der Daten in der Kombinationsprozedur absorbiert werden); maximal 16.5/4 im Fit von $\langle B_{\text{W}}^1 \rangle$ an die 5 Jade-Energiepunkte (die perturbative Beschreibung dieses Moments erweist sich weiter unten als unzureichend), oder 11.5/4 im entsprechenden Fit an $\langle B_{\text{T}}^1 \rangle$.

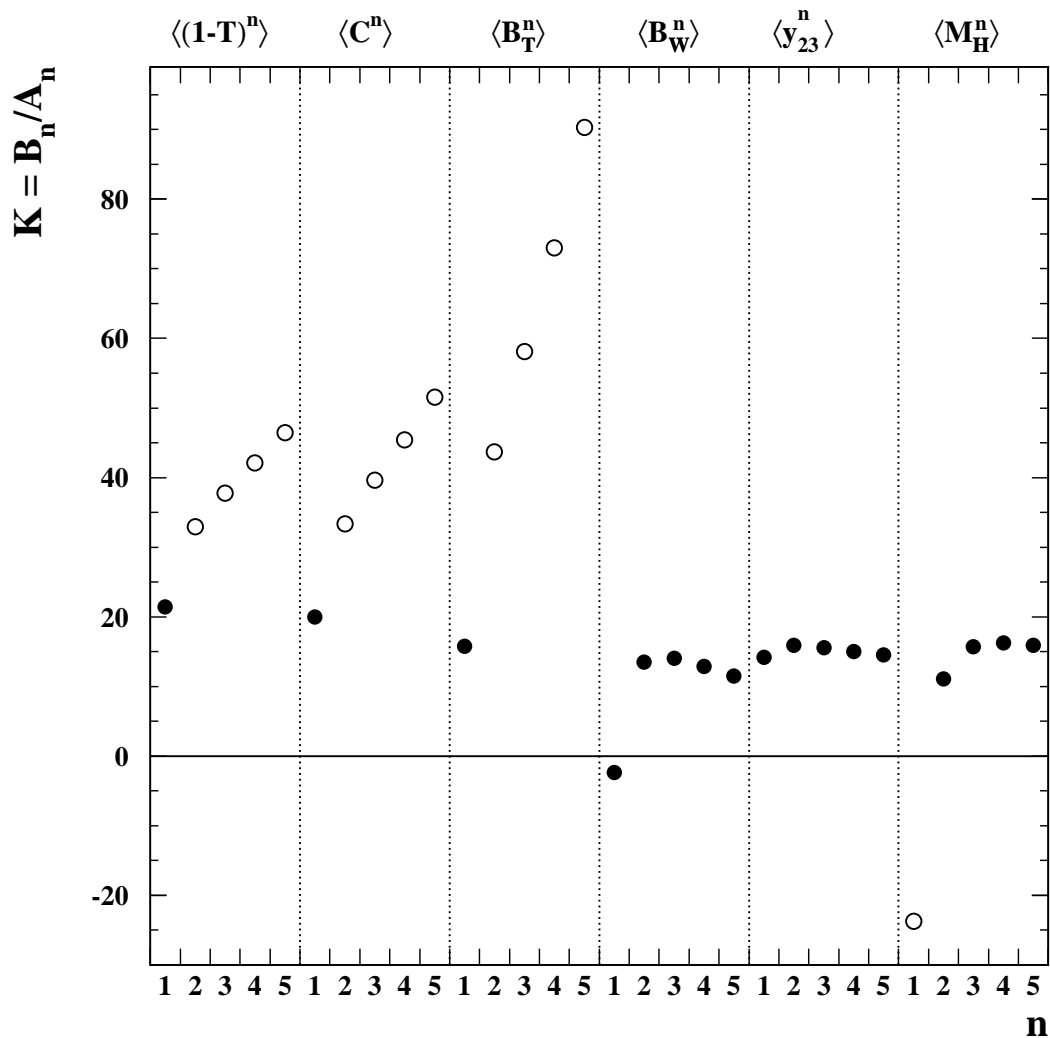


Abbildung 5.12: Das Verhältnis $K = \mathcal{B}_n/\mathcal{A}_n$ von NLO- und LO-Koeffizienten für die ersten fünf Momente der sechs in der perturbativen Bestimmung von $\alpha_s(M_{Z^0})$ verwendeten Ereignisformvariablen. Mit ausgefüllten Symbolen gekennzeichnet sind die in der $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Messung aus JADE- oder OPAL-Daten verwendeten Observablen.

Man sieht eine klare Übereinstimmung zwischen den mit der Momentordnung n ansteigenden Werten von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und mit n ansteigenden Werten von K für $\langle(1-T)^n\rangle$, $\langle C^n\rangle$ und $\langle B_T^n\rangle$. Die anderen Observablen $\langle B_W^n\rangle$, $\langle y_{23}^n\rangle$ und $\langle M_H^n\rangle$ besitzen ziemlich konstante Werte von K und entsprechend stabilere Ergebnisse für $\alpha_s(M_{Z^0})$.

Wir interpretieren dies so: Der Trend relativ großer Koeffizienten in nächsthöherer Ordnung setzt sich fort, d.h. in der NLO-Beschreibung von $\langle(1-T)^n\rangle$, $\langle C^n\rangle$ und $\langle B_T^n\rangle$ fehlt ein großer positiver Term der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$. Die Kompensation im Fit erfolgt, indem $\alpha_s(M_{Z^0})$ im NLO-Ausdruck groß gewählt wird.

Es scheint auch klar, daß höhere perturbative Ordnungen für Zweihemisphären-Observablen wichtiger sind: Der Wert einer Einhemisphären-Observablen auf Partonniveau wird nur durch einen Teil des Partonschauers bestimmt, eine Zweihemisphärenobservable hingegen "sieht" immer den gesamten Partonschauer und deshalb tragen im allgemeinen mehr Vertizes, also höhere Ordnungen in der Kopplung zu ihrer Berechnung bei. Wird etwa ein Gluon in einer Hemisphäre bzgl. der Thrust-Achse produziert und fragmentiert (auch) in die andere, so ergibt dies eine drastische Veränderung der Ereignisstruktur. Diese trägt in ganzem Ausmaß zum Wert von Thrust bei.⁵ Derartige Vorkommnisse sind bei sphärischen Ereignissen häufiger, was großen Werten der Ereignisformvariablen entspricht, oder Momenten hoher Ordnung.⁶ Da zu den höheren Momenten der Zweihemisphärenvariablen bereits in zweiter Ordnung der Kopplung große Korrekturen beitragen (siehe K-Faktoren, Figur 5.12), könnte diese hypothetische Erklärung durch Nachvollziehen der $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ -Berechnung glaubhaft gemacht werden.

Die Unvollständigkeit zeigt sich auch in einer großen und mit der Momentordnung zunehmenden Änderung des $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Wertes unter Variation des Renormierungsskalenfaktors $x_\mu=0.5\dots 2.0$. Ein gewisses Ansteigen der $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Werte mit der Momentordnung ist auch bei den Einhemisphärenobservablen zu erkennen. Das Ausmaß hängt aber vom zugrundegelegten Experiment ab, oder von der konkreten Momentordnung.⁷ Auch für diese Variablen beschrei-

⁵Im Fall von Thrust ist dieser Beitrag aus der anderen Hemisphäre zum Variablenwert offensichtlich dominant positiv.

⁶Höhere $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Werte ergeben sich auch aus Fits an Verteilungen der Zweihemisphärenvariablen [4, 48], jedoch bei weitem nicht so ausgeprägt. Dafür sehen wir zwei Gründe: In den höheren Momenten sind Teile des Multijetbereichs stark gewichtet, die in den Verteilungen statistisch unterdrückt sind, oder gar nicht im Fitbereich enthalten. Zudem werden in den Verteilungen nichtlineare Effekte durch die Mittelung in den Klassen systematisch unterdrückt. Durch Monte Carlo - Studien ließe sich der jeweilige Beitrag dieser zwei Effekte quantifizieren.

⁷Es liegt auch innerhalb der systematischen Schwankungen, die sich bei Verwendung von JADE und OPAL aus Minimum- bzw. Maximum-Overlap Ansatz für die Zentralwerte

ben höhere Momente den Multijetbereich, der in NLO weniger vollständig berechnet ist.

Fits an JADE- und OPAL-Daten

Das aussagekräftigste Ergebnis ergibt der kombinierte Fit an JADE- und OPAL-Daten, der sich über den großen Energiebereich von 14 bis über 200 GeV erstreckt.

Bei Einbezug von Korrelationen zwischen verschiedenen Energiepunkten muß die χ^2 -Formel (5.1) erweitert werden auf den allgemeineren Ausdruck [14]

$$\chi^2 = \sum_{i,j} C_{ij}^{-1} \cdot (\langle y^n \rangle_i - \langle y^n \rangle_i^{\text{theo}}) \cdot (\langle y^n \rangle_j - \langle y^n \rangle_j^{\text{theo}}), \quad (5.2)$$

mit Matrix C_{ij} der Kovarianzen⁸ des Moments der Ordnung n an den Energiepunkten i und j .

Die Kovarianz C_{ij} ergibt sich als Summe der statistischen Kovarianzen S_{ij} sowie der experimentell systematischen Kovarianzen E_{ij} ,

$$C_{ij} = S_{ij} + E_{ij}.$$

Die statistischen Kovarianzen S_{ij} sind exakt bekannt:

- Im Fall verschiedener Energiepunkte verschwinden die statistischen Anteile, da die Daten unabhängig sind,

$$S_{ij} = 0 \text{ für } i \neq j.$$

- Die statistischen Kovarianzen $S_{ii} \neq 0$ werden gemäß Gleichungen (2.17), (2.18) berechnet:

$$S_{ii} = \sigma_{\text{stat},i}^2. \quad (5.3)$$

Die experimentell systematischen Kovarianzen E_{ij} sind nur teilweise bekannt:

- Die Diagonaleinträge dieser Matrix sind gegeben durch

$$E_{ii} = \sigma_{\text{exp},i}^2.$$

der Fits ergeben.

⁸Die Kovarianz ist nach Formel (2.19) gleich dem Produkt der Fehler gewichtet mit der Korrelation.

- Für die Nichtdiagonaleinträge $i \neq j$ müssen plausible Annahmen getroffen werden: Wir untersuchen die zwei in Unterabschnitt 5.2 eingeführten Ansätze des Minimum- und Maximum-Overlaps:

$$E_{ij} = \text{Min}\{\sigma_{exp.,i}^2, \sigma_{exp.,j}^2\}, \quad (5.4)$$

bzw.

$$E_{ij} = \text{Max}\{\sigma_{exp.,i}^2, \sigma_{exp.,j}^2\}. \quad (5.5)$$

Dieser χ^2 -Wert wird für das gefittete Moment bezüglich des Fitparameters $\alpha_s(M_{Z^0})$ minimiert (im Fit werden also Kovarianzmatrizen der Dimension 18×18 gemäß Gleichung (5.3) und (5.4) bzw. (5.5) erstellt, invertiert und hiermit der Wert von χ^2 nach Gleichung (5.2) berechnet). Der totale Fehler von $\alpha_s(M_{Z^0})$ wird durch Variation von χ^2 auf den Wert $\chi_{\min}^2 + 1$ gefunden, wobei χ_{\min}^2 der Minimalwert ist.

Die erhaltenen Fitresultate liegen meist signifikant außerhalb des Intervalls der entsprechenden JADE- bzw. OPAL-Messung alleine. Das ist wegen der eingehenden Korrelationen möglich [52], zeigt aber die prinzipielle Schwierigkeit ihrer korrekten Schätzung. Deshalb legen wir für die Zentralwerte der Messungen nur statistische Fehler zugrunde, und berechnen einen $\chi^2/\text{dof.}$ -Wert ohne Korrelationen.⁹

Figuren 5.13 bis 5.15 zeigen den Vergleich der Datenpunkte mit der Vorhersage, Tabelle F.4. enthält die Resultate. Die systematischen Fehler werden aus den Fits unter Annahme von Minimum Overlap abgeschätzt, und die damit erhaltenen relativen Fehler werden auf das Resultat aus dem Fit ohne Korrelationen skaliert.¹⁰

⁹In diesem Vorgehen unterscheiden wir uns von der Analyse der Vierjtrate [102], die mit JADE-Daten in [103] durchgeführt wurde und mit OPAL-Daten in [104]. Für jeden Energiepunkt \sqrt{s} wurde ein Wert $\alpha_s(\sqrt{s})$ an die jeweilige Verteilung angepaßt, und eine laufende Kopplung wiederum an diese Ergebnisse gefittet. Die so erhaltenen $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Resultate aus der JADE- bzw. OPAL-Messung wichen relativ stark voneinander ab. Der Zentralwert aus einem kombinierten Fit der laufenden Kopplung unter Annahme von Minimum Overlap lag innerhalb dieses Intervalls [79].

¹⁰Darauf wurde in der Analyse der Vierjtrate verzichtet. Da der statistische Fehler dort im Vergleich zur experimentellen Systematik vernachlässigbar ist, wurde nur der totale Fehler bestimmt [79]. Für die höheren Momente ist das aber nicht der Fall.

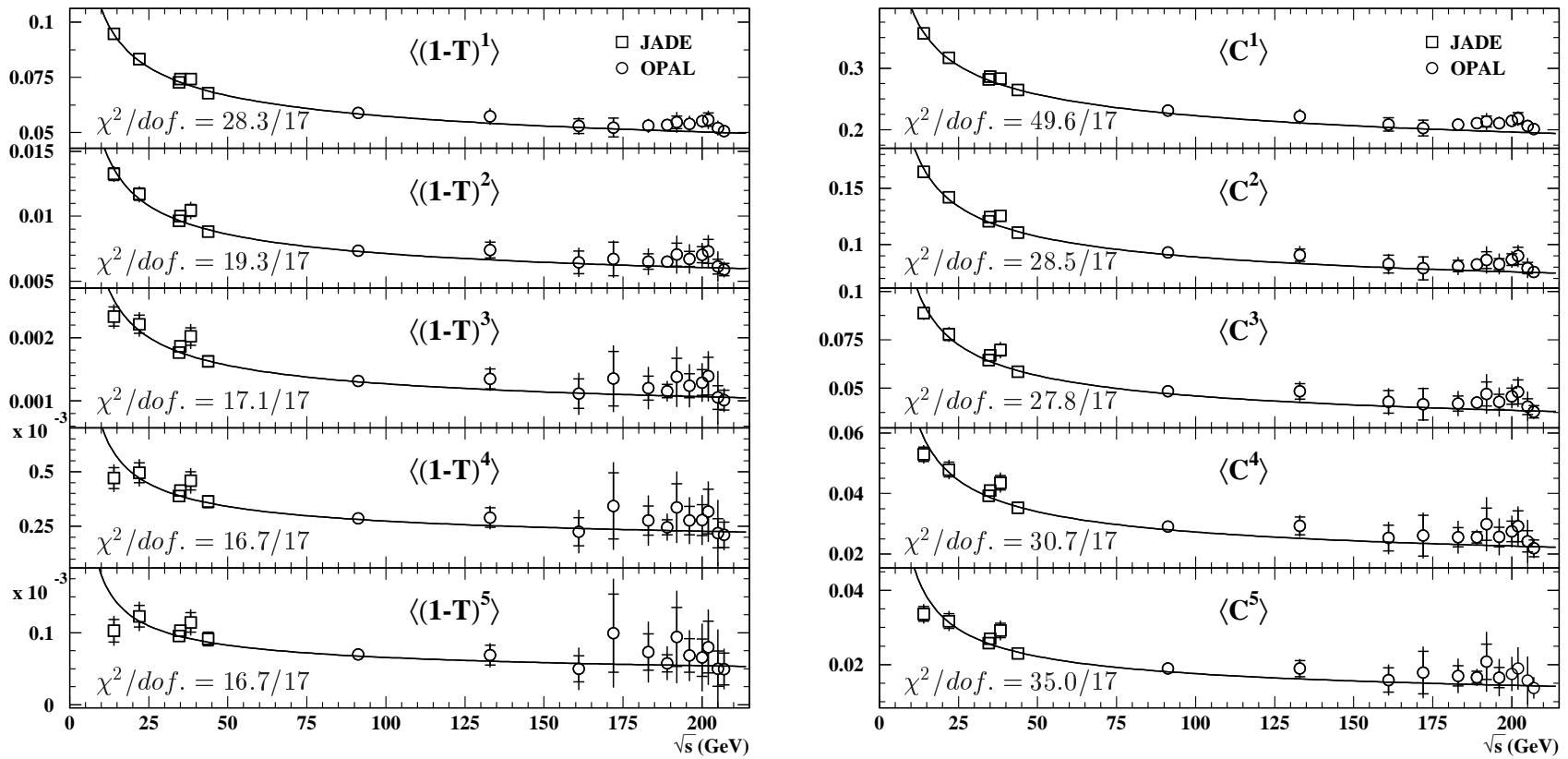


Abbildung 5.13: Fits der NLO-Vorhersage an JADE- und OPAL-Messungen einzelner Momente von Thrust und C-Parameter. Die durchgezogene Linie gibt die mit der Schwerpunktsenergie laufende NLO-Vorhersage wieder mit dem angepassten Wert ihres Parameters $\alpha_s(M_{Z^0})$. Eingezeichnet sind die im Fit verwendeten statistischen Fehler (innere Balken) sowie Gesamtfehler inklusive der experimentellen Systematik.

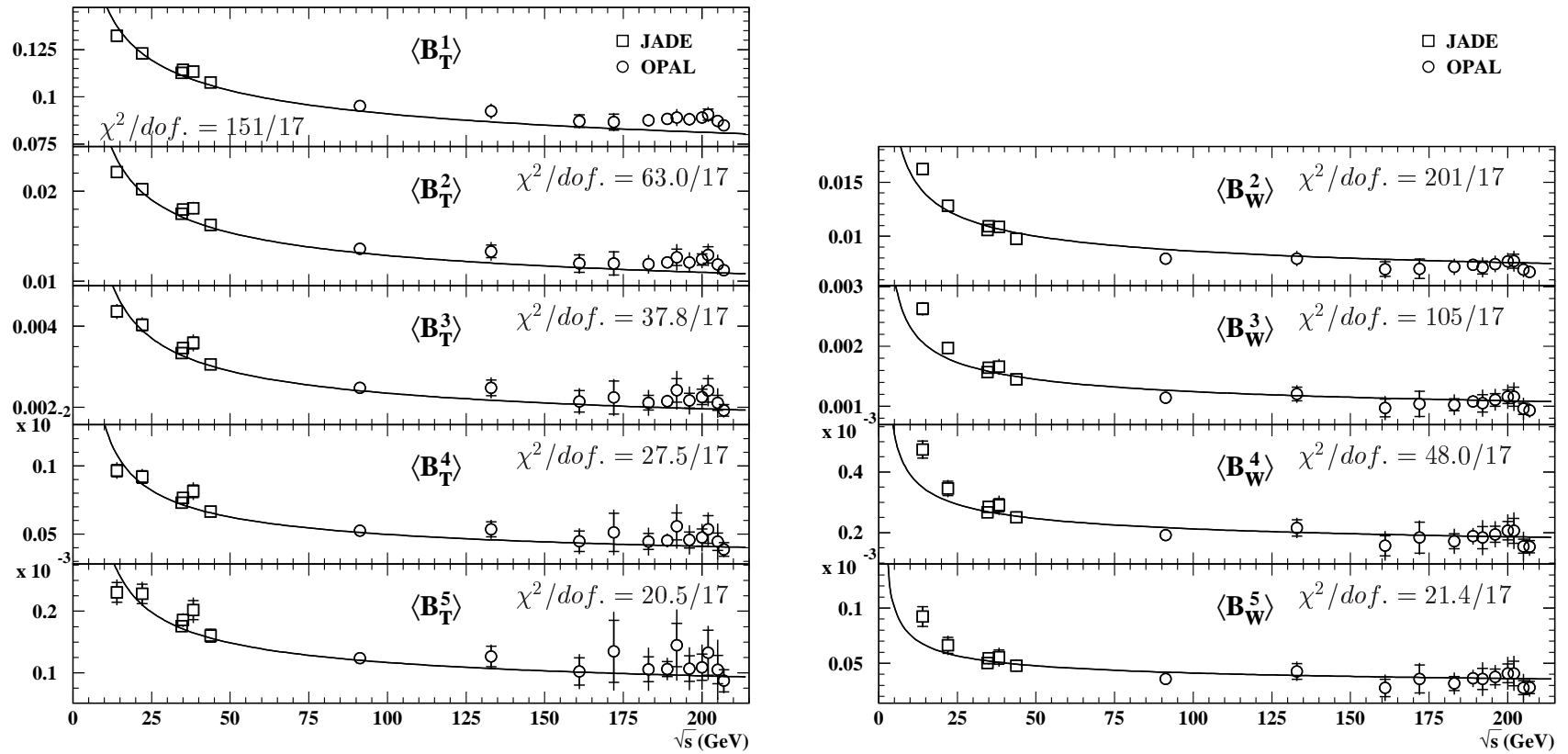


Abbildung 5.14: Fits der NLO-Vorhersage an JADE- und OPAL-Messungen einzelner Momente von Total Jet Broadening und Wide Jet Broadening. Die durchgezogene Linie gibt die mit der Schwerpunktsenergie laufende NLO-Vorhersage wieder mit dem angepassten Wert ihres Parameters $\alpha_s(M_{Z^0})$. Eingezeichnet sind die im Fit verwendeten statistischen Fehler (innere Balken) sowie Gesamtfehler inklusive der experimentellen Systematik.

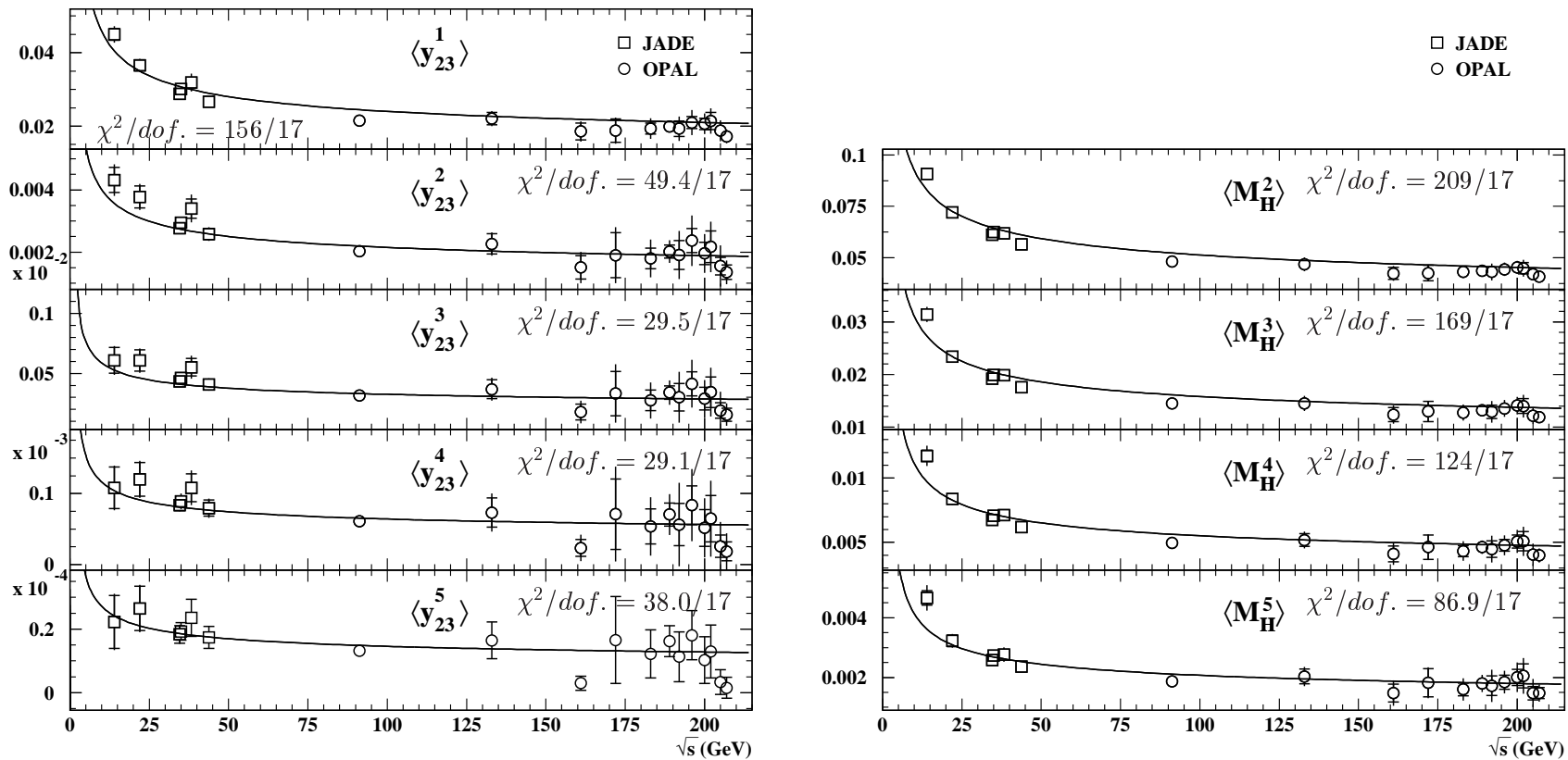


Abbildung 5.15: Fits der NLO-Vorhersage an JADE- und OPAL-Messungen von Momenten des Durham Zweijet-Flippparameters sowie der Heavy Jet Mass. Eingezeichnet sind die im Fit verwendeten statistischen Fehler (innere Balken) sowie Gesamtfehler inklusive der experimentellen Systematik. Die durchgezogene Linie gibt die mit der Schwerpunktsenergie laufende NLO-Vorhersage wieder mit dem angepassten Wert ihres Parameters $\alpha_s(M_{Z0})$.

Vergleich der Annahmen zur Korrelation und der Standard-Abschätzung der Systematik

Vergleicht man etwa den mittels der Minimum-Overlap Annahme kombinierten Fit an JADE- und OPAL-Daten von $\langle 1 - T \rangle$,

$$\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.1258 \pm 0.0002(\text{stat.}) \pm 0.0007(\text{exp.})$$

mit den Fits an JADE-Daten alleine,

$$\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.1269 \pm 0.0004(\text{stat.}) \pm 0.0012(\text{exp.})$$

(Tabelle F.1), oder OPAL-Daten alleine,

$$\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.1267 \pm 0.0003(\text{stat.}) \pm 0.0010(\text{exp.})$$

(Tabelle F.3), so stellt man eine verkleinerte Abschätzung der systematischen Unsicherheit fest. Der aus der Maximum-Overlap Annahme erhaltene Wert von

$$\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.1254 \pm 0.0002(\text{stat.}) \pm 0.0003(\text{exp.})$$

schätzt diese Unsicherheit sogar noch kleiner ab. Der Betrag der Systematiken fast aller untersuchten Momente von Ereignisformvariablen folgt diesem Muster (die Zentralwerte aus dem kombinierten Fits liegen außerhalb des Intervalls der Werte aus den Fits an die Daten der einzelnen Experimente. Hier zeigt sich die oben erwähnte Problematik der Abschätzung der Korrelationen, diese Zentralwerte werden in der Arbeit nicht verwendet). Die kleinere Abschätzung des Fehlers im Maximum-Overlap Ansatz äußert sich auch in größeren Werten von $\chi^2/dof.$, etwa bei den Fits an $\langle y_{23}^1 \rangle$, $\langle B_W^n \rangle$ und $\langle M_H^n \rangle$ bis maximal 204/17, aber nur maximal 99/17 im Minimum Overlap - Ansatz.

Als expliziteren Test der Annahmen zur Korrelation untersuchen wir, welcher der zwei Ansätze die bekannte exakte Abschätzung der experimentellen systematischen Unsicherheit im Fall eines einzigen Experiments am besten reproduziert. Hierzu führen wir nochmals Fits nur an JADE- oder OPAL-Daten aus, ermitteln die systematische Unsicherheit aber im Minimum- oder Maximum-Overlap Ansatz statt durch Wiederholung des Fits für jede systematische Variation. Tabellen F.5 bis F.8 zeigen die Ergebnisse. Die relativen Abweichungen der Fitwerte $\alpha_s(M_{Z^0})$ sowie der Gesamtfehler vom Standardresultat (Tabelle F.1 im Fall der JADE-Messung und Tabelle F.3 für OPAL) sind in Tabelle 5.1 (Minimum-Overlap Ansatz) und 5.2 (Maximum-Overlap Ansatz) gezeigt.

| JADE | | | | | | |
|---------------------|-------------------------|----------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|------------------------|
| | $\langle(1-T)^1\rangle$ | $\langle C^1\rangle$ | $\langle B_T^1\rangle$ | $\langle B_W^1\rangle$ | $\langle y_{23}^1\rangle$ | |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | -1% | -1% | -1% | +2% | -1% | |
| stat. und exp. | -37% | -38% | -12% | -19% | -2% | |
| JADE | | | | | | |
| | $\langle(1-T)^2\rangle$ | $\langle C^2\rangle$ | $\langle B_T^2\rangle$ | $\langle B_W^2\rangle$ | $\langle y_{23}^2\rangle$ | $\langle M_H^2\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | -1% | -1% | -2% | +3% | -1% | $\simeq 0\%$ |
| stat. und exp. | -25% | -34% | 38% | -21% | +4% | -20% |
| JADE | | | | | | |
| | $\langle(1-T)^3\rangle$ | $\langle C^3\rangle$ | $\langle B_T^3\rangle$ | $\langle B_W^3\rangle$ | $\langle y_{23}^3\rangle$ | $\langle M_H^3\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | -2% | -2% | -2% | +3% | -2% | -1% |
| stat. und exp. | -10% | -28% | -5% | -16% | +7% | +1% |
| JADE | | | | | | |
| | $\langle(1-T)^4\rangle$ | $\langle C^4\rangle$ | $\langle B_T^4\rangle$ | $\langle B_W^4\rangle$ | $\langle y_{23}^4\rangle$ | $\langle M_H^4\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | -2% | -2% | -2% | +2% | -2% | -1% |
| stat. und exp. | +3% | -23% | +3% | -7% | +4% | +21% |
| JADE | | | | | | |
| | $\langle(1-T)^5\rangle$ | $\langle C^5\rangle$ | $\langle B_T^5\rangle$ | $\langle B_W^5\rangle$ | $\langle y_{23}^5\rangle$ | $\langle M_H^5\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | -1% | -2% | -2% | $\simeq 0\%$ | -2% | -2% |
| stat. und exp. | +7% | -19% | +9% | -2% | +3% | +21% |

| OPAL | | | | | | |
|---------------------|-------------------------|----------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|------------------------|
| | $\langle(1-T)^1\rangle$ | $\langle C^1\rangle$ | $\langle B_T^1\rangle$ | $\langle B_W^1\rangle$ | $\langle y_{23}^1\rangle$ | |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | $\simeq 0\%$ | $\simeq 0\%$ | $\simeq 0\%$ | $\simeq 0\%$ | $\simeq 0\%$ | |
| stat. und exp. | -6% | -3% | -10% | -9% | -8% | |
| OPAL | | | | | | |
| | $\langle(1-T)^2\rangle$ | $\langle C^2\rangle$ | $\langle B_T^2\rangle$ | $\langle B_W^2\rangle$ | $\langle y_{23}^2\rangle$ | $\langle M_H^2\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | $\simeq 0\%$ | $\simeq 0\%$ | $\simeq 0\%$ | $\simeq 0\%$ | $\simeq 0\%$ | $\simeq 0\%$ |
| stat. und exp. | -8% | -4% | -10% | -14% | -19% | -6% |
| OPAL | | | | | | |
| | $\langle(1-T)^3\rangle$ | $\langle C^3\rangle$ | $\langle B_T^3\rangle$ | $\langle B_W^3\rangle$ | $\langle y_{23}^3\rangle$ | $\langle M_H^3\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | $\simeq 0\%$ | $\simeq 0\%$ | $\simeq 0\%$ | -1% | $\simeq 0\%$ | $\simeq 0\%$ |
| stat. und exp. | -9% | -3% | -12% | -24% | -31% | -8% |
| OPAL | | | | | | |
| | $\langle(1-T)^4\rangle$ | $\langle C^4\rangle$ | $\langle B_T^4\rangle$ | $\langle B_W^4\rangle$ | $\langle y_{23}^4\rangle$ | $\langle M_H^4\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | -1% | $\simeq 0\%$ | -1% | -1% | +3% | $\simeq 0\%$ |
| stat. und exp. | -10% | -1% | -14% | -35% | -49% | -10% |
| OPAL | | | | | | |
| | $\langle(1-T)^5\rangle$ | $\langle C^5\rangle$ | $\langle B_T^5\rangle$ | $\langle B_W^5\rangle$ | $\langle y_{23}^5\rangle$ | $\langle M_H^5\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | -1% | $\simeq 0\%$ | -1% | -2% | +19% | $\simeq 0\%$ |
| stat. und exp. | -23% | $\simeq 0\%$ | -15% | -38% | -66% | -14% |

Tabelle 5.1: Relative Abweichungen der mittels des Minimum-Overlap Ansatzes erhaltenen Resultate vom jeweiligen Standardresultat: Angegeben für den Zentralwert $\alpha_s(M_{Z^0})$ sowie dessen kombinierten statistischen und experimentell systematischen Fehler aus der Messung mittels JADE oder OPAL.

| JADE | | | | | | | OPAL | | | | | | | | | |
|---------------------|-------------------------|----------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|------------------------|------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | $\langle(1-T)^1\rangle$ | $\langle C^1\rangle$ | $\langle B_T^1\rangle$ | $\langle B_W^1\rangle$ | $\langle y_{23}^1\rangle$ | | | | | | | | | | | |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | -1% | -1% | -1% | +1% | -3% | | | | | | | | | | | |
| stat. und exp. | -36% | -37% | -10% | -24% | -5% | | | | | | | | | | | |
| | $\langle(1-T)^2\rangle$ | $\langle C^2\rangle$ | $\langle B_T^2\rangle$ | $\langle B_W^2\rangle$ | $\langle y_{23}^2\rangle$ | $\langle M_H^2\rangle$ | | | | | | | | | | |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | -2% | -2% | -2% | +2% | -3% | -2% | | | | | | | | | | |
| stat. und exp. | -22% | -32% | +50% | -26% | +8% | -17% | | | | | | | | | | |
| | $\langle(1-T)^3\rangle$ | $\langle C^3\rangle$ | $\langle B_T^3\rangle$ | $\langle B_W^3\rangle$ | $\langle y_{23}^3\rangle$ | $\langle M_H^3\rangle$ | | | | | | | | | | |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | -2% | -3% | -2% | +2% | -3% | -3% | | | | | | | | | | |
| stat. und exp. | -4% | -24% | +1% | -18% | +16% | +2% | | | | | | | | | | |
| | $\langle(1-T)^4\rangle$ | $\langle C^4\rangle$ | $\langle B_T^4\rangle$ | $\langle B_W^4\rangle$ | $\langle y_{23}^4\rangle$ | $\langle M_H^4\rangle$ | | | | | | | | | | |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | -2% | -3% | -2% | +1% | -3% | -4% | | | | | | | | | | |
| stat. und exp. | +10% | -17% | +14% | -6% | +14% | +24% | | | | | | | | | | |
| | $\langle(1-T)^5\rangle$ | $\langle C^5\rangle$ | $\langle B_T^5\rangle$ | $\langle B_W^5\rangle$ | $\langle y_{23}^5\rangle$ | $\langle M_H^5\rangle$ | | | | | | | | | | |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | -1% | -3% | -2% | $\simeq 0\%$ | -3% | -5% | | | | | | | | | | |
| stat. und exp. | +16% | -11% | +22% | +5% | +13% | +27% | | | | | | | | | | |
| | $\langle(1-T)^1\rangle$ | $\langle C^1\rangle$ | $\langle B_T^1\rangle$ | $\langle B_W^1\rangle$ | $\langle y_{23}^1\rangle$ | | | | | | | | | | | |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | -1% | -1% | -1% | -1% | -1% | | | | | | | | | | | |
| stat. und exp. | -57% | -56% | -55% | -58% | -64% | | | | | | | | | | | |
| | $\langle(1-T)^2\rangle$ | $\langle C^2\rangle$ | $\langle B_T^2\rangle$ | $\langle B_W^2\rangle$ | $\langle y_{23}^2\rangle$ | $\langle M_H^2\rangle$ | | | | | | | | | | |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | -1% | -1% | -1% | -1% | $\simeq 0\%$ | -1% | | | | | | | | | | |
| stat. und exp. | -51% | -57% | -53% | -87% | -53% | -62% | | | | | | | | | | |
| | $\langle(1-T)^3\rangle$ | $\langle C^3\rangle$ | $\langle B_T^3\rangle$ | $\langle B_W^3\rangle$ | $\langle y_{23}^3\rangle$ | $\langle M_H^3\rangle$ | | | | | | | | | | |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | -1% | -1% | -1% | -1% | $\simeq 0\%$ | -1% | | | | | | | | | | |
| stat. und exp. | -34% | -55% | -43% | -49% | -41% | -62% | | | | | | | | | | |
| | $\langle(1-T)^4\rangle$ | $\langle C^4\rangle$ | $\langle B_T^4\rangle$ | $\langle B_W^4\rangle$ | $\langle y_{23}^4\rangle$ | $\langle M_H^4\rangle$ | | | | | | | | | | |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | -1% | -1% | -1% | -2% | +2% | -1% | | | | | | | | | | |
| stat. und exp. | -18% | -52% | -28% | -43% | -52% | -61% | | | | | | | | | | |
| | $\langle(1-T)^5\rangle$ | $\langle C^5\rangle$ | $\langle B_T^5\rangle$ | $\langle B_W^5\rangle$ | $\langle y_{23}^5\rangle$ | $\langle M_H^5\rangle$ | | | | | | | | | | |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | -1% | -1% | -2% | -3% | +8% | -1% | | | | | | | | | | |
| stat. und exp. | -25% | -48% | -19% | -38% | -66% | -58% | | | | | | | | | | |

Tabelle 5.2: Relative Abweichungen der mittels des Maximum-Overlap Ansatzes erhaltenen Resultate vom jeweiligen Standardresultat: Angegeben für den Zentralwert $\alpha_s(M_{Z^0})$ sowie dessen kombinierten statistischen und experimentell systematischen Fehler aus der Messung mittels JADE oder OPAL.

Das aus dem **Minimum-Overlap** - Ansatz erhaltene Fitresultat für $\alpha_s(M_{Z^0})$ weicht für das ohnehin unsichere Ergebnis aus der OPAL-Messung von $\langle y_{23}^5 \rangle$ zwar um 19% vom Standardwert ab, sonst aber nie um mehr als 3%, und oft um weniger als 0.5%, insbesondere beim Fit an OPAL-Daten. Die Ergebnisse aus dem **Maximum-Overlap** - Ansatz sind fast nie so präzise und weichen häufiger um 3% bis 5% ab.

Aufschlußreicher ist aber die Abschätzung der erhaltenen experimentellen Systematik: Abgesehen von den hohen Momenten von y_{23} unter- oder überschätzt der Minimum-Overlap Ansatz den Fitfehler maximal um 38% und typischerweise um etwa 20%. Der Maximum-Overlap Ansatz verfehlt den Fehler meist stärker, typischerweise um 50% und maximal um 87%. Im Fit an OPAL-Daten von $\langle B_W^2 \rangle$ ist die resultierende totale Unsicherheit sogar kleiner als diejenige bei Verwendung lediglich der statistischen Fehler, so daß hier kein experimentell systematischer Fehler extrahiert werden kann, vgl. Tabelle F.8.

Fitwerte und Fitfehler werden also vom Minimum Overlap-Ansatz besser reproduziert, wie bereits aus der allgemeinen Diskussion in Abschnitt 5.2 zu erwarten war.

Modell zur Auswirkung der Korrelation der Datenfehler auf den Fitfehler

In nicht zu großen Bereichen der Schwerpunktsenergie Q läßt sich die Vorhersage für das Moment $\langle y^n \rangle$ einer Ereignisformvariablen durch eine lineare Funktion $f(Q) = a \cdot Q + b$ grob approximieren.

Bei hohen Energien ist die Steigung dieser Approximation gering, der Fit dürfte sich bezüglich der zwei Kombinationsmethoden in etwa verhalten wie ein Fit der konstanten Funktion $f(Q) = b$, vgl. auch Abbildung 5.16. In diesem Fall ist bei Hinzunahme oder Vergrößerung von positiver Korrelation zwischen den Datenpunkten eine Verkleinerung des Fitfehlers zu erwarten – anschaulich: Die Punkte “gehen gemeinsam rauf oder runter”.

Bei kleinen Energien hat die Steigung einen großen Betrag, und das Verhalten dürfte dort dem der Anpassung einer Funktion $f(Q) = a \cdot Q$ ähneln. Demnach würde Vergrößerung der Korrelation eher zu einer Vergrößerung des Fitfehlers führen – anschaulich: Verkleinerung der Korrelation führt zu größerer Streuung der Punkte.

Um zu prüfen, ob diese einfachen Modellvorstellungen zutreffen, betrachten wir nochmals die Fits an die einzelnen Experimente mit den zwei Kombinati-

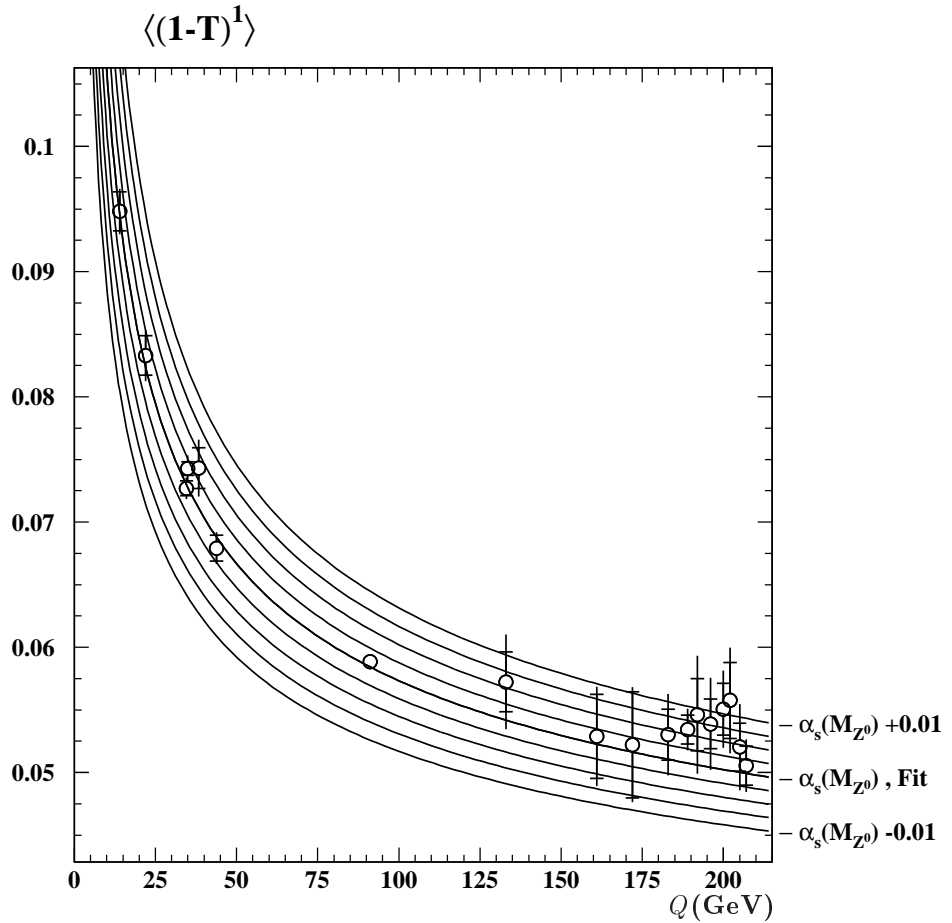


Abbildung 5.16: Sensitivität auf den Bereich niedriger Energien. Die Linien geben die mit der Schwerpunktsenergie laufende Vorhersage von $\langle 1 - T \rangle$ wieder für den aus dem Fit erhaltenen Wert von $\alpha_s(M_{Z^0})$ sowie kleine Variationen bis ± 0.01 ; eingezeichnet sind statistische und totale Fehler der Datenpunkte.

onsmethoden, Tabellen F.5 bis F.8. In der Tat nehmen die Fehler aus dem Fit an OPAL-Daten unter der Annahme von Maximum- statt Minimum-Overlap – also Vergrößerung der Korrelation – fast immer zu (einzige Ausnahmen $\langle B_W^5 \rangle$ und $\langle y_{23}^5 \rangle$), Fehler aus den Fits an JADE-Daten jedoch ab (Ausnahmen nur $\langle B_W^2 \rangle$ und $\langle B_W^3 \rangle$). Für die Mittelwerte der Ereignisformvariablen bei JADE-Energien geben Minimum- wie Maximum-Overlap Annahme identische Ergebnisse).

Wir schließen daraus, daß die Maximum-Overlap Annahme bei Analysen, welche die niedrigsten JADE-Energien nicht miteinbezogen, eventuell eine konservative Abschätzung darstellte. In unserem Fall ist jedoch die genauere Abschätzung mittels Minimum-Overlap zu bevorzugen.

Perturbative Beschreibung der Einhemisphären-Observablen

Analog zum oben diskutierten Fall von $\langle M_H^1 \rangle$ gibt es noch einen Fall mit negativem Koeffizienten \mathcal{B}_n , nämlich $\langle B_W^1 \rangle$, aber hier ist dieser nie klein genug, um in der Gleichung (2.22) eine reelle Lösung für $\bar{\alpha}_s$ auszuschließen. Im kombinierten Fit an JADE- und OPAL-Daten ergibt allerdings der Fit an $\langle B_W^1 \rangle$ einen sehr großen Wert von $\chi^2/\text{dof.} = 402/17$, die Daten werden also über den **gesamten** Energiebereich durch die bekannte perturbative Vorhersage nicht hinreichend beschrieben. Das sieht man auch an den unverträglichen Ergebnissen für $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus den Fits an JADE- bzw. OPAL-Daten alleine für diese Observable. JADE ergibt $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.1307 \pm 0.0014$ und OPAL den Wert $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.1215 \pm 0.0013$ (Statistik und experimentelle Systematik; Tabellen F.1 und F.3).

Bei Einbezug von JADE- und OPAL-Daten liefern die Fits an sämtliche Momente $\langle B_W^n \rangle$, $\langle y_{23}^n \rangle$ und $\langle M_H^n \rangle$ hohe Werte von $\chi^2/\text{dof.}$, und bei niedrigen Energien liegt die Vorhersage im allgemeinen zu tief. Die Vorhersage wirkt auch für die höheren Momente unvollständig. Die NLO-Vorhersagen für die entsprechenden Verteilungen werden bei niedriger Schwerpunktsenergie bereits im gemäßigten Zweijetbereich in unphysikalischer Weise negativ [4]. Die perturbativen Koeffizienten der Vorhersagen für die Momente werden durch Integration der Koeffizienten für die Verteilung gewonnen. Das Resultat ist für den Koeffizienten zweiter Ordnung des Mittelwerts negativ; für höhere Momente positiv, jedoch mit immer noch viel negativem “unphysikalischem Beitrag”. Erst unterhalb von 14 GeV wird der Betrag des α_s^2 -Terms größer als der des α_s -Terms, und somit kompensiert der größere Wert von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus dem JADE-Fit noch den negativen α_s^2 -Term. Die Vorhersage läuft erst unterhalb der JADE-Energiepunkte in der falschen Richtung, erweist sich aber dennoch durch die kombinierte Untersuchung mittels JADE und OPAL als zu unvollständig. Wir verwenden sie in unserer Messung nicht weiter.

Da diese Unvollständigkeit sich bereits bei Fits an Verteilungen und erste Momente deutlich zeigt [5, 6], wurde sie auch theoretisch ausführlich diskutiert [105]. In entsprechenden Fits an Verteilungen bei niedrigen Schwerpunktsenergien wird sie durch starke Einschränkung des Fitbereichs vermieden [4]. Aus demselben Grund wird oft M_H^2 statt M_H als zugrundeliegende Variable betrachtet.

Werte von $\chi^2/\text{dof.}$

Wie oben erläutert, wurden die $\chi^2/\text{dof.}$ -Werte mittels der statistischen Fehler berechnet. Auch in Fits an Momente, deren theoretische Beschreibung wir nicht als unvollständig erachten, sind die Werte zum Teil groß – etwa

$\chi^2/\text{dof.}=151/17$ im Fit an $\langle B_T^1 \rangle$. Hier tragen jedoch systematische Unterschiede zwischen den Messungen mit den einzelnen Experimenten bei. Zur Verdeutlichung sind in allen Fits an JADE- und OPAL-Daten die experimentellen Fehler zusätzlich gesondert eingezeichnet. Die $\chi^2/\text{dof.}$ -Werte aus den Fits unter Annahme von Minimum-Overlap der experimentell systematischen Unsicherheiten (welche zur Abschätzung der entsprechenden Unsicherheit von $\alpha_s(M_{Z^0})$ verwendet werden) sind niedriger. Bei Verwendung der totalen Fehler ohne Einbezug deren gegebener Korrelation würden sich die Werte um etwa den Faktor Neun verkleinern, denn die totalen Fehler von $\alpha_s(M_{Z^0})$ betragen typischerweise das dreifache des statistischen.

Kombinationen der ermittelten Kopplungen $\alpha_s(M_{Z^0})$

Um die Daten möglichst vollständig auszuwerten, werden die Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus den verschiedenen Observablen kombiniert. Ähnliches wurde von der LEP QCD-Arbeitsgruppe bereits ausführlich studiert [13], und hier sei deren Methode übernommen. Die Kombination resultiert aus einem gewichteten Mittel, welches den χ^2 -Wert zwischen diesem Wert und den Messungen minimiert. Mit gemessenen Werten $\alpha_{s,i}$ und Matrix V der Kovarianzen der Einzelmessungen ist das Mittel $\alpha_s(M_{Z^0})$ gegeben durch

$$\alpha_s(M_{Z^0}) = \sum_i w_i \alpha_{s,i} \quad \text{mit den Gewichten} \quad w_i = \frac{\sum_j (V^{-1})_{ij}}{\sum_{j,k} (V^{-1})_{jk}}$$

(i und j indizieren die zu kombinierenden Ergebnisse).

Die Schwierigkeit liegt in einer verlässlichen Abschätzung von V bei Vorliegen dominanter und hochkorrelierter systematischer Fehler. Kleine Unsicherheiten im Abschätzen dieser Korrelationen können leicht unerwünschte Eigenschaften wie etwa negative Gewichte hervorrufen (negative Gewichte besitzen keine Interpretation in einem üblichen gewichteten Mittel). Aus diesem Grund werden nur statistische Fehler und experimentelle systematische Fehler als Beiträge zu den Nichtdiagonal-Elementen in V bei der Berechnung der Gewichte genommen. Die statistischen Korrelationen zwischen den 17 bzw. 16 Resultaten werden dazu mittels Monte Carlo - Simulation auf Partonniveau abgeschätzt (siehe Anhang E), und die Korrelationen der experimentellen systematischen Fehler mittels der Minimum-Overlap Annahme.¹¹ Die übrigen

¹¹Wie in Unterabschnitt 5.2 für die Messung der Momente von Ereignisformvariablen eingeführt, wird im Minimum-Overlap Ansatz als Kovarianz zwischen jedem Paar systematischer Fehlerbeiträge die kleinere der zwei entsprechenden Varianzen genommen, $V'_{ij} = \min(\sigma_{exp,i}^2, \sigma_{exp,j}^2)$. Die erwähnte allgemeine Überschätzung der Korrelation durch diesen Ansatz ist hier zumindest unbedenklich – in der vorliegenden einfachen Mittelung führt sie offensichtlich zu einer konservativen Abschätzung des Fehlers der Kombination.

Fehlerbeiträge werden als unkorreliert angenommen, und somit werden alle Fehlerbeiträge (statistische, experimentelle, Hadronisierungs- und Skalenunsicherheit) in den Diagonaltermen eingeschlossen. Hadronisierungs- und Skalenunsicherheiten ergeben sich durch Kombination der $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Werte, die mit den alternativen Modellen erhalten werden, bzw. durch Setzen von $x_\mu = 0.5$ oder 2.0 ; hierbei werden dieselben Gewichte verwendet wie für das Standardresultat. Benutzen der gesamten Kovarianzmatrix zur Berechnung der Gewichte w_i würde den Gesamtfehler minimieren. Die Korrelationen zwischen den systematischen Fehlern können jedoch nicht zuverlässig abgeschätzt werden (wie sich im Auftreten negativer Gewichte zeigt). Das hier verwendete modifizierte Verfahren minimiert im allgemeinen den Fehler nicht; in der Tat kann der Gesamtfehler des gewichteten Mittels größer sein als der Fehler eines der Eingangswerte. Dies tritt etwa für $\langle B_T^1 \rangle$ in der Kombination der JADE-Messungen auf. Trotzdem betrachten wir den so kombinierten Wert als sicherste Abschätzung für $\alpha_s(M_{Z^0})$.

In die Kombination werden nur diejenigen Resultate einbezogen, wo der Fit gut konvergierte und außerdem der NLO-Term in Gleichung (2.22) weniger als die Hälfte des LO-Terms beträgt - um Observablen mit unzureichend vollständiger perturbativer Vorhersage auszuschließen, fordern wir also $|K\alpha_s/2\pi| < 0.5$ (das heißt in etwa $|K| < 25$),¹² das erfüllen die Momente $\langle 1 - T \rangle$, $\langle C \rangle$, $\langle B_T \rangle$, $\langle B_W^n \rangle$ und $\langle y_{23}^n \rangle$ für $n = 1 \dots 5$, nicht aber $\langle B_W^1 \rangle$ im Fit an JADE- und OPAL-Daten; ferner $\langle M_H^n \rangle$ für $n = 2 \dots 5$ (vgl. Figur 5.12); also insgesamt 17 (JADE oder OPAL) oder 16 (JADE und OPAL) Observablen.

Die Korrelationen werden für die JADE-Kombination mit PYTHIA bei 34.6 GeV auf Hadronniveau abgeschätzt. Die Abschätzung der Korrelationen bei anderen JADE-Energien – auch mit HERWIG oder ARIADNE und/oder auf Partonniveau – ändert die angegebenen Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ oder die jeweiligen Fehler nicht, und die Gewichte um maximal 0.1 Prozentpunkte. Die OPAL-Kombination mit 4 Energiepunkten liefert identische Ergebnisse für jeden der drei Generatoren an einem beliebigen der vier kombinierten Energiepunkte auf Hadron- oder Partonniveau, siehe etwa Tabelle E.4. Für die OPAL-Kombinationen mit 12 Energiepunkten werden die Korrelationen mit PYTHIA bei 91.3 GeV auf Hadronniveau abgeschätzt (siehe Tabelle E.4). Abschätzungen bei anderen OPAL-Energien – auch mit den zwei anderen Generatoren und/oder auf Partonniveau – liefern stets identische Werte für die Kopplung $\alpha_s(M_{Z^0})$ und ihre jeweiligen Fehler; höchstens ändern sich die Gewichte von $\langle y_{23}^4 \rangle$ oder $\langle M_H^3 \rangle$ um 0.1 Prozentpunkte. Die gleiche Abschätzung wird für den kombinierten Fit an JADE- und OPAL-Daten verwendet. Andere Generatoren liefern auch an anderen JADE- oder OPAL-Energien und/oder auf Partonniveau weitgehend identische Werte für die

¹²Der unvollständigen Beschreibung der Einhemisphären-Observablen wird hierdurch nicht Rechnung getragen.

Kopplung $\alpha_s(M_{Z^0})$ und ihre jeweiligen Fehler, höchstens ändern sich einige Gewichte um maximal 0.1 Prozentpunkte, oder die experimentelle Systematik von 0.0010 auf 0.0011. Der Wert von $\chi^2/\text{dof.}$ ist – teils deutlich – kleiner als Eins, da in der Kombination Korrelationen vernachlässigt werden mußten. Verwendung der anderen Generatoren auch an anderen Energiepunkten und/oder auf Partonniveau ändert die angegebenen Werte von $\chi^2/\text{dof.}$ für keine der angegebenen Kombinationen.

Tabelle 5.3 enthält die Resultate. Zudem geben wir in Tabelle 5.4 die jeweiligen relativen Gewichte jeder Observablen an. Diese betragen meist in etwa 10%. Auffallend hohe Gewichte tragen die Observablen $\langle B_T^1 \rangle$ (es ist stets das maximale Gewicht, und beträgt 23% für die JADE-Messung) und $\langle B_W^1 \rangle$ (15% für die OPAL-Messung). Gewichte unter 3% haben nur manchmal die Observablen $\langle y_{23}^n \rangle$ mit $n = 2, 4$ oder 5 , gemessen mit nur einem Experiment, sowie die Momente von M_H in fast jeder Kombination. Verschwindende Gewichte tragen die Momente $\langle M_H^4 \rangle$ in der Kombination von JADE- und OPAL-Messungen, negative Gewichte die Momente $\langle M_H^3 \rangle$ und $\langle M_H^4 \rangle$ in den OPAL-Kombinationen.

Das endgültige Ergebnis für den Wert der starken Kopplung – gemessen mit JADE und OPAL unter Kombination der experimentellen Systematiken mittels des Minimum-Overlap Ansatzes – lautet

$$\begin{aligned} \alpha_s(M_{Z^0}) &= 0.1254 \pm 0.0007(\text{stat.}) \pm 0.0010(\text{exp.})_{-0.0023}^{+0.0009}(\text{had.})_{-0.0035}^{+0.0069}(\text{theo.}) \\ &= 0.1254 \pm 0.0007(\text{stat.}) \pm 0.0073(\text{syst.}) \\ &= 0.1254 \pm 0.0073 \text{ (tot.)} . \end{aligned}$$

Diskussion

Die erhaltenen Werte der starken Kopplung liegen im Bereich von $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.1223 \pm 0.0060$ (nur OPAL-Messungen) bis $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.1286 \pm 0.0073$ (nur JADE) und somit stets über dem Weltmittelwert von $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.1189 \pm 0.0010$ [32], sie sind aber noch konsistent mit ihm. Es wurde bereits früher – vor Verfügbarkeit resummierter Berechnungen – bei Vergleichen von Verteilungen von Ereignisformvariablen mit NLO QCD-Vorhersagen und Renormierungsskalenfaktor $x_\mu = 1$ beobachtet, daß die gefundenen Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ eher groß ausfallen, vgl. etwa [6]. Durch dieses Verhalten wird im Fit die Unvollständigkeit der Vorhersage (fehlende positive Koeffizienten höherer Ordnung) kompensiert.

Die erhaltene Kopplung $\alpha_s(M_{Z^0})$ stimmt mit jener aus entsprechenden Fits

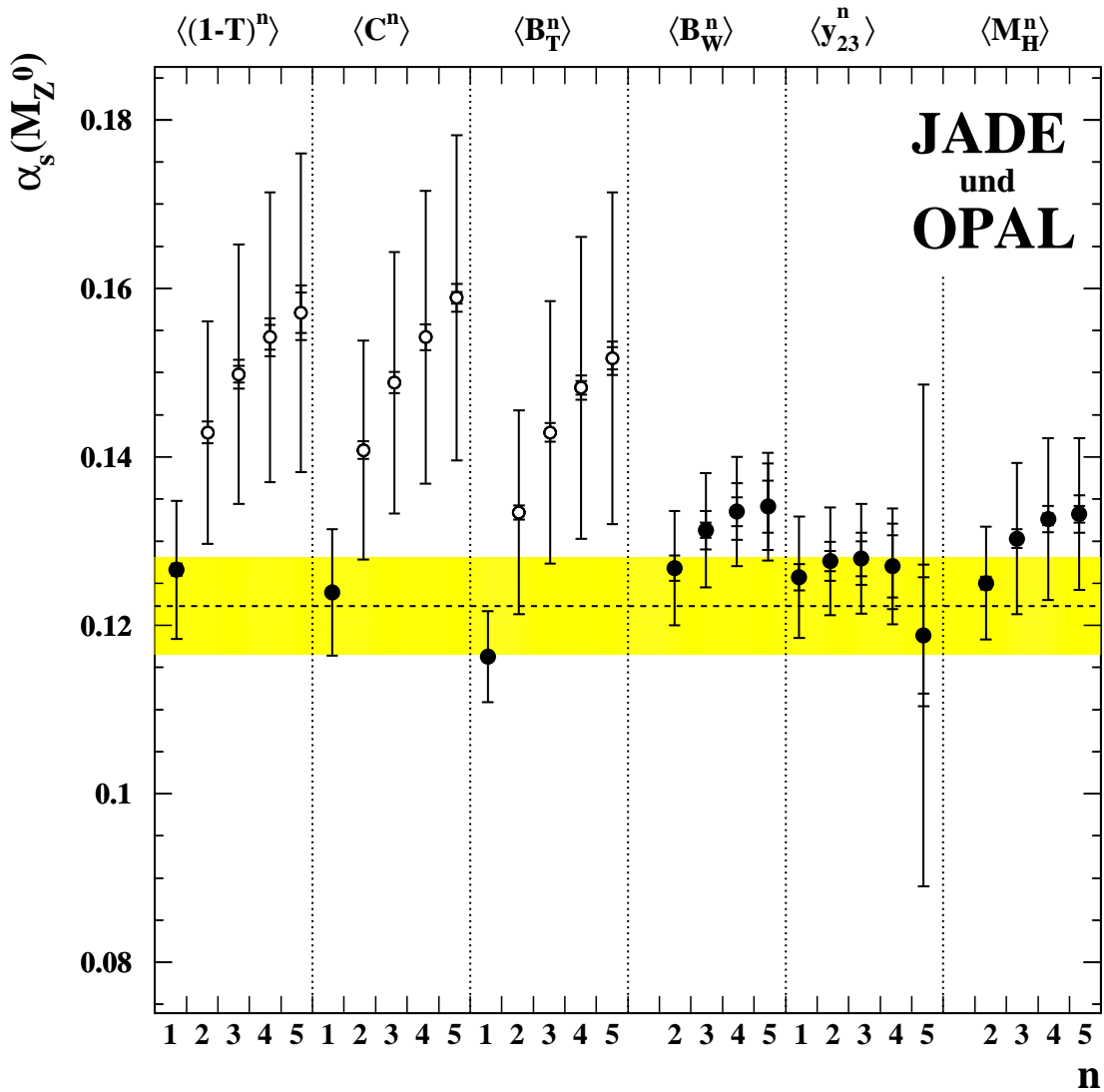


Abbildung 5.17: $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Messungen aus Fits der NLO-Vorhersage an Momente von sechs Ereignisformvariablen bei PETRA- und LEP-Energien. Die inneren Fehlerbalken zeigen die statistischen Fehler, die mittleren die experimentell systematischen Fehler (beide zum Teil nicht erkennbar) und die äußeren Balken die Gesamtfehler inklusive Hadronisierungsunsicherheit und x_μ -Variation. Die experimentell systematischen Fehler werden mittels der Minimum-Overlap Annahme abgeschätzt. Die gestrichelte Linie gibt das beschriebene gewichtete Mittel wieder; hierfür werden nur die mit ausgefüllten Symbolen gekennzeichneten Messungen verwendet.

an klassifizierte Verteilungen aus OPAL-Daten [48] gut überein,

$$\begin{aligned}\alpha_s(M_{Z^0}) &= 0.1191 \pm 0.0005(\text{stat.}) \pm 0.0010(\text{exp.}) \pm 0.0011(\text{had.}) \\ &\quad \pm 0.0044(\text{theo.}) \\ &= 0.1191 \pm 0.0047(\text{tot.}).\end{aligned}$$

Die experimentellen, Hadronisierungs- und Theoriensicherheiten sind jedoch etwas größer. In der vorliegenden Momentenanalyse wird der gesamte verfügbare Phasenraum miteinbezogen, inklusive Regionen, die experimentell schwieriger zu messen sind und in denen große – von den Hadronisierungsmodellen weniger verlässlich modellierte – Hadronisierungseffekte zum Tragen kommen. Es ist jedenfalls ein bemerkenswerter Erfolg der QCD und der Modelle, daß die NLO-Theorie einige auf dem gesamten Phasenraum basierende Observablen über große Energiebereiche erfolgreich beschreibt. Die NLO QCD Vorhersagen sind auch unvollständiger als die in [48] untersuchten $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ +NLLA Vorhersagen für Verteilungen der Ereignisformvariablen, welche Resummierungen großer Logarithmen enthalten.

Der Vergleich der so gemessenen Kopplung $\alpha_s(M_{Z^0})$ mit anderen Bestimmungen liefert einen neuartigen Test der Eignung der Quantenchromodynamik in diesem Bereich. Implizit geht das Laufen der Kopplung gemäß der Renormierungsgruppengleichung (2.6) ein, die so ebenfalls geprüft wird.

Zum besseren Vergleich mit Bestimmungen der starken Kopplungskonstanten $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Mittelwerten von Ereignisformvariablen geben wir noch die Kombination der JADE-Fitergebnisse nur aus den Momenten $\langle 1 - T \rangle$, $\langle C \rangle$, $\langle B_T \rangle$, $\langle B_W \rangle$, $\langle y_{23} \rangle$ und¹³ $\langle M_H^2 \rangle$ an:

$$\begin{aligned}\alpha_s(M_{Z^0}) &= 0.1239 \pm 0.0004(\text{stat.}) \pm 0.0008(\text{exp.})_{-0.0009}^{+0.0002}(\text{had.})_{-0.0038}^{+0.0059}(\text{theo.}) \\ &= 0.1239 \pm 0.0004(\text{stat.}) \pm 0.0060(\text{syst.}) \\ &= 0.1239 \pm 0.0060(\text{tot.}).\end{aligned}$$

Der etwas kleinere Fehler von $\alpha_s(M_{Z^0})$ spiegelt die Tatsache wieder, daß Momente niedrigerer Ordnung weniger sensitiv auf die Multijet-Region der Verteilung der Ereignisformvariablen sind. Das führt zu kleinerer statistischer wie auch systematischer Unsicherheit.

¹³Wie erwähnt wird oft M_H^2 als zugrundeliegende Variable betrachtet und somit $\langle M_H^2 \rangle$ als erstes Moment.

| zugrundegelegte Messung | $\alpha_s(M_{Z^0})$ | stat. | exp. | had. | theo. | syst. | tot. | $\chi^2/\text{dof.}$ |
|----------------------------|---------------------|--------|--------|------------------------|------------------------|--------|--------|----------------------|
| JADE | 0.1286 | 0.0007 | 0.0011 | $+0.0013$ -0.0022 | $+0.0068$ -0.0047 | 0.0072 | 0.0073 | 11.7/16 |
| OPAL, vier Energiepunkte | 0.1223 | 0.0005 | 0.0014 | $+0.0016$ -0.0004 | $+0.0054$ -0.0036 | 0.0058 | 0.0059 | 2.2/16 |
| OPAL, 12 Energiepunkte | 0.1223 | 0.0005 | 0.0014 | $+0.0016$ -0.0004 | $+0.0055$ -0.0037 | 0.0058 | 0.0060 | 3.1/16 |
| JADE und OPAL | 0.1254 | 0.0007 | 0.0010 | $+0.0009$ -0.0023 | $+0.0069$ -0.0035 | 0.0073 | 0.0073 | 5.4/15 |

Tabelle 5.3: $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Kombinationen aus 17 Momenten von Ereignisformvariablen bei Benutzung nur der JADE- oder OPAL-Messung (an 4 kombinierten Energiepunkten oder 12 einzelnen); sowie aus 16 Momenten von Ereignisformvariablen bei Benutzung von sowohl JADE als auch OPAL unter Abschätzung der kombinierten experimentellen Systematik mittels des Minimum-Overlap Ansatzes.

| zugrundegelegte Messung | $\langle 1 - T \rangle$ | $\langle C \rangle$ | $\langle B_T \rangle$ | $\langle B_W^1 \rangle$ | $\langle B_W^2 \rangle$ | $\langle B_W^3 \rangle$ | $\langle B_W^4 \rangle$ | $\langle B_W^5 \rangle$ | $\langle y_{23}^1 \rangle$ | $\langle y_{23}^2 \rangle$ | $\langle y_{23}^3 \rangle$ | $\langle y_{23}^4 \rangle$ | $\langle y_{23}^5 \rangle$ | $\langle M_H^2 \rangle$ | $\langle M_H^3 \rangle$ | $\langle M_H^4 \rangle$ | $\langle M_H^5 \rangle$ |
|----------------------------|-------------------------|---------------------|-----------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| JADE | 8.6% | 11.1% | 22.9% | 4.8% | 6.2% | 6.8% | 4.9% | 9.7% | 4.0% | 3.4% | 4.9% | 2.7% | 1.7% | 3.7% | 1.4% | 0.2% | 2.9% |
| OPAL, vier Energiepunkte | 7.2% | 9.1% | 16.0% | 14.5% | 7.8% | 11.5% | 4.2% | 13.2% | 4.8% | 1.9% | 4.6% | 1.5% | 1.0% | 2.7% | -1.7% | -0.3% | 2.0% |
| OPAL, 12 Energiepunkte | 7.3% | 9.1% | 15.9% | 15.8% | 7.8% | 11.4% | 4.1% | 12.6% | 4.4% | 1.8% | 4.4% | 1.1% | 0.8% | 2.7% | -1.2% | -0.1% | 2.0% |
| JADE und OPAL | 8.4% | 10.3% | 20.8% | — | 5.5% | 7.5% | 8.3% | 7.5% | 6.2% | 6.7% | 3.9% | 4.6% | 3.3% | 2.8% | 2.3% | 0.0% | 2.2% |

Tabelle 5.4: In die $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Kombinationen, Tabelle 5.3, eingehende Gewichte des jeweiligen Moments einer Ereignisformvariablen; angegeben für die verschiedenen verwendeten JADE- und/oder OPAL-Datensätze (die Observable $\langle B_W^1 \rangle$ wird in der Kombination von Messungen mit JADE und OPAL nicht verwendet).

5.3.2 Simultane Fits an Momente verschiedener Ordnungen

Durch die Anpassung des Renormierungsskalenfaktors x_μ an Daten (wie in Unterabschnitt 2.2.1 erwähnt) lassen sich Effekte höherer perturbativer Ordnungen mit unbekanntem Koeffizienten absorbieren. Wie oben diskutiert, beschreibt die perturbative NLO-Vorhersage verschiedene Observablen unterschiedlich gut. Im Allgemeinen wird der Renormierungsskalenfaktor $x_\mu \equiv \mu_R/\sqrt{s}$ für Momente verschiedener Ordnung einer Ereignisformvariablen verschieden sein – für deren differentielle Verteilung hängt er vom Wert der Variablen ab. Fits von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ an **eine** Momentordnung verlaufen jedoch nicht erfolgreich, da diese zwei Parameter viel zu stark korreliert sind (oft zu 99.8%).

Deshalb ist ein vereinfachter Ansatz nötig. Als erster Schritt einer Parametrisierung des Renormalisierungsskalenfaktors kann er für verschiedene Ordnungen gleich gesetzt werden [106]. Dies ist analog zu Fits von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und eines Wertes von x_μ an Verteilungen von Ereignisformvariablen [4, 6, 26]; beide Vorgehensweisen können jedoch als eventuell lediglich technisch erfolgreich kritisiert werden.

Verwendet werden Teilmengen der ersten drei Momente der Observablen $1 - T, M_H, B_T, B_W, C$ und y_{23} . Um das Ausmaß der Vereinfachung klein zu halten, werden die Daten für lediglich zwei Momentordnungen an verschiedenen Energiepunkten mit der Theorievorhersage verglichen.

Die $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Werte aus entsprechenden Fits an klassifizierte Verteilungen von Ereignisformvariablen sind nicht innerhalb der statistischen und experimentellen Fehler verträglich [6] – die Annahme, fehlende höhere perturbative Ordnungen alleine aus den Daten zu erhalten, ist viel optimistischer als die Skalenvariation $x_\mu = 0.5 \dots 2.0$ in den Fits von lediglich $\alpha_s(M_{Z^0})$. Die Beurteilung der Korrektheit eines Verfahrens zur Abschätzung dieser Ordnungen ist hier allerdings noch unklarer als dort, es gab in diesem Zusammenhang unterschiedliche Ansätze [6, 26]. Wir folgen [6] und variieren die Renormierungsskala mittels der Faktoren 0.5 und 2.0 um den jeweils erhaltenen Fitwert.¹⁴

¹⁴Jedes dieser Verfahren kann als ad hoc und willkürlich kritisiert werden [107]. Die Konvergenz der hier untersuchten Fits ist zudem schlecht und deshalb konvergiert meist nur einer der zwei alternativen Fits.

Fits an JADE- oder OPAL-Daten

Zum besseren Verständnis werden zunächst wieder Fits an JADE- oder OPAL-Daten alleine durchgeführt, somit an relativ kleine Bereiche der Schwerpunktsenergie und mit einfacher Abschätzung der experimentellen Systematik.

Die verschiedenen Momente einer Ereignisformvariablen sind nicht unabhängig, sondern hochgradig korreliert.¹⁵ Die Berechnung von χ^2/dof . erfolgt ähnlich Formel (5.2), wobei jetzt Korrelationen zwischen den verwendeten Momentordnungen n, m beitragen, und nicht zwischen den Energiepunkten i ,

$$\chi^2 = \sum_i \sum_{n,m} C_{inm}^{-1} \cdot (\langle y^n \rangle_i - \langle y^n \rangle_i^{\text{theo}}) \cdot (\langle y^m \rangle_i - \langle y^m \rangle_i^{\text{theo}}). \quad (5.6)$$

Die Abschätzung der verschiedenen Komponenten des systematischen Fehlers erfolgt wie im vorhergehenden Unterabschnitt durch wiederholte Fits für alle systematischen Variationen. Deshalb wird an dieser Stelle nur die statistische Kovarianz der simultan gefitteten Momente benötigt. Sie wird aus den gemessenen höheren Momenten am jeweiligen Energiepunkt mit Formel (2.18) berechnet,

$$C_{inm} = \frac{\langle y^{n+m} \rangle_i - \langle y^n \rangle_i \langle y^m \rangle_i}{N^2}.$$

Dieser χ^2 -Wert wird für die verwendeten Momente der Ordnung n, m jeder Ereignisformvariablen insgesamt bezüglich der beiden Fitparameter $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ minimiert. Die statistischen Fehler von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ werden durch Variation von χ^2 auf den Wert $\chi_{\min}^2 + 1$ gefunden, wobei χ_{\min}^2 der Minimalwert ist.

Fits an JADE-Daten

Für die JADE-Messung werden simultane Fits an jeweils die ersten zwei Momente von Thrust, C-Parameter, Total Jet Broadening und Durham Zweijet-Flippparameter an den sechs Energiepunkten durchgeführt; wegen der erläuterten Probleme bei der perturbativen Beschreibung des ersten Moments jedoch an das zweite und dritte Moment von Wide Jet Broadening. Fits an das zweite und dritte Moment der Heavy Jet Mass konvergieren nicht und deshalb werden keine Ergebnisse gezeigt.

¹⁵Anhang E enthält die Abschätzung der statistischen Korrelationen auf Partonniveau mittels des Monte Carlo Generators PYTHIA.

Figuren 5.18 bis 5.20 zeigen den Vergleich von Datenpunkten und mit der Schwerpunktsenergie laufender Vorhersage.¹⁶ Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.5 und Abbildung 5.25 enthalten.

¹⁶Die in die χ^2 -Berechnung eingehenden Nichtdiagonaleinträge der Kovarianzmatrizen der Momente sind in den Figuren nicht sichtbar.

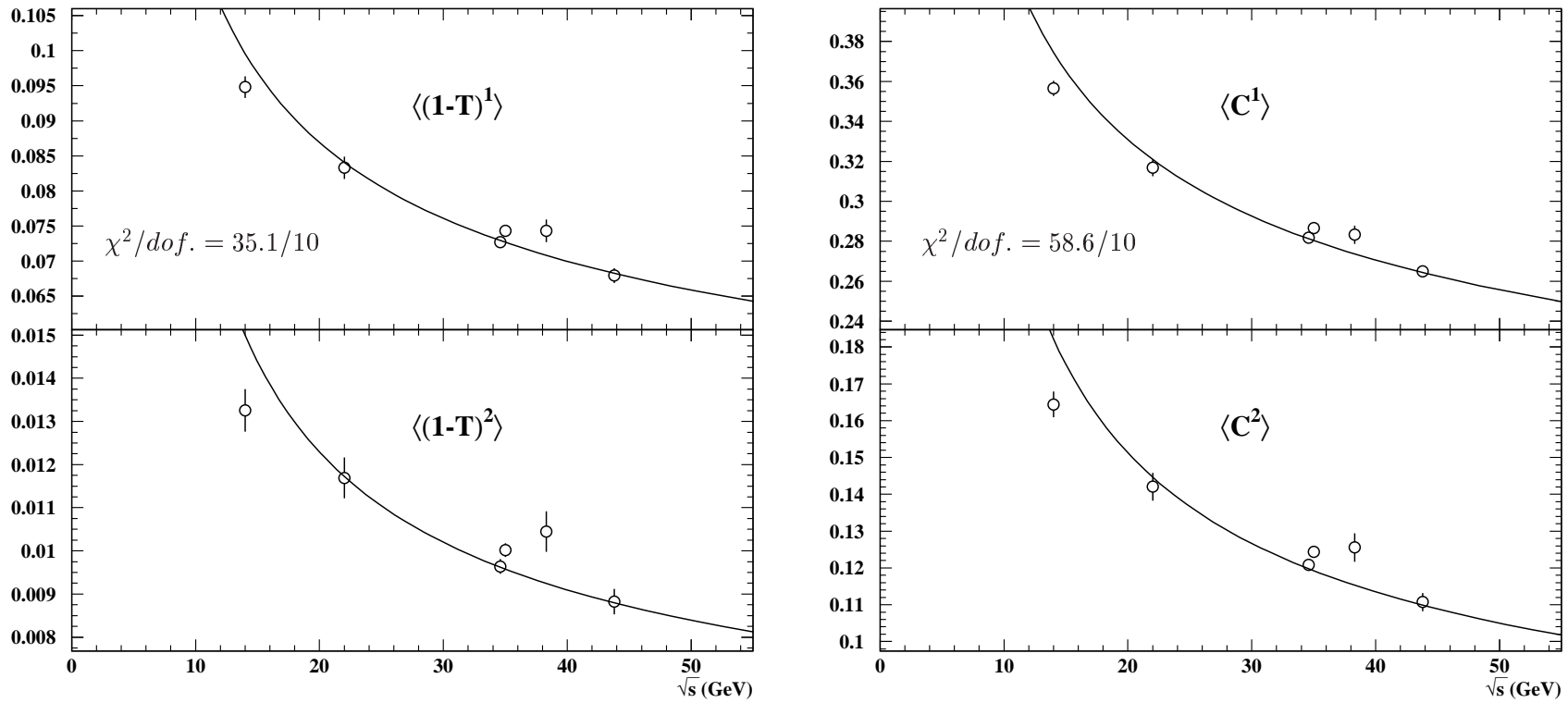


Abbildung 5.18: Simultane Fits der NLO-Vorhersage an JADE-Messungen der ersten zwei Momente von Thrust und C-Parameter. Eingezeichnet sind die statistischen Unsicherheiten der Datenpunkte. Die durchgezogene Linie stellt die mit der Schwerpunktsenergie laufende Vorhersage dar, in der die Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ an beide gezeigten Momentordnungen angepasst wurden.

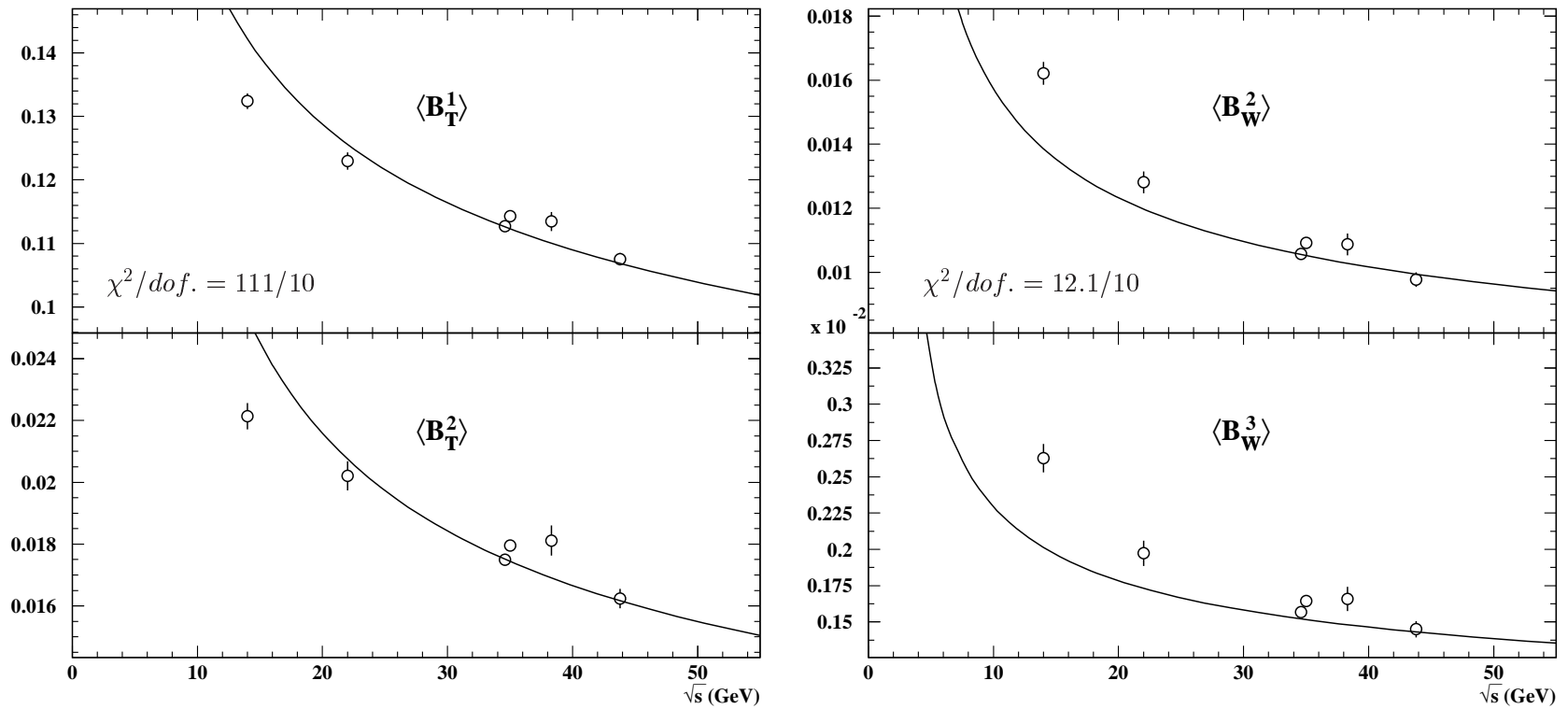


Abbildung 5.19: Simultane Fits der NLO-Vorhersage an JADE-Messungen der ersten zwei Momente von Total Jet Broadening sowie des zweiten und dritten Moments von Wide Jet Broadening. Eingezeichnet sind die statistischen Unsicherheiten. Die durchgezogene Linie stellt die Vorhersage dar, in der die Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ an beide gezeigten Momentordnungen angepasst wurden.

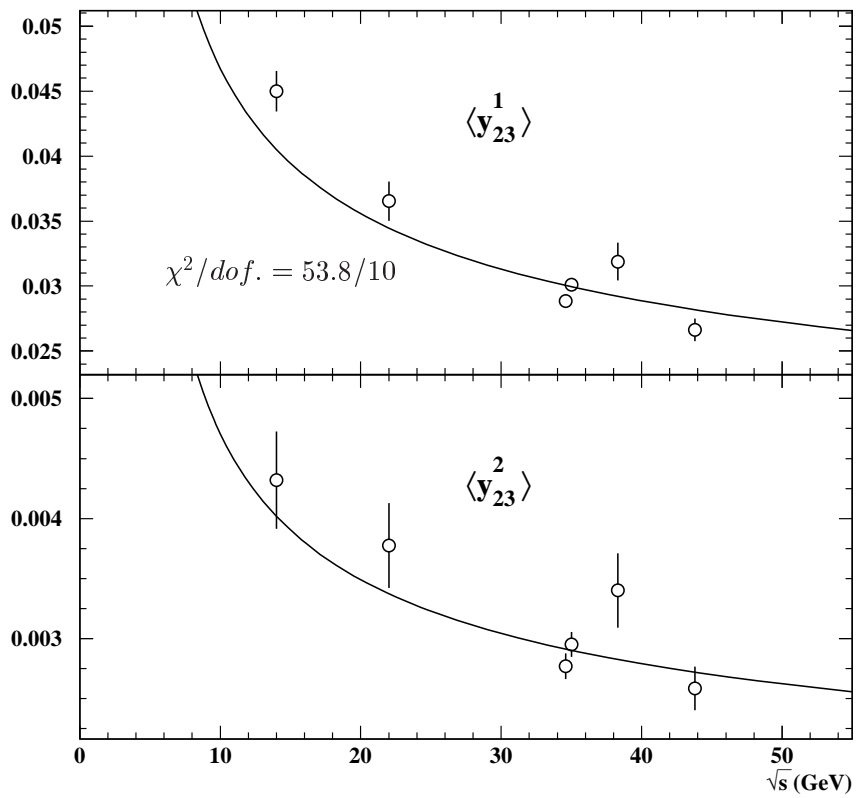


Abbildung 5.20: Simultane Fits der NLO-Vorhersage an JADE-Messungen der ersten zwei Momente des Durham Zweijet-Flipparameter. Eingezeichnet sind die statistischen Unsicherheiten der Datenpunkte. Die durchgezogene Linie stellt die mit der Schwerpunktsenergie laufende Vorhersage dar, in der die Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ an beide gezeigten Momentordnungen angepasst wurden.

| | $\langle(1-T)^{1,2}\rangle$ | $\langle C^{1,2}\rangle$ | $\langle B_T^{1,2}\rangle$ | $\langle B_W^{2,3}\rangle$ | $\langle y_{23}^{1,2}\rangle$ |
|---|-----------------------------|--------------------------|----------------------------|----------------------------|-------------------------------|
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1094 | 0.1088 | 0.1073 | 0.1206 | 0.1237 |
| Statistischer Fehler | 0.0002 | 0.0002 | 0.0002 | 0.0013 | 0.0006 |
| Experimentelle Syst. | 0.0010 | 0.0010 | 0.0005 | 0.0117 | 0.0008 |
| HERWIG Hadronisierung | -0.0011* | -0.0012* | -0.0003 | -0.0006 | +0.0003 |
| ARIADNE Hadronisierung | +0.0005 | +0.0003 | +0.0009* | -0.0029* | -0.0043* |
| Hadronisierungsfehler | 0.0011 | 0.0012 | 0.0009 | 0.0029 | 0.0043 |
| x_μ -Variation: $\frac{\mu_R^{*2.0}}{\mu_R^{*0.5}}$ | — -0.0082 | -0.0043 | -0.0056 | +0.0009 | +0.0013 |
| x_μ | 0.063 | 0.072 | 0.126 | 0.170 | 0.172 |
| Statistischer Fehler | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.066 | 0.029 |
| Experimentelle Syst. | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.003 | 0.010 |
| HERWIG Hadronisierung | -0.009* | -0.007* | -0.005* | -0.004 | -0.008 |
| ARIADNE Hadronisierung | -0.005 | -0.004 | -0.001 | -0.032* | -0.019* |
| Hadronisierungsfehler | 0.009 | 0.007 | 0.005 | 0.032 | 0.019 |
| Korrelation $\alpha_s(M_{Z^0}) \setminus x_\mu$ | 0.70 | 0.60 | 0.61 | 0.80 | 0.57 |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 35.1/ 10 | 58.6/ 10 | 111/ 10 | 12.1/ 10 | 53.8/ 10 |

Tabelle 5.5: Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ aus simultanen Fits an zwei Momente von fünf Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktenergie, 14-44 GeV, in den 6 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.1. Als Hadronisierungsunsicherheit wird die größere Abweichung zu HERWIG und ARIADNE genommen; sie ist jeweils durch einen Stern markiert.

Fits an OPAL-Daten

Analoge Fits werden an die 12 OPAL-Energiepunkte durchgeführt. Verlauf und Ergebnisse sind in Figuren 5.21 und 5.22, Tabelle 5.6, sowie Abbildung 5.25 enthalten. Die Datenpunkte von 183 bis 205 GeV liegen über den jeweiligen Vorhersagen (maximal etwa zwei Standardabweichungen). Dies führen wir auf einen verbleibenden Untergrund aus Vierfermion-Endzuständen zurück.¹⁷ Die Fits an $\langle B_W^{2,3} \rangle$, $\langle y_{23}^{1,2} \rangle$ und $\langle M_H^{2,3} \rangle$ konvergieren nicht zuverlässig und deshalb werden keine Ergebnisse gezeigt.

¹⁷Dieses Verhalten ist hier auffälliger als in den Fits an einzelne Momente, da der Abbildungsmaßstab anders gewählt ist und zudem die Vorhersage bei hohen Energien etwas tiefer liegt.

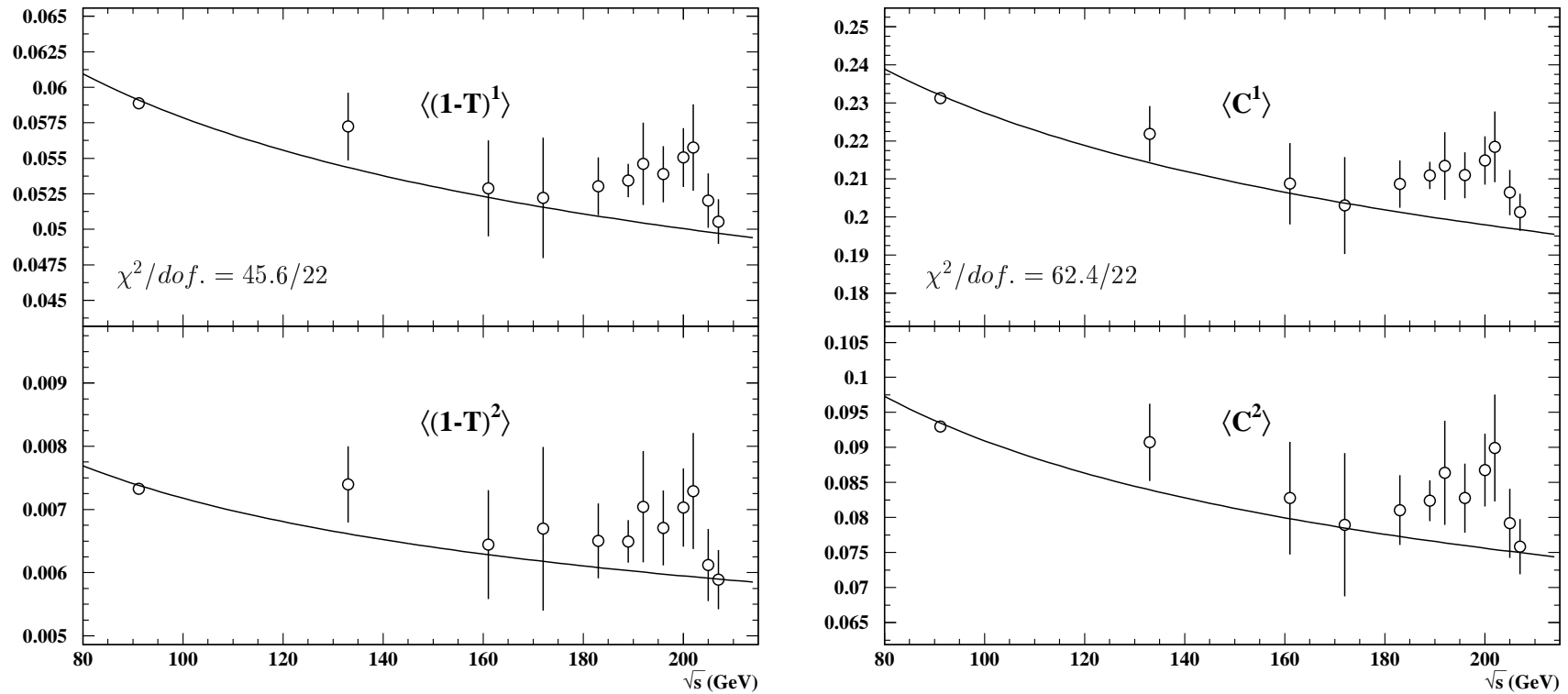


Abbildung 5.21: Simultane Fits der NLO-Vorhersage an OPAL-Messungen der ersten zwei Momente von Thrust und C-Parameter. Eingezeichnet sind die statistischen Unsicherheiten der Datenpunkte. Die durchgezogene Linie stellt die mit der Schwerpunktsenergie laufende Vorhersage dar, in der die Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ an beide gezeigten Momentordnungen angepasst wurden.

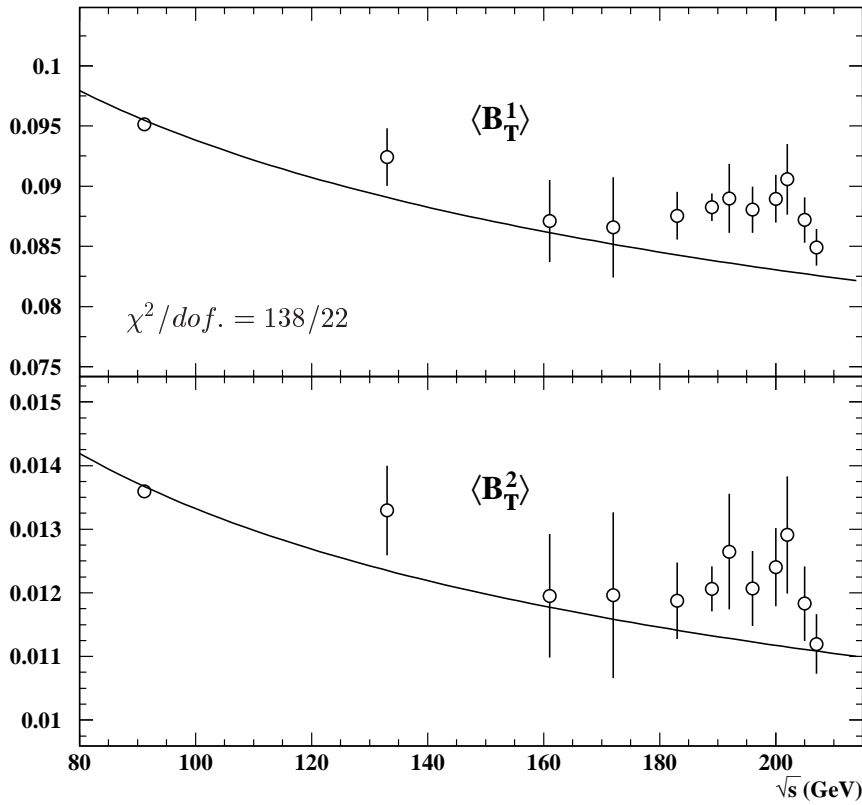


Abbildung 5.22: Simultane Fits der NLO-Vorhersage an OPAL-Messungen der ersten zwei Momente von Total Jet Broadening. Eingezeichnet sind die statistischen Unsicherheiten der Datenpunkte. Die durchgezogene Linie stellt die mit der Schwerpunktsenergie laufende Vorhersage dar, in der die Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ an beide gezeigten Momentordnungen angepasst wurden.

| | $\langle(1-T)^{1,2}\rangle$ | $\langle C^{1,2}\rangle$ | $\langle B_T^{1,2}\rangle$ |
|---|--|---|--|
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1120 | 0.1118 | 0.1100 |
| Statistischer Fehler | 0.0003 | 0.0002 | 0.0002 |
| Experimentelle Syst. | 0.0016 | 0.0015 | 0.0006 |
| HERWIG Hadronisierung | +0.0007 | +0.0012 | +0.0017 |
| ARIADNE Hadronisierung | +0.0025* | +0.0025* | +0.0023* |
| Hadronisierungsfehler | 0.0025 | 0.0025 | 0.0023 |
| x_μ -Variation: $\frac{\mu_R^{*2.0}}{\mu_R^{*0.5}}$ | $\begin{matrix} -0.0021 \\ +0.0025 \end{matrix}$ | $\begin{matrix} -0.0044 \\ \text{---} \end{matrix}$ | $\begin{matrix} -0.0039 \\ +0.0024 \end{matrix}$ |
| x_μ | 0.057 | 0.065 | 0.127 |
| Statistischer Fehler | 0.002 | 0.001 | 0.002 |
| Experimentelle Syst. | 0.002 | 0.002 | 0.002 |
| HERWIG Hadronisierung | +0.009* | +0.010* | +0.015* |
| ARIADNE Hadronisierung | +0.004 | +0.004 | +0.009 |
| Hadronisierungsfehler | 0.009 | 0.010 | 0.015 |
| Korrelation $\alpha_s(M_{Z^0}) \setminus x_\mu$ | 0.85 | 0.67 | 0.77 |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 45.6/ 22 | 62.4/ 22 | 138/ 22 |

Tabelle 5.6: Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ aus simultanen Fits an zwei Momente von fünf Ereignisformvariablen über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktenergie, 91-209 GeV, in den 12 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.2. Als Hadronisierungsunsicherheit wird die größere Abweichung zu HERWIG und ARIADNE genommen; sie ist jeweils durch einen Stern markiert.

Fits an JADE- und OPAL-Daten

Hier müssen Korrelationen zwischen Energiepunkten i, j berücksichtigt werden sowie zwischen Momentordnungen n, m . Das erfolgt durch Verallgemeinerung von Formeln (5.2) und (5.6) auf

$$\chi^2 = \sum_{i,j} \sum_{n,m} C_{ijnm}^{-1} (\langle y^n \rangle_i - \langle y^n \rangle_i^{\text{theo}}) \cdot (\langle y^m \rangle_j - \langle y^m \rangle_j^{\text{theo}}). \quad (5.7)$$

Die Kovarianz C_{ijnm} ergibt sich als Summe der Kovarianzen S_{ijnm} der statistischen Fehler sowie der Kovarianzen E_{ijnm} der experimentellen Systematiken σ_{in} ,

$$C_{ijnm} = S_{ijnm} + E_{ijnm}.$$

Die statistischen Kovarianzen S_{ijnm} sind exakt bekannt:

- Im Fall verschiedener Energiepunkte verschwinden die statistischen Anteile, da die Daten unabhängig sind,

$$S_{ijnm} = 0 \text{ für } i \neq j.$$

- Die statistischen Kovarianzen $S_{iinn} \neq 0$ werden wie oben mit Formel (2.18) berechnet.

Für die systematischen Kovarianzen E_{ijnm} müssen zum Teil wie in den Fits einzelner Momente an Daten beider Experimente plausible Annahmen getroffen werden. Es werden folgende Fälle unterschieden:

- $i = j$ und $n = m$: E_{ijnm} ist die quadrierte experimentelle Systematik des Moments der Ordnung n an Energiepunkt i .
- $i \neq j$ und $n = m$: Analog zu den Fits einzelner Momente an JADE- und OPAL-Daten in Unterabschnitt 5.3.1 wird der Minimum-Overlap Ansatz verwendet

$$E_{ijnm} = \text{Min}\{\sigma_{in}^2, \sigma_{jn}^2\}.$$

- $i = j$ und $n \neq m$: Für verschiedene Momentordnungen am gleichen Energiepunkt muß wieder ein Modell zur Abschätzung der Korrelation zugrundegelegt werden. Um ein geeignetes aufzufinden, werden die Korrelationen aller systematischen Untersuchungen für erstes bis fünftes Moment der untersuchten Ereignisformvariablen an den Energiepunkten von 14 bis 207 GeV betrachtet, siehe Tabelle 5.7. Für die zwei Fälle signifikanter systematischer Abweichungen $\sigma \geq 1\%$ und zu vernachlässigender Abweichungen $\sigma < 1\%$ wird das Auftreten positiver und negativer Korrelation innerhalb der ersten fünf Momentordnungen gezählt. Abweichungen von mindestens 1% sind häufig, so daß die Korrelation nicht einfach vernachlässigt werden kann. Negative Korrelation treten aber gerade bei diesen großen Abweichungen selten auf, und somit ist auch hier der Minimum-Overlap Ansatz gerechtfertigt,

$$E_{iinn} = \text{Min}\{\sigma_{in}^2, \sigma_{im}^2\}.$$

- $i \neq j$ und $n \neq m$: Zwischen signifikanten systematischen Abweichungen verschiedener Momentordnungen an verschiedenen Energiepunkten treten fast immer auch negative Korrelationen auf, welche nicht mit dem Minimum-Overlap Ansatz vereinbar sind. Allerdings sind diese Korrelationen kleiner als diejenigen in den obigen zwei Fällen. Deshalb vernachlässigen wir sie,

$$E_{ijnm} = 0.$$

| | \sqrt{s} - Mittel (GeV) | N | $\sigma_{in} \geq 1\%$, stets positiv korreliert | $\sigma_{in} \geq 1\%$ stets positiv korreliert, $\sigma_{in} < 1\%$ z.T. negativ | $\sigma_{in} < 1\%$, stets positiv korreliert | $\sigma_{in} < 1\%$, z.T. negativ korreliert | $\sigma_{in} \geq 1\%$, z.T. negativ korreliert | |
|-------|---------------------------------|-------|--|---|---|--|---|----|
| J | 14.0 | 156 | 93 | 16 | 31 | 15 | 1 | |
| | 22.0 | 156 | 65 | 13 | 50 | 28 | 0 | |
| | 34.6 | 156 | 30 | 8 | 87 | 29 | 2 | |
| | 35.0 | 156 | 44 | 3 | 77 | 31 | 1 | |
| | 38.3 | 156 | 72 | 16 | 42 | 26 | 0 | |
| O | 43.8 | 156 | 56 | 20 | 51 | 28 | 1 | |
| | 91.3 | 36 | 12 | 3 | 12 | 9 | 0 | |
| | 133.1 | 48 | 37 | 4 | 4 | 2 | 1 | |
| | 161.3 | 120 | 64 | 9 | 42 | 2 | 3 | |
| | 172.1 | 120 | 82 | 19 | 11 | 0 | 8 | |
| | 182.7 | 120 | 102 | 13 | 1 | 0 | 4 | |
| | P | 188.6 | 120 | 83 | 15 | 8 | 7 | 7 |
| | A | 191.6 | 120 | 91 | 14 | 6 | 0 | 9 |
| | L | 195.5 | 120 | 100 | 7 | 5 | 1 | 7 |
| | | 199.5 | 120 | 101 | 6 | 2 | 0 | 11 |
| | | 201.6 | 120 | 101 | 3 | 3 | 2 | 11 |
| | | 204.9 | 120 | 98 | 6 | 1 | 1 | 14 |
| 206.6 | | 120 | 68 | 34 | 6 | 6 | 6 | |

Tabelle 5.7: Jeweilige Anzahl N der systematischen Variationen für die untersuchten Momente von 12 Ereignisformvariablen; Auftreten positiver und negativer Korrelation zwischen systematischen Abweichungen der fünf Momentordnungen n an Energiepunkt i auf Hadronniveau, aufgeschlüsselt nach systematischen Abweichungen $\sigma_{in} \geq 1\%$ und $\sigma_{in} < 1\%$.

Zunächst werden die ersten zwei Momente der Ereignisformvariablen $1 - T$, C , y_{23} , und B_T jeweils simultan gefittet. Fits an das zweite und dritte Moment von B_W oder M_H konvergieren meist nicht.

Figuren 5.23 und 5.24 zeigen den Vergleich der Datenpunkte mit den mit der Schwerpunktsenergie laufenden Vorhersagen, Tabelle 5.8 enthält die Ergebnisse.¹⁸ Die Werte von $\chi^2/\text{dof.}$ liegen bei 4.6 (Thrust) bis 8.3 (Durham Zweijet-Flippparameter – wie bei den entsprechenden Fits an die einzelnen Momente unterschätzt die Vorhersage hier die niedrigsten Datenpunkte deutlich. Die zugrundeliegende Unvollständigkeit der perturbativen Beschreibung der Einhemisphären-Observablen wurde im vorhergehenden Unterabschnitt 5.3.1 besprochen; ebenso der Beitrag systematischer Unterschiede zwischen den Experimenten, welcher auch hier teilweise für hohe $\chi^2/\text{dof.}$ -Werte verantwortlich ist. Die Unsicherheiten der Momente $\langle y_{23}^1 \rangle$ und $\langle y_{23}^2 \rangle$ sind jedoch

¹⁸Sämtliche hier durchgeführten simultanen Fits besitzen eine starke Abhängigkeit von den Startwerten; diese werden über große Bereiche variiert, um das globale Minimum des χ^2 -Wertes zu finden.

groß, weshalb der $\chi^2/\text{dof.}$ -Wert weniger zunimmt als die Diskrepanz zwischen Daten und Vorhersage).

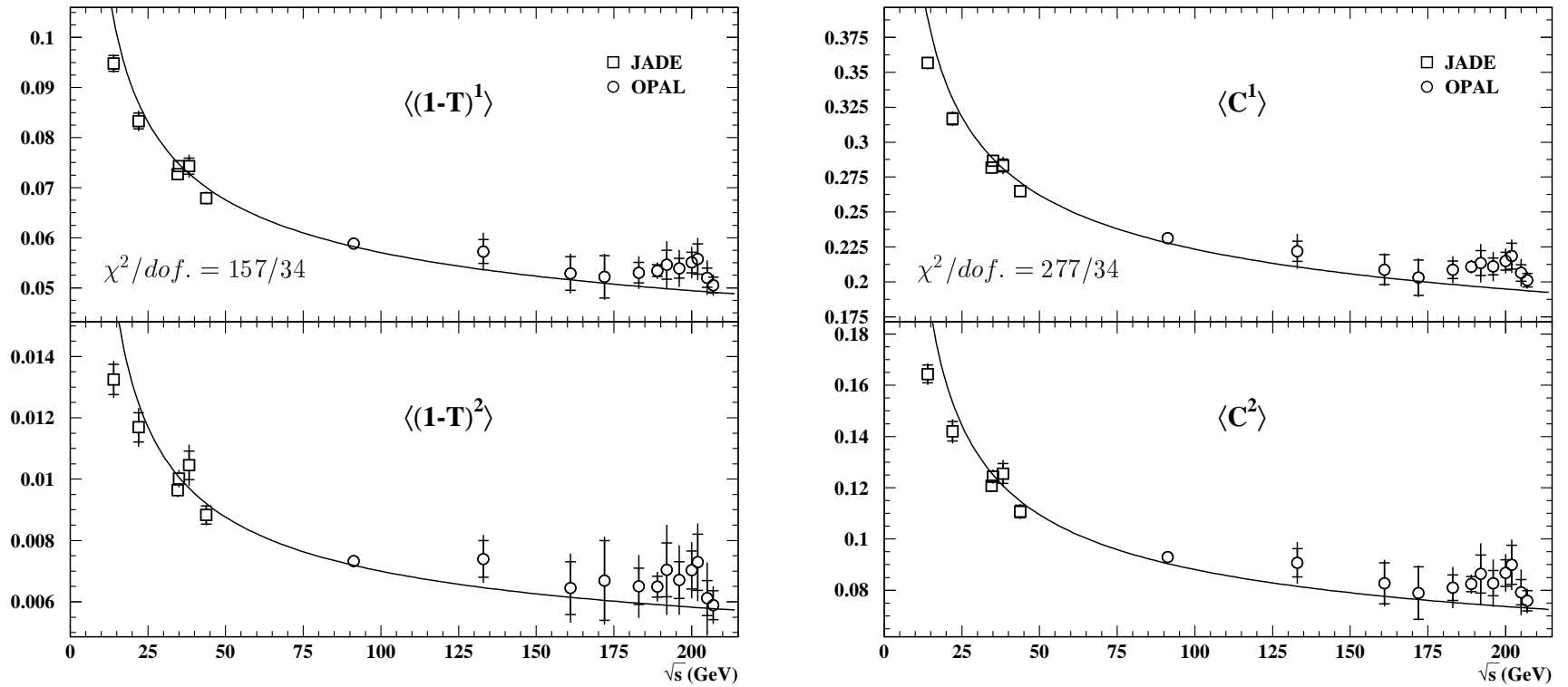


Abbildung 5.23: Simultane Fits der NLO-Vorhersage an die ersten zwei Momente von Thrust und C-Parameter, gemessen mit JADE und OPAL. Eingezeichnet sind die im Fit verwendeten statistischen Fehler (innere Balken) sowie Gesamtfehler inklusive der experimentellen Systematik. Die durchgezogene Linie stellt die mit der Schwerpunktsenergie laufende Vorhersage dar, in der die Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ an beide gezeigten Momentordnungen angepasst wurden. Eingezeichnet sind die statistischen Fehler (innere Balken) sowie Gesamtfehler inklusive der experimentellen Systematik.

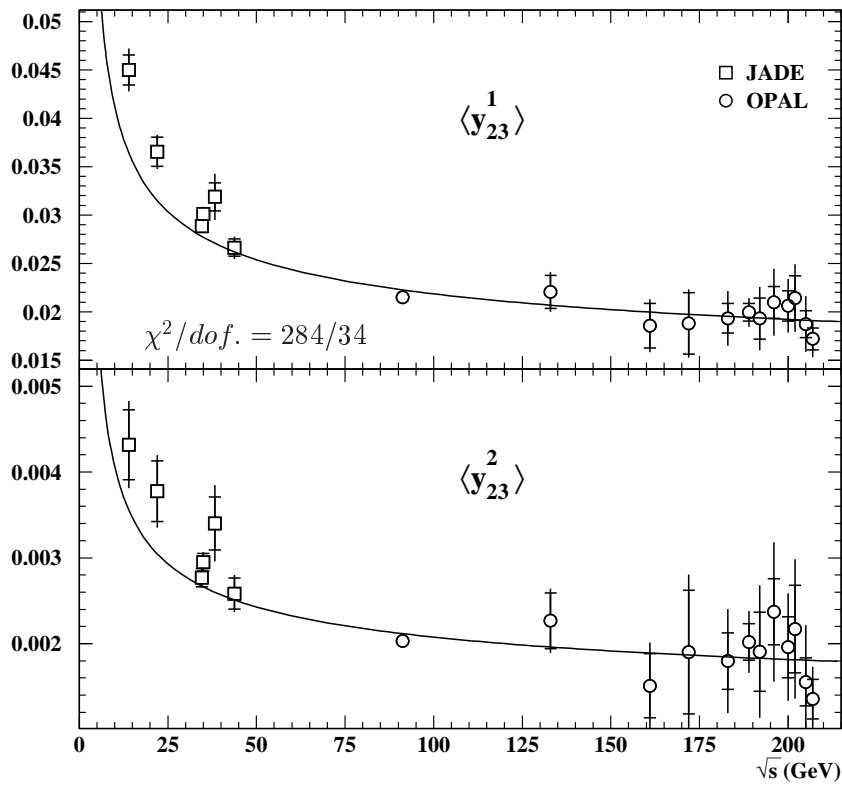


Abbildung 5.24: Simultane Fits der NLO-Vorhersage an die ersten zwei Momente des Durham Zweijet-Flipparameters, gemessen mit JADE und OPAL. Eingezeichnet sind die statistischen Fehler (innere Balken) sowie Gesamtfehler inklusive der experimentellen Systematik. Die durchgezogene Linie stellt die mit der Schwerpunktsenergie laufende Vorhersage dar, in der die Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ an beide gezeigten Momentordnungen angepasst wurden.

| | $\langle(1-T)^{1,2}\rangle$ | $\langle C^{1,2}\rangle$ | $\langle y_{23}^{1,2}\rangle$ |
|---|-----------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1109 | 0.1104 | 0.1184 |
| Statistischer Fehler | 0.0001 | 0.0001 | 0.0003 |
| Experimentelle Syst. | 0.0007 | 0.0026 | 0.0006 |
| HERWIG Hadronisierung | -0.0012 | -0.0016 | +0.0001 |
| ARIADNE Hadronisierung | +0.0024* | +0.0020* | -0.0013* |
| Hadronisierungsfehler | 0.0024 | 0.0020 | 0.0013 |
| x_μ -Variation: $\frac{\mu_R^{*2.0}}{\mu_R^{*0.5}}$ | -0.0023 | -0.0044 | +0.0015 |
| x_μ | 0.060 | 0.069 | 0.196 |
| Statistischer Fehler | 0.001 | 0.001 | 0.022 |
| Experimentelle Syst. | 0.001 | 0.003 | 0.032 |
| HERWIG Hadronisierung | -0.008* | -0.007* | -0.009* |
| ARIADNE Hadronisierung | -0.004 | -0.002 | -0.002 |
| Hadronisierungsfehler | 0.008 | 0.007 | 0.009 |
| Korrelation $\alpha_s(M_{Z^0}) \setminus x_\mu$ | 0.67 | 0.55 | 0.64 |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 157/ 34 | 277/ 34 | 284/ 34 |

Tabelle 5.8: Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ aus simultanen Fits an zwei Momente von drei Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, 14-44 GeV, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie, 91-209 GeV, in den 6 bzw. 12 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.1 bzw. 4.1.2. Die experimentelle Systematik wird mittels des Minimum-Overlap Ansatzes abgeschätzt. Als Hadronisierungsunsicherheit wurde die größere Abweichung zu HERWIG und ARIADNE genommen; sie ist jeweils durch einen Stern markiert.

Diskussion

In Figur 5.25 sind die Ergebnisse aller durchgeführten simultanen Fits graphisch dargestellt.

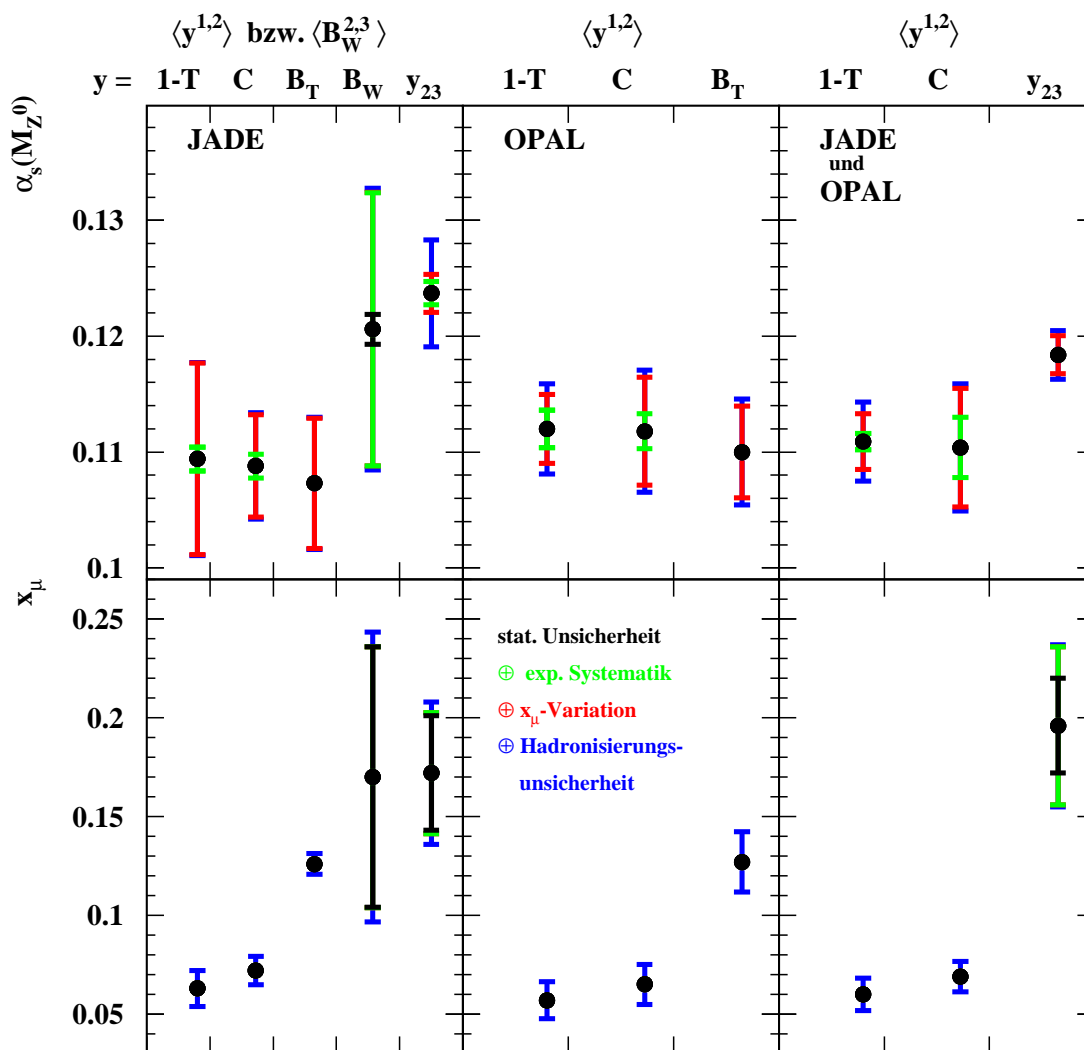


Abbildung 5.25: Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ aus Fits der NLO-Vorhersage an zwei Momente von fünf Ereignisformvariablen bei PETRA- oder/und LEP-Energien. Gezeigt sind die statistischen Fehler und die symmetrisierten experimentellen sowie theoretischen Unsicherheiten aus der Variation von x_μ .

Für die höheren Momente von $1 - T$, C und B_T wurde die NLO-Beschreibung bereits aus dem K-Faktor oder den mit der Momentordnung stark ansteigenden Werten von $\alpha_s(M_{Z^0})$ als sehr unvollständig eingeschätzt. Das ist im Einklang mit den Fitergebnissen hier, die stark vom Wert $x_\mu = 1$ abweichen: Dadurch wird die Vorhersage sehr verschieden von ihrer Form mit $x_\mu=1$. Fits von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ an klassifizierte Verteilungen ohne Verwendung resummierter Rechnungen lieferten ebenfalls kleine Werte [6]. Dies läßt sich anschaulich interpretieren: Der Impuls der abgestrahlten Gluonen als für die Kopplungsstärke relevante Skala ist deutlich kleiner als die Schwerpunktsenergie. Für die Momente von y_{23} und B_W ergibt sich – wieder in Einklang mit der Abschätzung aus dem K-Faktor – ein Wert, der näher an Eins liegt. Die gefundenen Skalenfaktoren sind für die unvollständiger beschriebenen Momente von $1 - T$ und C sehr ähnlich und betragen etwa 0.06, aus den Momenten von B_T ergeben sich Faktoren von etwa 0.15. Für die vollständiger beschriebenen Momente von B_W und y_{23} sind sie wieder ähnlich und liegen bei etwa 0.2.

Die unter der Annahme identischer Skala für zwei Momente erhaltenen Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ liegen stets näher am Weltmittelwert der starken Kopplung von $\alpha_s(M_{Z^0})=0.1189\pm 0.0010$ [32] als diejenigen aus den individuellen Fits, insbesondere für die vollständiger beschriebenen Momente $\langle B_W^{2,3} \rangle$ und $\langle y_{23}^{1,2} \rangle$. Die Werte sind im allgemeinen niedriger als jene aus den Fits an einzelne Momente im vorhergehenden Unterabschnitt oder im folgenden Kapitel 6. Wie dort nehmen die Werte aus B_T , C-Parameter, Thrust in dieser Reihenfolge zu. Die $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Werte aus den Zweihemisphärenvariablen $1 - T$, C und B_T liegen unter jenen aus B_W und y_{23} (ähnlich den Ergebnissen aus den Fits an lediglich die Mittelwerte).

Die Unvollständigkeit der NLO-Beschreibung, die sich bei den Fits an einzelne Momente im Ansteigen der Kopplung mit der Ordnungszahl äußerte, zeigt sich bei den simultanen Fits in kleinen Renormierungsskalen. Die Interpretation ist aus den Skalenfits jedoch weniger offensichtlich, da sich nur eine Aussage über zwei Momente ergibt. Die erhaltenen Skalenwerte sind jenen aus analogen Fits an Verteilungen ähnlich [4, 6, 26]. Diese streuen stark je nach zugrundegelegter Analyseprozedur oder Datenmenge, im allgemeinen sind jedoch die Skalen aus den Zweihemisphärenobservablen ebenfalls kleiner.

5.4 Zusammenfassung

Die mittels MC-Modellen berechnete Hadronisierungskorrektur der Momente von Ereignisformvariablen liegt zwischen 0.5 und 2.5.

Die NLO-Beschreibung der Mittelwerte von $1 - T$, C , B_T und aller untersuchten Momente von B_W , y_{23} , M_H ist konsistent mit etablierten Werten von $\alpha_s(M_{Z^0})$. Insbesondere für $\langle(1 - T)^1\rangle$, $\langle C^1\rangle$ und $\langle B_T^1\rangle$ können kleine Beiträge höherer perturbativer Ordnung NNLO erwartet werden. Die NLO-Beschreibung der höheren Momente von $1 - T$, C und B_T erweist sich durch hohe gefundene Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ als sehr unvollständig.

Als weiterer Ansatz zum Verhalten der Renormierungsskala x_μ können simultane Fits an zwei Momente verschiedener Ordnungszahl unter Annahme identischer Renormierungsskala getestet werden. Simultane Fits der jeweiligen NLO-Vorhersagen an zwei Momente mit entsprechend angepasster Renormierungsskala beschreiben die Daten manchmal hinreichend. Für $\langle(1 - T)^{1,2}\rangle$ und $\langle C^{1,2}\rangle$, sowie $\langle y_{23}^{1,2}\rangle$ und $\langle B_W^{2,3}\rangle$ erhält man jeweils sehr ähnliche Renormierungsskalen. Die Unvollständigkeit der höheren Momente von $1 - T$, C und B_T zeigt sich hier in niedrigen Werten der Renormierungsskala.

Das JADE-Experiment erschließt einen interessanten Energiebereich für die perturbative Analyse, da die Energieentwicklung der starken Kopplung bei niedrigen Energien ausgeprägter ist.

Kapitel 6

Tests von Energiepotenzkorrekturen

In diesem Kapitel werden verschiedene Modelle nichtperturbativer Energiepotenzkorrekturen mit unserer Messung verglichen.

Abschnitt 6.1 diskutiert die einfache Anwendung der Vorhersage des dispersiven Modells einer Verschiebung der differentiellen Verteilung von Ereignisformvariablen auf deren Momente, und Abschnitt 6.2 testet die detailliertere Rechnung mit dem Ansatz der Shape Function. In Abschnitt 6.3 werden diesen zwei Modellen entsprechende Vorhersagen für die Varianz der entsprechenden Verteilungen untersucht, und in 6.4 die Single Dressed Gluon - Näherung für die Momente von Thrust. Abschnitt 6.5 vergleicht diese Modelle sowie das String-Hadronisierungsmodell, und 6.6 fasst kurz zusammen.

Einfache Energiepotenzkorrekturen für $\langle 1 - T \rangle$, $\langle M_H^2 \rangle$ und ein Integral der Asymmetrie der Energie-Energie-Korrelation wurden in [78] an JADE-Daten geprüft. In [12, 108] wurden die Daten von $\langle 1 - T \rangle$, $\langle M_H^2 \rangle$, $\langle B_T \rangle$, $\langle B_W \rangle$, $\langle C \rangle$ und $\langle y_{23} \rangle$ aus e^+e^- -Vernichtung bei 12 bis 189 GeV mit Energiepotenzkorrekturen aus dem dispersiven Modell verglichen. Die L3-Kollaboration paßte [10] derartige Energiepotenzkorrekturen an die ersten zwei Momente von $1 - T$, C , B_T , B_W und M_H^2 bei 30 bis 209 GeV an. DELPHI prüfte [109] Energiepotenzkorrekturen aus dem dispersiven Modell an Mittelwerten von Thrust, C-Parameter und verschiedenen Jetmassen- und Jetbreitenobservablen bei 45 bis 209 GeV; ferner einfache Energiepotenzkorrekturen an denselben Observablen und zusätzlich noch den Mittelwerten von $T_{\text{maj.}}$, zwei Integralen der Energie-Energie-Korrelation, sowie einer weiteren Observablen. Daten unterhalb von 91 GeV wurden dafür aus radiativen Ereignissen erhalten.

6.1 Dispersives Modell

Setzt man die Vorhersage aus dem dispersiven Ansatz für die differentielle Verteilung von Ereignisformvariablen Gleichung (2.27) in die Definition (2.16) des Moments der Ordnung n ein und vernachlässigt in naiver Weise die Integration über den unphysikalischen Bereich negativer Werte der Ereignisformvariablen y , so erhält man bei der Schwerpunktsenergie $Q \equiv \sqrt{s}$:

$$\langle y^n \rangle = \int_0^1 dy y^n \cdot \frac{d\sigma}{dy}(y) \approx \int_0^1 dy (y + a_y \mathcal{P})^n \cdot \frac{d\sigma^{\text{pt.}}}{dy}(y).$$

\mathcal{P} war in Gleichung (2.28) angegeben. Die Integration ergibt dann folgende Vorhersagen für die Momente:

$$\langle y^1 \rangle = \langle y \rangle_{\text{pt.}} + a_y \mathcal{P} \quad (6.1)$$

$$\langle y^2 \rangle = \langle y^2 \rangle_{\text{pt.}} + 2\langle y \rangle_{\text{pt.}} \cdot a_y \mathcal{P} + (a_y \mathcal{P})^2 \quad (6.2)$$

$$\begin{aligned} \langle y^3 \rangle &= \langle y^3 \rangle_{\text{pt.}} + 3\langle y^2 \rangle_{\text{pt.}} \cdot a_y \mathcal{P} + 3\langle y \rangle_{\text{pt.}} \cdot (a_y \mathcal{P})^2 \\ &\quad + (a_y \mathcal{P})^3 \end{aligned} \quad (6.3)$$

$$\begin{aligned} \langle y^4 \rangle &= \langle y^4 \rangle_{\text{pt.}} + 4\langle y^3 \rangle_{\text{pt.}} \cdot a_y \mathcal{P} + 6\langle y^2 \rangle_{\text{pt.}} \cdot (a_y \mathcal{P})^2 \\ &\quad + 4\langle y \rangle_{\text{pt.}} \cdot (a_y \mathcal{P})^3 + (a_y \mathcal{P})^4 \end{aligned} \quad (6.4)$$

$$\begin{aligned} \langle y^5 \rangle &= \langle y^5 \rangle_{\text{pt.}} + 5\langle y^4 \rangle_{\text{pt.}} \cdot a_y \mathcal{P} + 10\langle y^3 \rangle_{\text{pt.}} \cdot (a_y \mathcal{P})^2 \\ &\quad + 10\langle y^2 \rangle_{\text{pt.}} \cdot (a_y \mathcal{P})^3 + 5\langle y \rangle_{\text{pt.}} \cdot (a_y \mathcal{P})^4 + (a_y \mathcal{P})^5. \end{aligned} \quad (6.5)$$

Störungsrechnung wird in den bekannten zwei Ordnungen benutzt,

$$\langle y^n \rangle_{\text{pt.}} = \langle y^n \rangle_{\text{NLO}}.$$

Aus diesem Ansatz folgen also ein rein perturbativer sowie ein rein nicht-perturbativer Term für den Mittelwert, für die höheren Momente aber auch gemischte Terme und immer höhere Unterdrückung mit der Schwerpunktsenergie. Die Formel (6.1) entspricht Vorhersagen in der Literatur [69]. Der (6.2) bis (6.5) zugrundeliegende Ansatz wird auch in [110] verwendet, und liegt den Tests in [10] zugrunde.¹

Die an klassifizierte Verteilungen von B_T und B_W mittels Formel (6.1) angepassten Parameter $\alpha_s(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(\mu_I)$ waren nicht mit ihren Werten aus $1 - T$ und C verträglich, siehe Referenz [112]. Daraufhin wurde die Vorhersage speziell für diese zwei Observablen verbessert und statt obigem naivem Abschneiden der verschobenen Verteilung ihre Stauchung bei niedrigen Variablenwerten beschrieben. Die vollständigsten Formeln sind in Referenz [108] enthalten.

¹Tatsächlich existierten die Vorhersagen für die Mittelwerte vor jenen für Verteilungen [111]; wir argumentieren gewissermaßen rückwärts.

Der nichtperturbative Faktor \mathcal{P} wird demzufolge für $\langle B_T^1 \rangle$ bzw. $\langle B_W^1 \rangle$ ersetzt durch den Ausdruck

$$\mathcal{P}_{\langle B_T^1 \rangle} = \mathcal{P} \cdot \left(\frac{\pi}{2\sqrt{C_F} \hat{\alpha}_s (1 + K \hat{\alpha}_s / (2\pi))} + \frac{3}{4} - \frac{2\pi\beta_0}{3C_F} + \eta_0 \right), \quad (6.6)$$

bzw.

$$\mathcal{P}_{\langle B_W^1 \rangle} = \mathcal{P} \cdot \left(\frac{\pi}{2\sqrt{C_F} \hat{\alpha}_s (1 + K \hat{\alpha}_s / (2\pi))} + \frac{3}{4} - \frac{\pi\beta_0}{3C_F} + \eta_0 \right), \quad (6.7)$$

mit einer reskalierten Ereignisskala $\hat{\alpha}_s(Q^2) \equiv \alpha_s(e^{-3/2}Q^2)$ und einer Konstanten $\eta_0 \simeq -0.6137$.

Für y_{23} (und die Momente dieser Variablen) gibt es keine berechneten Koeffizienten einer Energiepotenzkorrektur im dispersiven Modell. Den Energieverlauf der Datenpunkte diskutieren wir anhand von Bild 6.3: Er erscheint konsistent mit einer perturbativen NLO-Vorhersage mit positiven Koeffizienten, außer am niedrigsten Punkt von 14 GeV. Eine passende Energiepotenzkorrektur würde mit einer höheren Potenz der Schwerpunktsenergie skalieren. In der Tat werden Terme $\ln Q/Q^2$ und $1/Q^2$ erwartet [68].

In [4] wurden verschiedene Energiepotenzkorrekturen mit klassifizierten Verteilungen von y_{23} bei Schwerpunktsenergien von 14 bis 189 GeV getestet. Das stellt eine erheblich größere Datenmenge dar als die ersten fünf Momente, denn sensitiv auf stark unterdrückte Korrekturen ist in diesem Fall fast nur der Punkt bei 14 GeV. Korrekturen $1/Q^2$ waren mittels des $\chi^2/\text{dof.}$ -Wertes nur schwach gegenüber Korrekturen $1/Q$ bevorzugt. Aus den Momenten ist keine bessere Entscheidung zu erwarten. Die rein perturbative Vorhersage beschreibt die Mittelwerte von y_{23} gut [12, 108] – wir vergleichen sie deshalb auch mit den höheren Momenten.

In unserem Test werden die ersten fünf Momente der Observablen $1 - T$, B_T , B_W , C und y_{23} verwendet, sowie² das zweite und vierte von M_H . Im weiteren verläuft der Vergleich wie die Fits der rein perturbativen Vorhersage an JADE- und OPAL-Daten einzelner Momente in Unterabschnitt 5.3.1, nun allerdings an das Hadronniveau und unter Variation zweier Parameter $\alpha_s(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(\mu_I)$.

Zur Abschätzung unbekannter höherer perturbativer Ordnungen variieren wir wieder den Renormalisierungsskalenfaktor x_μ von 1 auf 0.5 und 2. Die Unsicherheit in der Berechnung des Milanfaktors wird durch seine Variation um $\pm 20\%$ berücksichtigt. Der Ambiguität in der Festlegung der Infrarot-Matchingskala μ_I wird durch Setzen von μ_I auf 1 GeV und 3 GeV Rechnung

²Den theoretischen Rechnungen liegt die Variable M_H^2 zugrunde.

getragen – die daraus resultierenden Abweichungen werden aber nur in die theoretische Unsicherheit von $\alpha_s(M_{Z^0})$ einbezogen, da die Größe $\alpha_0(\mu_I)$ über ihre Definition Gleichung (2.26) ja unmittelbar von μ_I abhängt.

Figuren 6.1 bis 6.3 zeigen den Vergleich der Datenpunkte mit der jeweiligen laufenden Vorhersage (6.1) bis (6.5). Die Werte von $\chi^2/\text{dof.}$ liegen noch in der Ordnung³ von 1, allerdings tragen auch experimentelle Unterschiede zwischen JADE und OPAL zu höheren Werten bei. Unterhalb von 14 GeV fällt die Vorhersage wieder ab – dieser unphysikalische Verlauf trägt wesentlich zum teilweise hohen $\chi^2/\text{dof.}$ -Wert bei.⁴ Der Verlauf der höheren Momente des Durham Zweijet-Flippparameters stimmt für höhere Schwerpunktsenergie mit der rein perturbativen Vorhersage überein (vgl. auch die Darstellung der Messung in größeren Energiebins, Abbildungen 4.12 und 4.13), für niedrige jedoch nicht – dies würde etwa durch eine negative Energiepotenzkorrektur berichtigt. Die Momente der Einhemisphärenvariablen B_W und insbesondere M_H werden besser beschrieben als im entsprechenden Vergleich mit Monte Carlo - Korrektur für Hadronisierung.

Um die experimentell systematische Unsicherheit abzuschätzen, werden diese Fits nochmals durchgeführt; anstelle der statistischen Fehler werden jetzt die totalen Fehler verwendet und der Minimum-Overlap Ansatz zur Kombination der experimentellen Systematiken. Der erhaltene relative Fehler wird auf das Resultat aus dem Fit mit statistischen Fehlern ohne Korrelationen umgerechnet (die Zentralwerte weichen ohnehin nur geringfügig voneinander ab).

³Der Wert von $\chi^2/\text{dof.}$ beträgt 1.9 bis 4.1 für die Mittelwerte, und 0.8 bis 4.8 für höhere Momente.

⁴Dieser Verlauf ist nicht immer in der jeweiligen Darstellung zu erkennen. Der Vorfaktor des nichtperturbativen Terms $1/\sqrt{s}$ wird jedoch mittels Gleichung (2.28) perturbativ in zwei Ordnungen berechnet. Die Koeffizienten von α_s sowie α_s^2 sind negativ, was bei genügend kleiner Schwerpunktsenergie immer zum Abknicken der Vorhersage führt (erinnert sei an den Gültigkeitsbereich der Vorhersage). Die Konvergenz dieser Störungsreihe ist schlecht; mit dem Fitwert $\alpha_s(M_{Z^0})$ wird der Term zweiter Ordnung im Fall von $\langle(1-T)^5\rangle$ bei 14 GeV sogar größer als derjenige erster Ordnung in α_s . Bei Berechnung der Koeffizienten in nur erster Ordnung verkleinern sich die $\chi^2/\text{dof.}$ -Werte der Einzelfits stark. Die Theorie kann so aber nicht gut betätigt werden, da die resultierenden Werte der als universell angenommenen Größe $\alpha_0(\mu_I)$ dann stark streuen. *Minimal Term - Regularisierung* (Abschneiden der perturbativen Reihe am kleinsten Summanden für den jeweiligen Energiepunkt) weist die NLO-Berechnung der Energiepotenz-Koeffizienten bis auf den erwähnten Fall stets als die vollständigere aus.

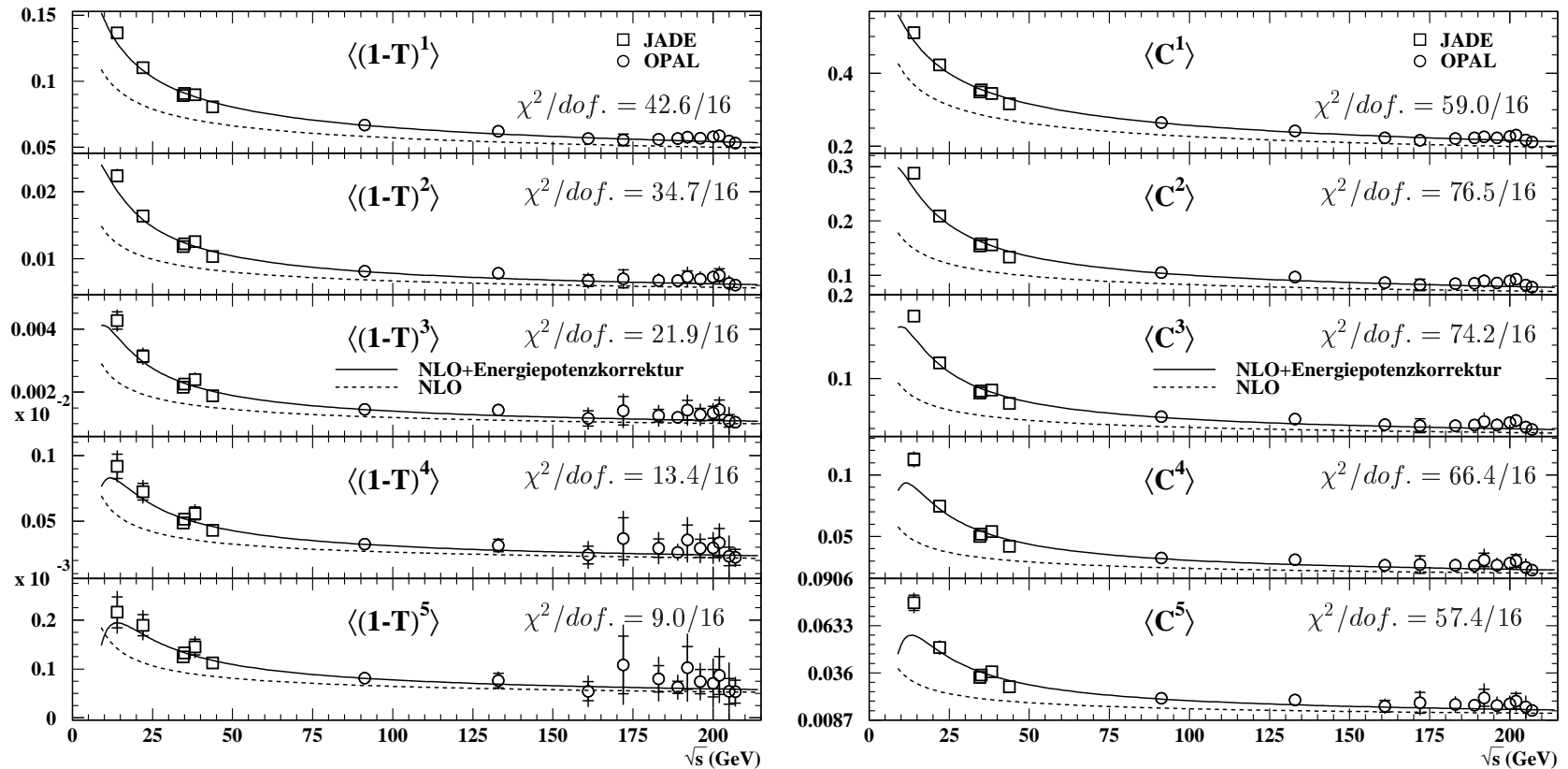


Abbildung 6.1: Fits der dispersiven Vorhersage an JADE- sowie OPAL-Messungen der Momente von Thrust sowie C-Parameter. Die durchgezogene Linie stellt die Vorhersage mit angepassten Werten von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(\mu_I)$ dar, gepunktet überlagert die bloße NLO-Vorhersage mit identischem Wert von $\alpha_s(M_{Z^0})$. Eingezeichnet sind die im Fit verwendeten statistischen Fehler (innere Balken) sowie Gesamtfehler inklusive der experimentellen Systematik.

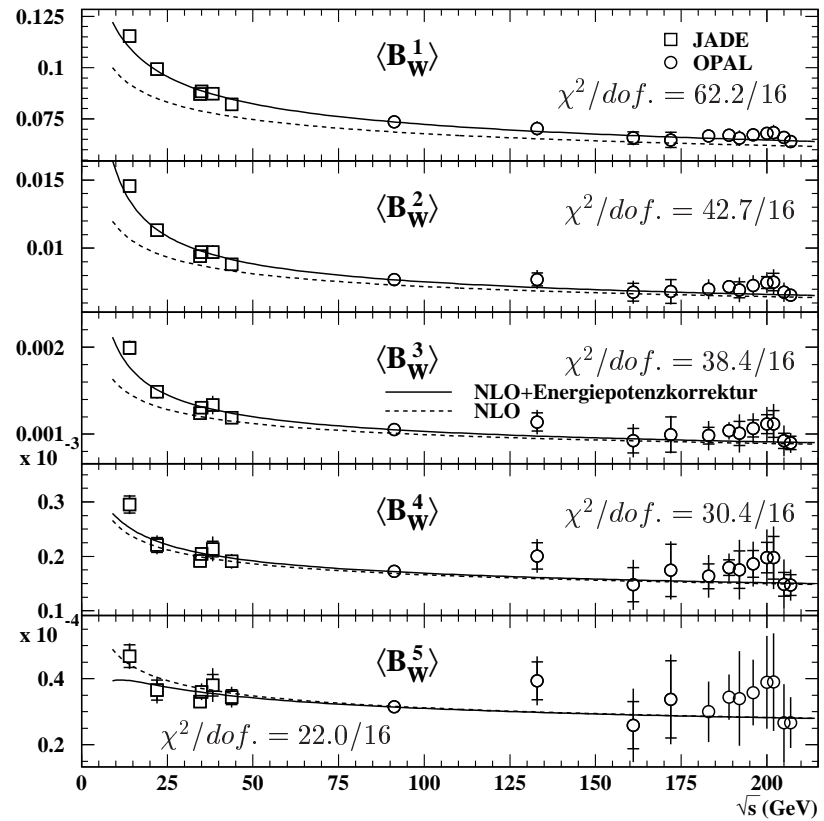
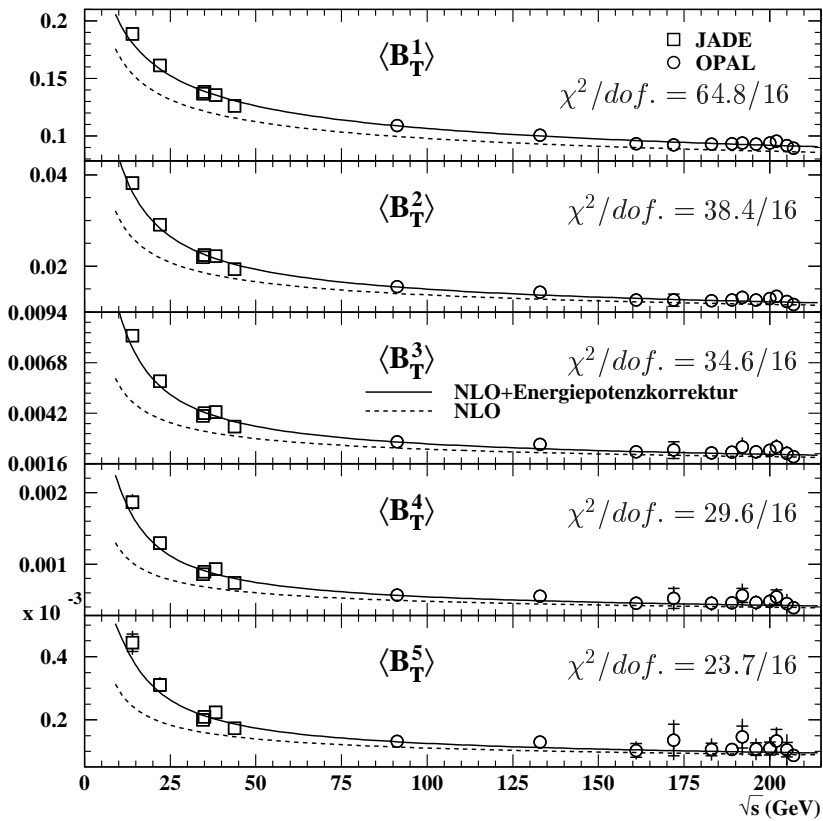


Abbildung 6.2: Fits der dispersiven Vorhersage an JADE- sowie OPAL-Messungen der Momente von Total Jet Broadening und Wide Jet Broadening. Die durchgezogene Linie stellt die Vorhersage mit angepassten Werten von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(\mu_I)$ dar, gepunktet überlagert die bloße NLO-Vorhersage mit identischem Wert von $\alpha_s(M_{Z^0})$. Eingezeichnet sind die im Fit verwendeten statistischen Fehler (innere Balken) sowie Gesamtfehler inklusive der experimentellen Systematik.

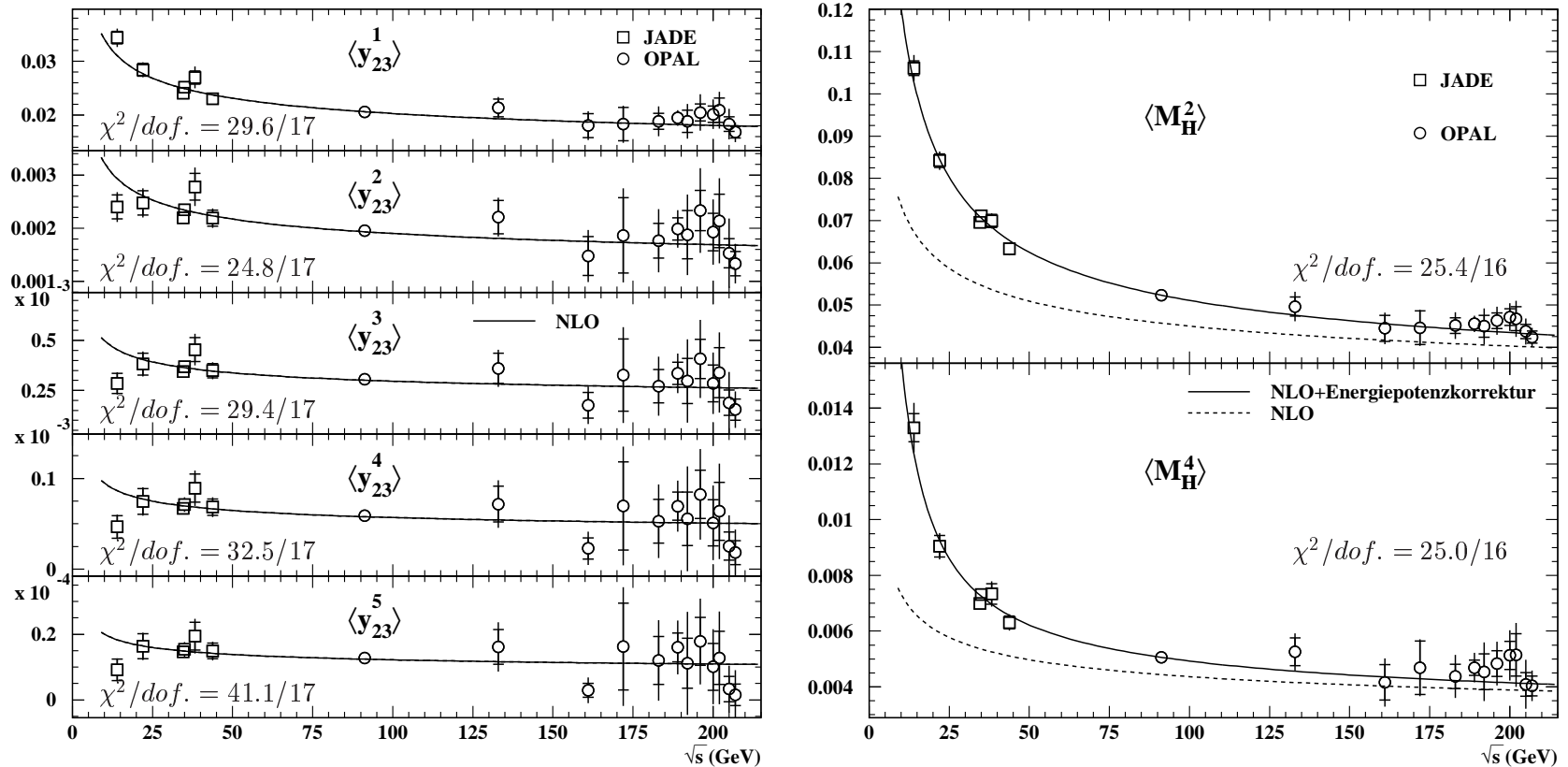


Abbildung 6.3: Fits der rein perturbativen Vorhersage an JADE- sowie OPAL-Messungen der Momente des Durham Zweijet-Flippparameters, sowie der dispersiven Vorhersage an Momente von M_H^2 . Die durchgezogene Linie stellt dort die Vorhersage mit angepassten Werten von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(\mu_I)$ dar, gepunktet überlagert die bloße NLO-Vorhersage mit identischem Wert von $\alpha_s(M_{Z^0})$. Eingezeichnet sind die im Fit verwendeten statistischen Fehler (innere Balken) sowie Gesamtfehler inklusive der experimentellen Systematik.

Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(\mu_I)$

Die Resultate für $\alpha_s(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(\mu_I)$ aus der Standardmessung der Momente der sechs Ereignisformvariablen und den Variationen von x_μ , μ_I und des Milanfaktors sind in Tabellen 6.1 bis 6.3 enthalten, sowie in Abbildung 6.4.

Die Ergebnisse für $\alpha_s(M_{Z^0})$ ähneln jenen aus der Analyse mit Hadronisierungskorrektur mittels MC-Modellen in Kapitel 5. Insbesondere spiegelt der Anstieg von $\alpha_s(M_{Z^0})$ für die höheren Momente von Thrust, C-Parameter und Total Jet Broadening deren bereits diskutierte unvollständige perturbative Struktur wieder, sie zeigt sich auch wieder in den besprochenen großen Skalenfehlern. Die Ergebnisse aus $\langle y_{23}^n \rangle$ und $\langle M_{\text{H}}^n \rangle$ zeigen allerdings nahezu keine Abhängigkeit von der Momentenordnungszahl. Die Werte der starken Kopplung sind nur schwach von Variationen der nichtperturbativen Parameter \mathcal{M} und μ_I abhängig.

Die Anpassung der alten Rechnung (ohne Verwendung der speziellen Korrekturen (6.6) bzw. (6.7)) für die Jetbreitenobservablen an unsere Messung von $\langle B_{\text{W}}^1 \rangle$ ergibt $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.1185 \pm 0.0005$ und $\alpha_0(\mu_I) = 0.563 \pm 0.018$ (statistische Fehler); aus $\langle B_{\text{T}}^1 \rangle$ erhält man $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.1262 \pm 0.0004$ und $\alpha_0(\mu_I) = 0.486 \pm 0.015$. Mit $\chi^2/\text{dof.} = 43/16$ für beide Observablen passen die weniger vollständigen Rechnungen sogar besser zu den Daten. Der Wert von $\alpha_0(\mu_I)$ bleibt nahezu unverändert, die gemessenen Kopplungen sind etwas höher. Erinnerung sei daran, daß die Veränderung der Rechnungen durch Analysen von Verteilungen motiviert wurde. Die Mittelwerte wurden bereits durch eine einfache Verschiebung der differentiellen Verteilung gut beschrieben [113, 114].

Bei den Momenten von Thrust, C-Parameter und den Jetbreitenobservablen zeigt sich eine systematische Verschiebung beider Fitparameter mit der Momentenordnungszahl, deren Richtung auch der Antikorrelation der Fitparameter innerhalb eines einzelnen Moments entspricht.⁵

⁵In [10] wurden ähnliche Fits an die ersten zwei Momente von $1 - T$, C , B_{T} , B_{W} und M_{H}^2 durchgeführt. In den Fits an die zweiten Momente wurden die aus den zugehörigen ersten Momenten erhaltenen Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(\mu_I)$ festgehalten und eine stärker unterdrückte Energiepotenzkorrektur $\propto 1/Q^2$ gefittet. Für $\langle (1 - T)^2 \rangle$ und $\langle C^2 \rangle$ waren diese Beiträge dann unerwartet hoch. Ein genauerer Vergleich mit unseren Resultaten ist nicht ohne weiteres möglich, da wir die stärker unterdrückte Energiepotenzkorrektur aufwendiger parametrisieren. Jedoch fällt auf, daß der niedrigste Energiepunkt der zweiten Momente von $1 - T$, C und B_{T} von der angepaßten Vorhersage stets überschätzt wird – in unserer Interpretation: Fehlende perturbative Beiträge werden durch Energiepotenzkorrekturen ersetzt, welche zu steil verlaufen. Der Wert von $\chi^2/\text{dof.}$ ist auch dort akzeptabel, da die radiativen Messungen sehr große Unsicherheiten aufweisen.

Die aus den Momenten $\langle B_W^n \rangle$ erhaltenen Werte von $\alpha_0(\mu_I)$ fallen stark mit der Ordnungszahl n ab, was nicht mit Universalität dieses Parameters vereinbar ist. Analog, wenngleich schwächer, nehmen auch die Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ ab.⁶ Zumindest hier scheint die naive Ableitung einer Vorhersage für Momente aus der Beschreibung der differentiellen Verteilung nicht hinreichend – wir akzeptieren daher nur die explizit für den Mittelwert gerechnete Beschreibung von $\langle B_W^1 \rangle$. Die $\chi^2/\text{dof.}$ -Werte für den Fit an diesen Mittelwert sind im Gegensatz zur Analyse mit Monte Carlo - Hadronisierungskorrektur zufriedenstellend, vgl. Tabellen 6.1 und F.4.

Die $\alpha_0(\mu_I)$ -Werte aus den Fits an $\langle B_W^1 \rangle$ sowie $\langle M_H^2 \rangle$ und $\langle M_H^4 \rangle$ sind signifikant⁷ höher als jene aus $\langle (1-T)^1 \rangle$, $\langle C^1 \rangle$ und $\langle B_T^1 \rangle$. Die theoretische Beschreibung von B_W und M_H ist relativ unvollständig. Vermutlich wird vor allem die Unvollständigkeit ihrer perturbativen Beschreibung bei niedrigen Schwerpunktsenergien (Unterabschnitt 5.3.1) durch die höhere Energiepotenzkorrektur ausgeglichen. Die perturbative Beschreibung wird dann weniger stark gewichtet, d.h. die $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Werte fallen (im Gegensatz zur Hadronisierungskorrektur mit Monte Carlo - Modellen) relativ niedrig aus. Für Verteilungen von B_W und M_H^2 werden in [4] nichtperturbativ vollständigere Beschreibungen durch zusätzliche Terme $\propto (\ln Q)^q/Q^p$ untersucht. Die Observable M_H ist stark von Masseneffekten beeinflusst, diese werden in detailliertere Vorhersagen und Tests mit einbezogen [109, 115].

Sämtliche Werte von $\alpha_0(\mu_I)$ sind im Vergleich zu den Werten der starken Kopplung wenig von x_μ -Variationen abhängig, welche sich ja zunächst auf die perturbative Struktur der Vorhersage auswirken. Die Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(\mu_I)$ aus den niedrigsten Momenten sind stark negativ korreliert (um etwa -90%), diese Antikorrelation nimmt für die höheren Momente meist ab, und beträgt nur noch -10% für $\langle C^5 \rangle$.

Wir messen die Fitparameter aus den am besten beschriebenen Momenten $\langle (1-T)^1 \rangle$, $\langle C^1 \rangle$, $\langle B_T^1 \rangle$, $\langle B_W^1 \rangle$, $\langle y_{23}^1 \rangle$ bis $\langle y_{23}^5 \rangle$, und $\langle M_H^2 \rangle$, $\langle M_H^4 \rangle$. Die Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ daraus sind innerhalb der totalen Fehler verträglich; die Werte von $\alpha_0(\mu_I)$ nur unter Einbezug der Unsicherheit des Milanfaktors. Die Mittelung

⁶Ein Versuch der Erweiterung der Beschreibung einer Stauchung der Verteilung auf höhere Momente durch Einsetzen der nichtperturbativen Faktoren (6.6) bzw. (6.7) in die Vorhersagen (6.1) bis (6.5) ändert den qualitativen Verlauf beider Fitparameter nicht.

⁷Universalität diskutieren wir an dieser Stelle ohne Einbezug der Unsicherheiten aus dem Milanfaktor, da diese stark korreliert sein dürften: Diese Universalität ist theoretisch zwar nur auf dem Zweischleifen-Niveau gesichert [72], sie wird jedoch zum Teil als Eigenschaft des exakten Milanfaktors betrachtet [70]. Der Milanfaktor geht für alle Ereignisformvariablen in dieselbe universelle Energiepotenzkorrektur Formel (2.28) ein. Somit entspricht etwa ein erhöhter Wert des Milanfaktors stets einem verkleinertem Fitergebnis von $\alpha_0(\mu_I)$.

ohne Einbezug von Korrelationen ergibt

$$\begin{aligned}
\alpha_s(M_{Z^0}) &= 0.1174 \pm 0.0002(\text{stat.}) \pm 0.0018(\text{exp.}) \pm 0.0047(x_\mu) \\
&\quad \pm 0.0003(\mu_I) \pm 0.0001(\mathcal{M}) \\
&= 0.1174 \pm 0.0050(\text{tot.}), \\
\alpha_0(\mu_I) &= 0.484 \pm 0.003(\text{stat.}) \pm 0.006(\text{exp.}) \pm 0.026(x_\mu) \pm 0.046(\mathcal{M}) \\
&= 0.484 \pm 0.053(\text{tot.}).
\end{aligned}$$

Das dispersive Modell beschreibt in Kombination mit perturbativer QCD zweiter Ordnung die Daten recht gut, zum Teil auch in naiver Erweiterung auf Momentordnungen $n > 1$. Ausnahmen zur Universalität des nichtperturbativen Parameters $\alpha_0(\mu_I)$ sind die Momente von B_W und M_H . Eine ausführliche Diskussion folgt in Abschnitt 6.5, inklusive eines Vergleichs der erhaltenen $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Werte mit jenen aus Anpassungen mit Monte Carlo - Hadronisierung.

| | $\langle(1-T)^1\rangle$ | $\langle C^1\rangle$ | $\langle B_T^1\rangle$ | $\langle B_W^1\rangle$ | $\langle y_{23}^1\rangle$ | |
|--|-------------------------|----------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|------------------------|
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1252 | 0.1241 | 0.1216 | 0.1153 | 0.1180 | |
| Statistischer Fehler | 0.0006 | 0.0004 | 0.0005 | 0.0006 | 0.0004 | |
| Experimentelle Syst. | 0.0013 | 0.0010 | 0.0011 | 0.0014 | 0.0014 | |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | +0.0076 -0.0065 | +0.0075 -0.0065 | +0.0049 -0.0043 | -0.0030 -0.0002 | +0.0050 -0.0038 | |
| μ_I -Variation: $\mu_I=1\text{ GeV}$ $\mu_I=3\text{ GeV}$ | +0.0026 -0.0020 | +0.0031 -0.0023 | +0.0018 -0.0014 | +0.0008 -0.0007 | | |
| Milanfaktor: $\mathcal{M}-20\%$ $\mathcal{M}+20\%$ | +0.0012 -0.0011 | +0.0014 -0.0013 | +0.0008 -0.0008 | +0.0004 -0.0004 | | |
| Theoretische Syst. | 0.0081 | 0.0082 | 0.0053 | 0.0013 | 0.0050 | |
| $\alpha_0(\mu_I)$ | 0.467 | 0.419 | 0.483 | 0.572 | | |
| Statistischer Fehler | 0.007 | 0.003 | 0.010 | 0.016 | | |
| Experimentelle Syst. | 0.004 | 0.003 | 0.007 | 0.009 | | |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | -0.022 +0.032 | -0.024 +0.034 | +0.012 +0.013 | +0.003 -0.004 | | |
| Milanfaktor: $\mathcal{M}-20\%$ $\mathcal{M}+20\%$ | +0.039 -0.028 | +0.029 -0.021 | +0.042 -0.030 | +0.076 -0.051 | | |
| Theoretische Syst. | 0.051 | 0.045 | 0.044 | 0.172 | | |
| Korrelation $\alpha_s(M_{Z^0})\backslash\alpha_0(\mu_I)$ | -0.86 | -0.80 | -0.94 | -0.90 | | |
| $\chi^2/dof.$ | 42.6/16 | 59.0/16 | 64.8/16 | 62.2/16 | 29.6/17 | |
| | $\langle(1-T)^2\rangle$ | $\langle C^2\rangle$ | $\langle B_T^2\rangle$ | $\langle B_W^2\rangle$ | $\langle y_{23}^2\rangle$ | $\langle M_H^2\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1356 | 0.1321 | 0.1369 | 0.1129 | 0.1181 | 0.1168 |
| Statistischer Fehler | 0.0009 | 0.0006 | 0.0006 | 0.0006 | 0.0009 | 0.0007 |
| Experimentelle Syst. | 0.0017 | 0.0014 | 0.0014 | 0.0020 | 0.0018 | 0.0019 |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | +0.0115 -0.0096 | +0.0113 -0.0095 | +0.0122 -0.0101 | +0.0042 -0.0032 | +0.0054 -0.0042 | +0.0043 -0.0034 |
| μ_I -Variation: $\mu_I=1\text{ GeV}$ $\mu_I=3\text{ GeV}$ | +0.0034 -0.0025 | +0.0044 -0.0031 | +0.0016 -0.0013 | +0.0005 -0.0004 | | +0.0013 -0.0011 |
| Milanfaktor: $\mathcal{M}-20\%$ $\mathcal{M}+20\%$ | +0.0016 -0.0014 | +0.0020 -0.0018 | +0.0008 -0.0007 | +0.0002 -0.0002 | | +0.0006 -0.0006 |
| Theoretische Syst. | 0.0121 | 0.0123 | 0.0123 | 0.0042 | 0.0054 | 0.0045 |
| $\alpha_0(\mu_I)$ | 0.509 | 0.460 | 0.594 | 0.507 | | 0.581 |
| Statistischer Fehler | 0.007 | 0.003 | 0.013 | 0.024 | | 0.011 |
| Experimentelle Syst. | 0.006 | 0.004 | 0.011 | 0.017 | | 0.009 |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | -0.026 +0.034 | -0.026 +0.032 | -0.019 +0.026 | -0.023 +0.043 | | -0.023 +0.038 |
| Milanfaktor: $\mathcal{M}-20\%$ $\mathcal{M}+20\%$ | +0.040 -0.029 | +0.034 -0.025 | +0.052 -0.036 | +0.063 -0.042 | | +0.077 -0.052 |
| Theoretische Syst. | 0.052 | 0.046 | 0.059 | 0.076 | | 0.086 |
| Korrelation $\alpha_s(M_{Z^0})\backslash\alpha_0(\mu_I)$ | -0.72 | -0.51 | -0.86 | -0.86 | | -0.89 |
| $\chi^2/dof.$ | 34.7/16 | 76.5/16 | 38.4/16 | 42.7/16 | 24.8/17 | 25.4/16 |

Tabelle 6.1: Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und ggf. $\alpha_0(\mu_I)$ aus erstem und zweitem Moment von sechs Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktenergie, 14–44 GeV, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktenergie, 91–209 GeV, in den 6 bzw. 12 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.1 bzw. 4.1.2. Die experimentelle Systematik wird mittels des Minimum-Overlap Ansatzes abgeschätzt.

| | $\langle(1-T)^3\rangle$ | $\langle C^3\rangle$ | $\langle B_T^3\rangle$ | $\langle B_W^3\rangle$ | $\langle y_{23}^3\rangle$ | |
|--|-------------------------|----------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|------------------------|
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1423 | 0.1360 | 0.1411 | 0.1101 | 0.1173 | |
| Statistischer Fehler | 0.0013 | 0.0007 | 0.0008 | 0.0009 | 0.0013 | |
| Experimentelle Syst. | 0.0018 | 0.0019 | 0.0017 | 0.0025 | 0.0020 | |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | +0.0139 -0.0114 | +0.0131 -0.0109 | +0.0146 -0.0119 | +0.0040 -0.0031 | +0.0053 -0.0040 | |
| μ_I -Variation: $\mu_I=1\text{ GeV}$ $\mu_I=3\text{ GeV}$ | +0.0039 -0.0028 | +0.0050 -0.0034 | +0.0020 -0.0015 | +0.0005 -0.0004 | | |
| Milanfaktor: $\mathcal{M}-20\%$ $\mathcal{M}+20\%$ | +0.0017 -0.0016 | +0.0022 -0.0020 | +0.0009 -0.0009 | +0.0002 -0.0002 | | |
| Theoretische Syst. | 0.0145 | 0.0142 | 0.0147 | 0.0040 | 0.0053 | |
| $\alpha_0(\mu_I)$ | 0.536 | 0.479 | 0.646 | 0.404 | | |
| Statistischer Fehler | 0.010 | 0.003 | 0.015 | 0.031 | | |
| Experimentelle Syst. | 0.008 | 0.003 | 0.012 | 0.015 | | |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | -0.026 +0.033 | -0.024 +0.028 | -0.016 +0.020 | -0.012 +0.023 | | |
| Milanfaktor: $\mathcal{M}-20\%$ $\mathcal{M}+20\%$ | +0.039 -0.029 | +0.036 -0.027 | +0.061 -0.042 | +0.040 -0.027 | | |
| Theoretische Syst. | 0.051 | 0.046 | 0.064 | 0.046 | | |
| Korrelation $\alpha_s(M_{Z^0})\backslash\alpha_0(\mu_I)$ | -0.65 | -0.33 | -0.82 | -0.85 | | |
| $\chi^2/dof.$ | 21.9/16 | 74.2/16 | 34.6/16 | 38.4/16 | 29.4/17 | |
| | $\langle(1-T)^4\rangle$ | $\langle C^4\rangle$ | $\langle B_T^4\rangle$ | $\langle B_W^4\rangle$ | $\langle y_{23}^4\rangle$ | $\langle M_H^4\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1483 | 0.1389 | 0.1430 | 0.1074 | 0.1159 | 0.1160 |
| Statistischer Fehler | 0.0018 | 0.0009 | 0.0010 | 0.0013 | 0.0017 | 0.0010 |
| Experimentelle Syst. | 0.0022 | 0.0021 | 0.0018 | 0.0028 | 0.0024 | 0.0031 |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | +0.0160 -0.0130 | +0.0096 -0.0119 | +0.0160 -0.0129 | +0.0036 -0.0027 | +0.0050 -0.0038 | +0.0052 -0.0043 |
| μ_I -Variation: $\mu_I=1\text{ GeV}$ $\mu_I=3\text{ GeV}$ | +0.0047 -0.0033 | +0.0058 -0.0038 | +0.0022 -0.0017 | +0.0005 -0.0004 | | +0.0011 -0.0009 |
| Milanfaktor: $\mathcal{M}-20\%$ $\mathcal{M}+20\%$ | +0.0021 -0.0013 | +0.0020 -0.0022 | +0.0010 -0.0009 | +0.0002 -0.0002 | | +0.0005 -0.0005 |
| Theoretische Syst. | 0.0168 | 0.0134 | 0.0162 | 0.0036 | 0.0050 | 0.0054 |
| $\alpha_0(\mu_I)$ | 0.552 | 0.485 | 0.649 | 0.270 | | 0.565 |
| Statistischer Fehler | 0.013 | 0.003 | 0.018 | 0.040 | | 0.016 |
| Experimentelle Syst. | 0.012 | 0.003 | 0.013 | 0.009 | | 0.015 |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | -0.027 +0.033 | -0.032 +0.026 | -0.013 +0.016 | -0.013 +0.024 | | -0.022 +0.034 |
| Milanfaktor: $\mathcal{M}-20\%$ $\mathcal{M}+20\%$ | +0.036 -0.002 | +0.023 -0.027 | +0.060 -0.042 | +0.010 -0.007 | | +0.075 -0.051 |
| Theoretische Syst. | 0.049 | 0.042 | 0.062 | 0.025 | | 0.083 |
| Korrelation $\alpha_s(M_{Z^0})\backslash\alpha_0(\mu_I)$ | -0.69 | -0.22 | -0.81 | -0.85 | | -0.82 |
| $\chi^2/dof.$ | 13.4/16 | 66.4/16 | 29.6/16 | 30.4/16 | 32.5/17 | 25.0/16 |

Tabelle 6.2: Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und ggf. $\alpha_0(\mu_I)$ aus drittem und vierstem Moment von sechs Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktenergie, 14–44 GeV, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktenergie, 91–209 GeV, in den 6 bzw. 12 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.1 bzw. 4.1.2. Die experimentelle Systematik wird mittels des Minimum-Overlap Ansatzes abgeschätzt.

| | $\langle(1-T)^5\rangle$ | $\langle C^5\rangle$ | $\langle B_T^5\rangle$ | $\langle B_W^5\rangle$ | $\langle y_{23}^5\rangle$ |
|--|-------------------------|----------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1540 | 0.1416 | 0.1448 | 0.1052 | 0.1138 |
| Statistischer Fehler | 0.0023 | 0.0011 | 0.0013 | 0.0017 | 0.0021 |
| Experimentelle Syst. | 0.0023 | 0.0021 | 0.0018 | 0.0030 | 0.0032 |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | +0.0183 -0.0147 | +0.0159 -0.0129 | +0.0173 -0.0139 | +0.0032 -0.0023 | +0.0046 -0.0035 |
| μ_I -Variation: $\mu_I=1\text{ GeV}$ $\mu_I=3\text{ GeV}$ | +0.0057 -0.0039 | +0.0066 -0.0042 | +0.0024 -0.0018 | +0.0005 -0.0004 | |
| Milanfaktor: $\mathcal{M}-20\%$ $\mathcal{M}+20\%$ | +0.0025 -0.0022 | +0.0029 -0.0025 | +0.0011 -0.0010 | +0.0002 -0.0002 | |
| Theoretische Syst. | 0.0194 | 0.0174 | 0.0175 | 0.0032 | 0.0046 |
| $\alpha_0(\mu_I)$ | 0.571 | 0.488 | 0.630 | 0.146 | |
| Statistischer Fehler | 0.014 | 0.004 | 0.021 | 0.046 | |
| Experimentelle Syst. | 0.013 | 0.004 | 0.015 | 0.004 | |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | -0.027 +0.033 | -0.020 +0.023 | -0.012 +0.013 | -0.015 +0.026 | |
| Milanfaktor: $\mathcal{M}-20\%$ $\mathcal{M}+20\%$ | +0.035 -0.028 | +0.036 -0.027 | +0.053 -0.038 | -0.019 +0.013 | |
| Theoretische Syst. | 0.048 | 0.043 | 0.055 | 0.032 | |
| Korrelation $\alpha_s(M_{Z^0})\backslash\alpha_0(\mu_I)$ | -0.55 | -0.10 | -0.81 | -0.85 | |
| $\chi^2/dof.$ | 9.0/16 | 57.4/16 | 23.7/16 | 22.9/16 | 41.1/17 |

Tabelle 6.3: Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und ggf. $\alpha_0(\mu_I)$ aus dem fünften Moment von sechs Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktenergie, 14–44 GeV, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktenergie, 91–209 GeV, in den 6 bzw. 12 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.1 bzw. 4.1.2. Die experimentelle Systematik wird mittels des Minimum-Overlap Ansatzes abgeschätzt.

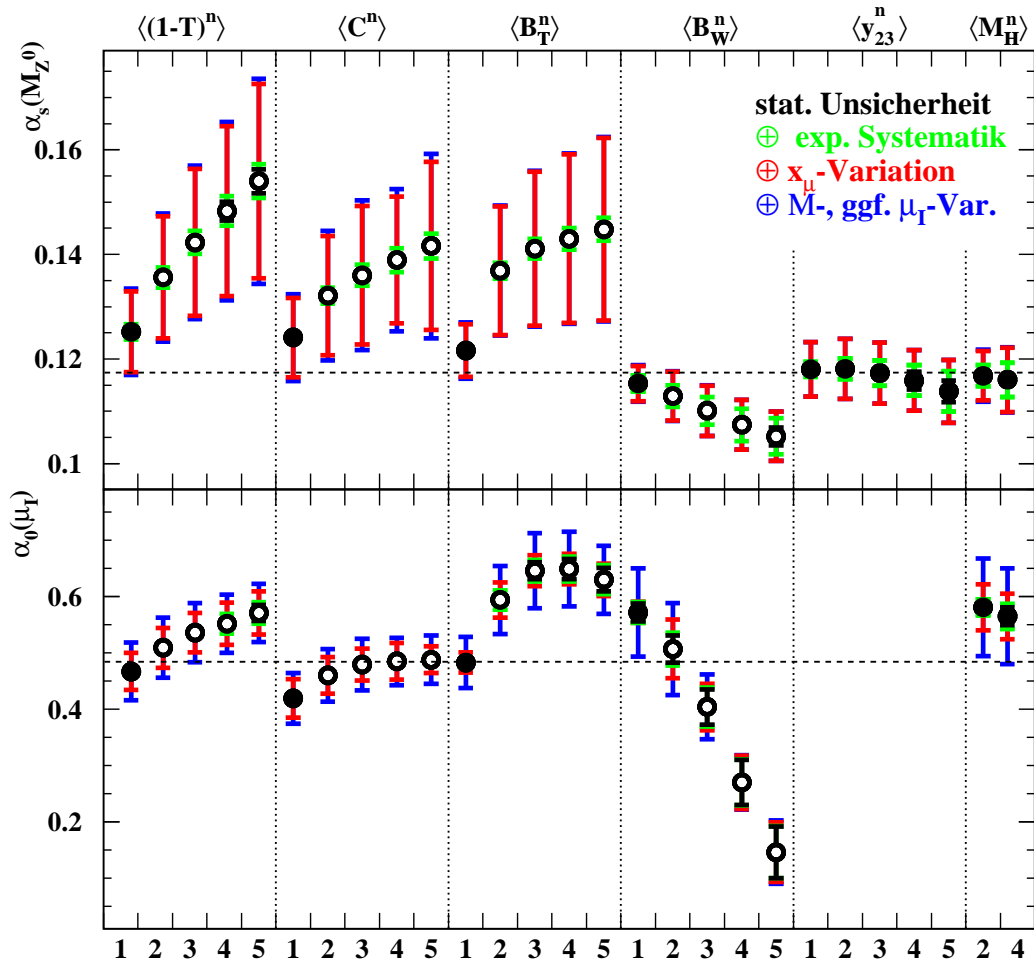


Abbildung 6.4: Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(\mu_I)$ aus Fits der dispersiven Vorhersage an Momente von sechs Ereignisformvariablen bei PETRA- und LEP-Energien. Gezeigt sind die statistischen Fehler und die symmetrisierten experimentellen sowie theoretischen Unsicherheiten aus der Variation des Renormierungsskalenfaktors x_μ , des Milanfaktors \mathcal{M} , und im Falle von $\alpha_s(M_{Z^0})$ auch der Matchingskala μ_I . Die gestrichelten Linien geben ein einfaches gewichtetes Mittel wieder; hierfür werden nur die mit ausgefüllten Symbolen gekennzeichneten Messungen verwendet.

6.2 Shape Function

Aus der Formel (2.29) für die differentielle Verteilung der Ereignisformvariablen Thrust, C-Parameter und M_H^2 ergeben sich [49] durch Integration Vorhersagen für die Mittelwerte von Thrust, C-Parameter und M_H^2 am Energiepunkt Q .

$$\langle 1 - T \rangle = \langle 1 - T \rangle_{\text{pt.}} + \frac{\lambda_1}{Q} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{Q^2}\right) \quad (6.8)$$

$$\langle C \rangle = \langle C \rangle_{\text{pt.}} + \frac{3\pi}{2} \frac{\lambda_1}{Q} \left[1 - 5.73 \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \right] + \mathcal{O}\left(\frac{1}{Q^2}\right) \quad (6.9)$$

$$\langle M_H^2 \rangle = \langle M_H^2 \rangle_{\text{pt.}} + \frac{\lambda_1}{2Q} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{Q^2}\right) \quad (6.10)$$

Störungsrechnung wird in den bekannten zwei Ordnungen benutzt,

$$\langle y^n \rangle_{\text{pt.}} = \langle y^n \rangle_{\text{NLO}}.$$

Im Gegensatz zum dispersiven Modell tritt hier also bereits für den Mittelwert des C-Parameters ein gemischt perturbativer/nichtperturbativer Term auf, mit Ursprung in der Abstrahlung weicher Gluonen von einer Konfiguration mehrerer harter Partonen. Für die zweiten Momente erhält man [49] analog:

$$\langle (1 - T)^2 \rangle = \langle (1 - T)^2 \rangle_{\text{pt.}} + 2 \frac{\lambda_1}{Q} \langle 1 - T \rangle_{\text{pt.}} + \frac{\lambda_2}{Q^2} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{Q^3}\right) \quad (6.11)$$

$$\begin{aligned} \langle C^2 \rangle &= \langle C^2 \rangle_{\text{pt.}} + \frac{3\pi}{2} \frac{\lambda_1}{Q} \left[2 \langle C \rangle_{\text{pt.}} - 4.30 \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \right] \\ &\quad + \frac{9\pi^2}{4} \frac{\lambda_2}{Q^2} \left[1 - 11.46 \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \right] + \mathcal{O}\left(\frac{1}{Q^3}\right) \end{aligned} \quad (6.12)$$

$$\langle M_H^4 \rangle = \langle M_H^4 \rangle_{\text{pt.}} + \frac{\lambda_1}{Q} \langle M_H^2 \rangle_{\text{pt.}} + \frac{\lambda_2 + \delta\lambda_2(Q)}{4Q^2} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{Q^3}\right) \quad (6.13)$$

Im Shape Function - Ansatz war λ_1 als erstes Moment dieser Funktion eingeführt, λ_2 als zweites, und $\delta\lambda_2$ als Beitrag, der den Einhemisphärencharakter von M_H^2 berücksichtigt, siehe Unterabschnitt 2.8.2. Dies sind somit universelle Skalen. In Referenz [49] wurden Werte dafür aus einem Vergleich einer klassifizierten Verteilung⁸ von M_H^2 bei 91 GeV mit der NLLA⁹-Vorhersage kombiniert mit Energiepotenzkorrekturen aus der Shape Function

⁸Die Verteilung dieser Ereignisformvariablen ist am sensitivsten auf die Form der Shape Function. Im Weiteren nahmen die Autoren Universalität der gefundenen Parameter an und erstellten hiermit Figuren 3 und 4 in [49] ohne Fit [116]. Gute Übereinstimmung von Daten und Theorie wurde nach Augenmaß festgestellt.

⁹Next to Leading Log Approximation [117].

bestimmt zu $\lambda_1 = 1.22 \text{ GeV}$, $\lambda_2 = 1.70 \text{ GeV}^2$ und $\delta\lambda_2(10 \text{ GeV}) = 1.4 \text{ GeV}^2$ bis $\delta\lambda_2(100 \text{ GeV}) = 1.2 \text{ GeV}^2$.

Da die Form der Shape Function aus der Untersuchung des Zweijetbereichs der Verteilung abgeleitet wurde und nur die ersten zwei Momente von diesem Bereich dominiert sind (vgl. Abbildung 2.8; $1 - T$ wird $1/3$ für drei isotrop abgestrahlte Partonen [29]), werden keine Vorhersagen für noch höhere Momente gegeben.

Zunächst führen wir Fits durch an die Momente $\langle(1 - T)^1\rangle$, $\langle C^1\rangle$ und $\langle M_{\text{H}}^2\rangle$ mit zwei freien Parametern $\alpha_s(M_{Z^0})$ und λ_1 . Im Fall der höheren Momente $\langle(1 - T)^2\rangle$, $\langle C^2\rangle$ und $\langle M_{\text{H}}^4\rangle$ ist λ_2 ein zusätzlicher Fitparameter. Wegen der schwachen Energieabhängigkeit von $\delta\lambda_2$ ersetzen wir in Formel (6.13) den Zähler $\lambda_2 + \delta\lambda_2(Q)$ durch einen Fitparameter $\bar{\lambda}_2$. Die Fits an $\langle C^2\rangle$ und $\langle M_{\text{H}}^4\rangle$ sind nicht sensitiv auf den Parameter λ_2 bzw. $\bar{\lambda}_2$, der Fit an $\langle(1 - T)^2\rangle$ ergibt $\lambda_2 = 0.90 \pm 0.62$, somit einen Wert, der noch mit Null verträglich ist. Für die weitere Analyse setzen wir deshalb λ_2 bzw. $\bar{\lambda}_2$ auf Null.

Figur 6.5 zeigt den Vergleich der Datenpunkte mit der laufenden Vorhersage. Die Daten stimmen stets gut mit der jeweils angepassten Vorhersage überein mit $\chi^2/\text{dof.} = \mathcal{O}(1)$. Die Momente der Einhemisphärenvariablen M_{H} werden deutlich besser beschrieben als im entsprechenden Vergleich mit Monte Carlo - Korrektur für Hadronisierung. Wie im vorhergehenden Abschnitt wird die experimentelle Systematik mittels der Minimum-Overlap Annahme abgeschätzt, und höhere perturbative Ordnungen durch Variation des Renormierungsskalenfaktors $x_\mu = 0.5 \dots 2.0$.

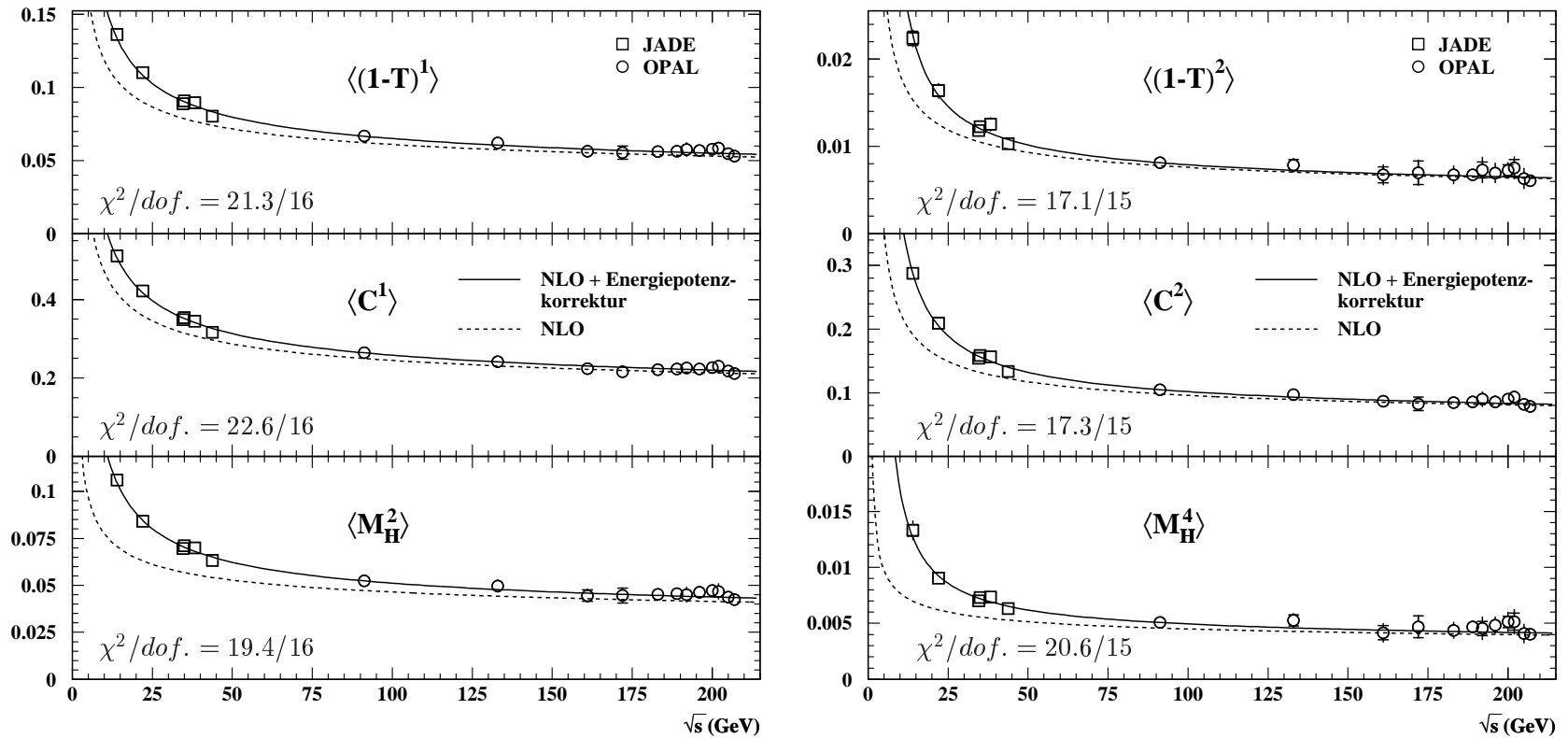


Abbildung 6.5: Fits der Shape Function - Vorhersage mit $\lambda_2 = \delta\lambda_2 = 0$ an JADE- sowie OPAL-Messungen der ersten zwei Momente von Thrust und C-Parameter, sowie des zweiten und vierten der Heavy Jet - Mass. Die durchgezogene Linie stellt die Vorhersage mit angepassten Werten von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und λ_1 dar, gepunktet überlagert die bloße NLO-Vorhersage mit identischem Wert von $\alpha_s(M_{Z^0})$. Die Balken der im Fit verwendeten statistischen Fehler (innere Balken) sowie der Gesamtfehler inklusive der experimentellen Systematik sind meist kleiner als die Datenpunkte.

Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und λ_1

Die Resultate für $\alpha_s(M_{Z^0})$ und λ_1 aus der Standardmessung und den systematischen Variationen sind in Tabelle 6.4 enthalten, sowie in Abbildung 6.6.

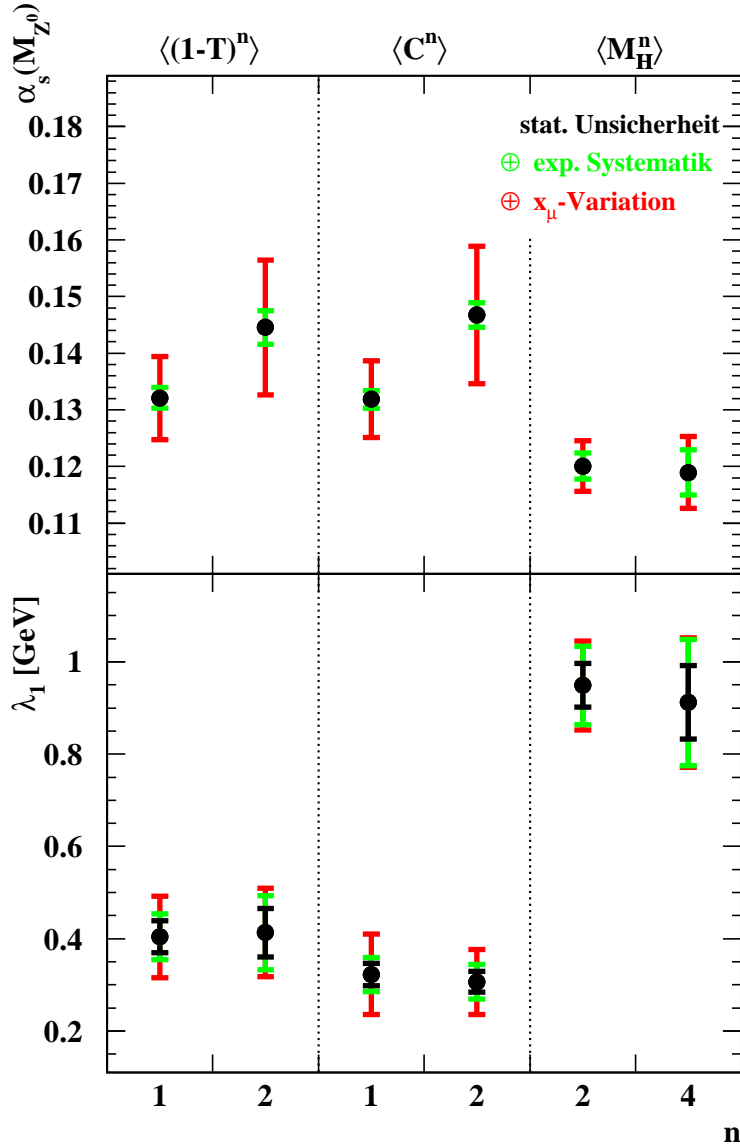


Abbildung 6.6: Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und λ_1 aus Fits der Shape - Vorhersage an Momente von drei Ereignisformvariablen bei PETRA- und LEP-Energien; λ_2 und $\delta\lambda_2(Q)$ wurden auf Null gesetzt. Gezeigt sind die statistischen und experimentellen Unsicherheiten, sowie die symmetrisierten theoretischen Unsicherheiten aus der Variation von x_μ .

| | $\langle(1-T)^1\rangle$ | $\langle C^1\rangle$ | $\langle M_{\text{H}}^2\rangle$ |
|--|-------------------------|----------------------|---------------------------------|
| $\alpha_{\text{s}}(M_{Z^0})$ | 0.1321 | 0.1318 | 0.1201 |
| Statistischer Fehler | 0.0008 | 0.0006 | 0.0008 |
| Experimentelle Syst. | 0.0017 | 0.0014 | 0.0022 |
| x_{μ} -Variation: $x_{\mu}=2.0$ $x_{\mu}=0.5$ | +0.0055 -0.0071 | +0.0051 -0.0066 | +0.0025 -0.0038 |
| λ_1 [GeV] | 0.404 | 0.322 | 0.949 |
| Statistischer Fehler | 0.034 | 0.024 | 0.048 |
| Experimentelle Syst. | 0.036 | 0.028 | 0.070 |
| x_{μ} -Variation: $x_{\mu}=2.0$ $x_{\mu}=0.5$ | -0.073 +0.057 | -0.079 +0.065 | -0.046 +0.045 |
| Korrelation $\alpha_{\text{s}}(M_{Z^0}) \setminus \lambda_1$ | -0.95 | -0.95 | -0.96 |
| $\chi^2/dof.$ | 21.3/16 | 22.2/16 | 19.4/16 |
| | $\langle(1-T)^2\rangle$ | $\langle C^2\rangle$ | $\langle M_{\text{H}}^4\rangle$ |
| $\alpha_{\text{s}}(M_{Z^0})$ | 0.1446 | 0.1468 | 0.1189 |
| Statistischer Fehler | 0.0014 | 0.0008 | 0.0012 |
| Experimentelle Syst. | 0.0026 | 0.0020 | 0.0038 |
| x_{μ} -Variation: $x_{\mu}=2.0$ $x_{\mu}=0.5$ | +0.0094 -0.0115 | +0.0099 -0.0120 | +0.0038 -0.0040 |
| λ_1 [GeV] | 0.413 | 0.306 | 0.912 |
| Statistischer Fehler | 0.052 | 0.023 | 0.080 |
| Experimentelle Syst. | 0.061 | 0.030 | 0.111 |
| x_{μ} -Variation: $x_{\mu}=2.0$ $x_{\mu}=0.5$ | -0.053 +0.044 | -0.052 +0.059 | -0.030 +0.031 |
| Korrelation $\alpha_{\text{s}}(M_{Z^0}) \setminus \lambda_1$ | -0.95 | -0.91 | -0.92 |
| $\chi^2/dof.$ | 17.1/16 | 17.3/16 | 20.6/16 |

Tabelle 6.4: Messungen von $\alpha_{\text{s}}(M_{Z^0})$ und λ_1 aus erstem und zweitem Moment von drei Ereignisformvariablen (zweitem und viertem Moment im Fall der Heavy Jet Mass) über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, 14–44 GeV, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie, 91–209 GeV, in den 6 bzw. 12 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.1 bzw. 4.1.2. Die experimentelle Systematik wird mittels des Minimum-Overlap Ansatzes abgeschätzt.

Universalität von $\alpha_{\text{s}}(M_{Z^0})$

Die Ergebnisse für $\alpha_{\text{s}}(M_{Z^0})$ ähneln mit ihrem typischen Anstieg für die höheren Momente von Thrust und C-Parameter wieder jenen aus der Hadronisie-

rungskorrektur mittels MC-Modellen.

Die Variation des Renormalisierungsskalenfaktors sollte sich idealerweise nur auf den perturbativen Teil der Vorhersage auswirken. Die Abhängigkeit des nichtperturbativen Parameters λ_1 von x_μ ist aus unserer Messung aber im allgemeinen doch vergleichbar mit seinem statistischen Fehler. Für die Momente der Einhemisphärenobservable M_H^2 ist sie – wie auch schon die Abhängigkeit von $\alpha_s(M_{Z^0})$ von diesen Variationen – deutlich kleiner.

Universalität von λ_1

Die resultierenden Werte von λ_1 sind für die zwei Momente jeder einzelnen Ereignisformvariablen fast identisch, und auch konsistent für die beiden Zweihemisphärenvariablen Thrust und C-Parameter. Die Werte aus den Fits an die Momente der Heavy Jet Mass sind damit aber auch innerhalb der Gesamtfehler unverträglich. Da die jeweiligen Vorhersagen ähnlich sind, sei an die hohen Werte von $\alpha_0(\mu_I)$ aus den Momenten $\langle M_H^2 \rangle$ und $\langle M_H^4 \rangle$ im dispersiven Modell, Abschnitt 6.1, erinnert: Die hohen Energiepotenzkorrekturen dürften wieder primär die Unvollständigkeit der perturbativen Beschreibung zweiter Ordnung kompensieren.

Korrelationen zwischen $\alpha_s(M_{Z^0})$ und λ_1

Da sowohl $\alpha_s(M_{Z^0})$ als auch λ_1 in Formeln (6.8) bis (6.13) in einzelnen Summanden mit positiven Koeffizienten eingehen, sind die Fitwerte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und λ_1 antikorreliert. Die Antikorrelation ist sehr hoch, sie beträgt typischerweise $\rho = -95\%$, siehe Tabelle 6.4.

Die aus $\langle (1 - T)^2 \rangle$ und $\langle C^2 \rangle$ erhaltenen Werte von λ_1 sind deutlich kleiner als die Ergebnisse in [49]. Auch unser Ergebnis aus den Momenten der Heavy Jet Mass liegt noch unter dem dort zitierten. Ein wesentlicher Unterschied besteht jedoch im Miteinbeziehen der NLLA-Näherung in die Vorhersage für die Verteilungen, welche für die Momente fehlt. Um die Differenzen weiter zu untersuchen, verfolgen wir den Vorschlag [116], in den Fits an die höheren Momente nur den Parameter λ_1 anzupassen. Dazu halten wir $\alpha_s(M_{Z^0})$ auf dem Wert aus der Anpassung an das entsprechende niedrigere Moment fest. Figur 6.7 zeigt den Vergleich der Datenpunkte mit der jeweiligen Vorhersage, Tabelle 6.5 enthält die Ergebnisse.

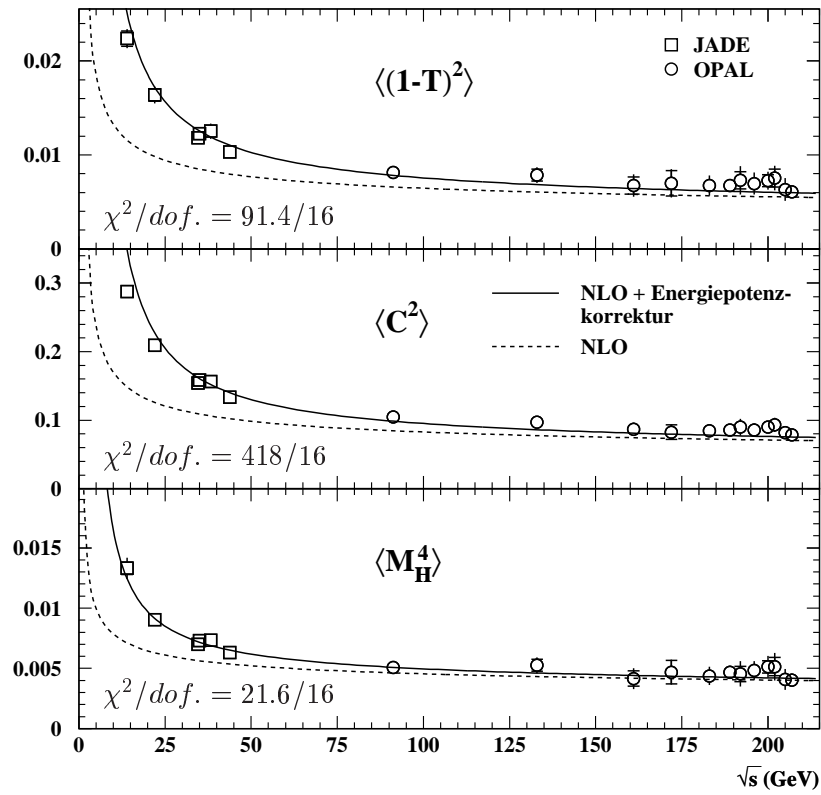


Abbildung 6.7: Fits der Shape Function - Vorhersage mit $\lambda_2 = \delta\lambda_2 = 0$ an JADE- sowie OPAL-Messungen des zweiten Moments von Thrust, C-Parameter und M_H^2 . Die durchgezogene Linie stellt die Vorhersage mit angepasstem Wert von λ_1 dar. $\alpha_s(M_{Z^0})$ wird auf dem Wert aus der Anpassung an das entsprechende niedrigere Moment festgehalten. Gepunktet überlagert die bloße NLO-Vorhersage mit identischem Wert von $\alpha_s(M_{Z^0})$. Die Balken der im Fit verwendeten statistischen Fehler (innere Balken) sowie der Gesamtfehler inklusive der experimentellen Systematik sind meist kleiner als die Datenpunkte.

| | $\langle(1 - T)^2\rangle$ | $\langle C^2\rangle$ | $\langle M_{\text{H}}^4\rangle$ |
|----------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------------|
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1321 | 0.1318 | 0.1201 |
| λ_1 [GeV] | 0.903 | 0.757 | 0.844 |
| Statistischer Fehler | 0.019 | 0.011 | 0.031 |
| $\chi^2/dof.$ | 91.4/16 | 418/16 | 21.6/16 |

Tabelle 6.5: λ_1 aus dem zweitem Moment von drei Ereignisformvariablen (dem vierten Moment im Fall der Heavy Jet Mass) über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, 14–44 GeV, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie, 91–209 GeV, in den 6 bzw. 12 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.1 bzw. 4.1.2. $\alpha_s(M_{Z^0})$ wird auf dem Wert aus dem entsprechenden niedrigeren Moment festgehalten, zudem wird $\lambda_2 = \delta\lambda_2(Q) = 0$ angenommen.

Die kleinere Kopplung wird also durch größere Werte von λ_1 ausgeglichen; diese sind dann den Ergebnissen aus [49] ähnlich.¹⁰ Aus den Fits an $\langle(1 - T)^2\rangle$ und $\langle C^2\rangle$ resultieren jedoch hohe $\chi^2/dof.$ -Werte¹¹, und die Vorhersage liegt hier bei niedrigen Schwerpunktsenergie systematisch über den Datenpunkten. Offensichtlich werden fehlende perturbative Terme höherer Ordnung durch die Energiepotenzkorrektur kompensiert, welche jedoch zu steil verläuft.¹² Die vorgeschlagene Beschreibung kann für die Momente von Thrust und C -Parameter nicht bestätigt werden.

Höhere, nicht führende Energiepotenzkorrekturen können aus den Momenten von Ereignisformvariablen nicht extrahiert werden. Bei der Berechnung der Momente werden die differentiellen Verteilungen über den gesamten kinematisch zugänglichen Bereich integriert – nicht nur die Zweijet-Region sondern über alle möglichen Endzustände. Die Shape Function - Vorhersage wurde aber aus der Analyse des Zweijetbereichs gewonnen – diese unterschiedlichen

¹⁰Fits an Momente von Ereignisformvariablen wie in [10] waren von der L3-Kollaboration bereits im Jahr 2000 veröffentlicht [118]. Zugrundegelegt waren hier Schwerpunktsenergien bis lediglich 189 GeV, die Ergebnisse jedoch sehr ähnlich. Die Probleme bei den Fits an die zweiten Momente wurden in [49] als mangelhafte nichtperturbative Beschreibung interpretiert.

¹¹sie sind zu vergleichen mit $\chi^2/dof. \simeq 17/16$ aus der Anpassung von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und λ_1 an $\langle(1 - T)^2\rangle$ und $\langle C^2\rangle$, Tabelle 6.4.

¹²Der Vergleich von Daten für $\langle(1 - T)^2\rangle$, $\langle C^2\rangle$ und Theorie in [49] erscheint erfolgreich, da die radiativen L3-Messungen nur bis 41 GeV reichen, da sie systematisch über unserer Messung liegen, und da sie sehr große Unsicherheiten besitzen. Unsere relevanten JADE-Messungen wirken konsistent mit der Messung bei höherer Energie: Der $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Wert aus der Anpassung an $\langle(1 - T)^2\rangle$ mit Monte Carlo - Hadronisierungskorrektur liegt etwas über dem entsprechenden OPAL-Wert, derjenige aus $\langle C^2\rangle$ geringfügig darunter; Tabellen F.1 und F.3.

Voraussetzungen führen zu extrahierten Skalen λ_1 , welche nicht vergleichbar sind.

6.3 Varianz der Ereignisformvariablen

6.3.1 Dispersives Modell

In Referenz [110] wird eine einfache Vorhersage für die Varianz der Verteilungen von Ereignisformvariablen abgeleitet durch Einsetzen der Vorhersagen (6.1) und (6.2) des dispersiven Modells für erstes und zweites Moment in die Darstellung (2.20) für die Varianz der Ereignisformvariablen y :

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(y) &= \langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2 \\
 &= \langle y^2 \rangle_{\text{NLO}} + 2\langle y \rangle_{\text{NLO}} \cdot a_y \mathcal{P} + (a_y \mathcal{P})^2 + \mathcal{O}\left(\frac{\alpha_s}{Q^2}\right) \\
 &\quad - (\langle y \rangle_{\text{NLO}} + a_y \mathcal{P} + \mathcal{O}\left(\frac{\alpha_s}{Q^2}\right))^2 \\
 &= \langle y^2 \rangle_{\text{NLO}} - \langle y \rangle_{\text{NLO}}^2 + \mathcal{O}\left(\frac{\alpha_s}{Q^2}\right).
 \end{aligned}$$

Man erhält demnach also einen bis auf stark unterdrückte Korrekturen rein perturbativen Ausdruck für die Varianz, frei von nichtperturbativen Termen $\propto 1/Q$, α_s/Q , oder $1/Q^2$. Sollte diese Beschreibung zutreffen, so ergäbe sich die Möglichkeit einer sehr reinen Bestimmung der starken Kopplung.

Abbildung 6.8 zeigt den Vergleich der Vorhersagen mit den Datenpunkten von Thrust, C-Parameter, Total Jet Broadening, Wide Jet Broadening, Durham Zweijet - Flippparameter und M_{H}^2 ; Tabelle 6.6 enthält die Fitergebnisse. In den Fits werden die Zentralwerte der Messung und statistische Fehler verwendet.

Die Vorhersagen werden zu höheren Energien stets kleiner, mit Ausnahme derjenigen von $\text{Var}(B_{\text{W}})$. Den Energieverlauf der Datenpunkte erkennt man z.T. deutlicher in Abbildung 4.17 mit ihren größeren Energiebins. Der Verlauf von Vorhersage und Daten stimmt qualitativ überein für $\text{Var}(B_{\text{W}})$ und¹³ $\text{Var}(1 - T)$. Er stimmt größtenteils überein¹⁴ für $\text{Var}(y_{23})$; der jeweilige Verlauf von Vorhersage und Datenpunkten für $\text{Var}(C)$, $\text{Var}(B_{\text{T}})$ und $\text{Var}(M_{\text{H}}^2)$ unterscheidet sich aber grundlegend. Auch an den erhaltenen großen Werten von $\chi^2/\text{dof.}$ erkennt man für keine der untersuchten Observablen hinreichende Beschreibung durch die perturbative NLO-Vorhersage. Die jeweils

¹³ $\text{Var}(1 - T)$ nimmt am niedrigsten Energiepunkt von 14 GeV wieder ab, jedoch nicht statistisch signifikant; dies wurde bereits in Abschnitt 4.5 diskutiert. Es könnte sich eventuell um den Effekt einer stark unterdrückten Energiepotenzkorrektur handeln, die von den Monte Carlo - Generatoren nicht reproduziert wird.

¹⁴ Nicht an den niedrigsten Energiepunkten von 14 und 22 GeV, wo der Verlauf durch die Monte Carlo - Generatoren allerdings reproduziert wird, vgl. Abbildung 4.17.

bestimmten Kopplungen $\alpha_s(M_{Z^0})$ sind zudem weder untereinander noch mit etablierten QCD-Analysen verträglich. Der folgende Unterabschnitt 6.3.2 enthält weitere Diskussion auch dieser Vorhersagen.

In [108] wurde die Varianz des C-Parameters bei 91 GeV aus LEP 1 - sowie SLC - Messungen von $\langle C^1 \rangle$ und $\langle C^2 \rangle$ berechnet, und hieraus die Kopplung mit statistischem Fehler bestimmt zu $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.087 \pm 0.003$. Das gleicht unserem Ergebnis aus $\text{Var}(C)$ in den angegebenen Stellen und macht auch unseren kleinen statistischen Fehler glaubwürdig (der statistische Fehler der Varianz konnte in [108] lediglich ohne Einbezug von Korrelationen aus denjenigen der Momente erhalten werden und wurde somit stark überschätzt).

| | Var(1 - T) | Var(C) | Var(B_T) | Var(B_W) | Var(y_{23}) | Var(M_H^2) |
|----------------------|------------|--------|--------------|--------------|-----------------|----------------|
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1060 | 0.0869 | 0.0710 | 0.0970 | 0.1084 | 0.0856 |
| Statistischer Fehler | 0.0003 | 0.0002 | 0.0002 | 0.0005 | 0.0006 | 0.0004 |
| $\chi^2/dof.$ | 150/17 | 942/17 | 861/17 | 460/17 | 125/17 | 265/17 |

Tabelle 6.6: $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Fits der NLO-Vorhersage an die Varianz von Ereignisformvariablen auf Hadronniveau über den gesamten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, 14–44 GeV, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie, 91–209 GeV, in den 6 bzw. 12 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.1 bzw. 4.1.2. Angegeben sind lediglich die statistischen Unsicherheiten.

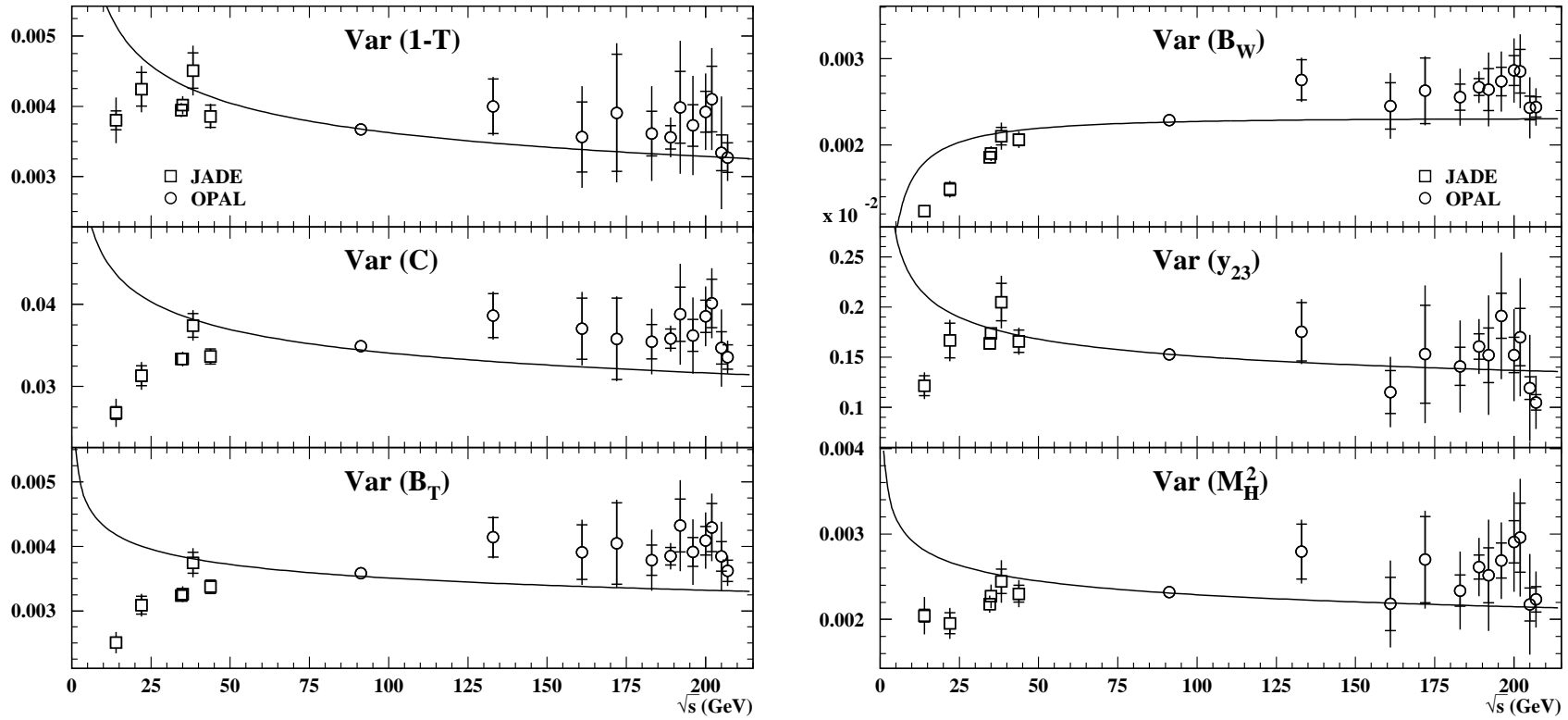


Abbildung 6.8: Vergleich der NLO-Vorhersage mit JADE- und OPAL-Messungen der Varianz von Thrust, C-Parameter, Total Jet Broadening, Wide Jet Broadening, Durham Zweijet-Flippparameter und M_H^2 . Eingezeichnet sind die im Fit verwendeten statistischen Fehler (innere Balken) sowie Gesamfehler inklusive der experimentellen Systematik. Die Linie zeigt die NLO-Vorhersage mit angepasstem Wert von $\alpha_s(M_{Z^0})$.

6.3.2 Shape Function

Auch aus der Shape Function nach Korchemsky et al. lassen sich Vorhersagen für die Varianz von Ereignisformvariablen ableiten [49].

Aus den Vorhersagen (6.8) und (6.11) für erstes und zweites Moment von Thrust ergibt sich für die Varianz:¹⁵

$$\begin{aligned}
\text{Var}(1 - T) &= \langle (1 - T)^2 \rangle - \langle 1 - T \rangle^2 \\
&= \langle (1 - T)^2 \rangle - \left(\langle 1 - T \rangle_{\text{NLO}} + \frac{\lambda_1}{Q} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{Q^2}\right) \right)^2 \\
&= \langle (1 - T)^2 \rangle_{\text{NLO}} + 2\frac{\lambda_1}{Q} \langle 1 - T \rangle_{\text{NLO}} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{Q^2}\right) \\
&\quad - \left(\langle 1 - T \rangle_{\text{NLO}}^2 + 2\frac{\lambda_1}{Q} \langle 1 - T \rangle_{\text{NLO}} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{Q^2}\right) \right) \\
&= \langle (1 - T)^2 \rangle_{\text{NLO}} - \langle 1 - T \rangle_{\text{NLO}}^2 + \mathcal{O}\left(\frac{1}{Q^2}\right).
\end{aligned}$$

Die Varianz von $1 - T$ wird in diesem Modell also ebenfalls bis auf stark unterdrückte Korrekturen rein perturbativ beschrieben; ganz analog folgt dies aus Gleichungen (6.10) und (6.13) für $\text{Var}(M_{\text{H}}^2)$. Diese Vorhersagen wurden somit bereits im vorhergehenden Unterabschnitt 6.3.1 untersucht.

Für die Varianz des C-Parameters errechnet sich aus Gleichungen (6.9), (6.12) und dem perturbativen Koeffizienten \mathcal{A}_1 für C-Parameter in Tabelle 2.3 :

$$\begin{aligned}
\text{Var}(C) &= \langle C^2 \rangle - \langle C \rangle^2 \\
&= \langle C^2 \rangle_{\text{NLO}} + \frac{3\pi}{2} \frac{\lambda_1}{Q} \left[2\langle C \rangle_{\text{NLO}} - 4.30 \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \right] + \mathcal{O}\left(\frac{1}{Q^3}\right) \\
&\quad - \left(\langle C \rangle_{\text{NLO}} + \frac{3\pi}{2} \frac{\lambda_1}{Q} \left[1 - 5.73 \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \right] + \mathcal{O}\left(\frac{1}{Q^2}\right) \right)^2 \\
&= \langle C^2 \rangle_{\text{NLO}} + \frac{3\pi}{2} \frac{\lambda_1}{Q} \left[2.066 \alpha_s(Q^2) + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \right] + \mathcal{O}\left(\frac{1}{Q^3}\right) \\
&\quad - \left(1.375 \alpha_s(Q^2) + \frac{3\pi}{2} \frac{\lambda_1}{Q} + \mathcal{O}(\alpha_s^2) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{Q^2}\right) \right)^2 \\
&= \langle C^2 \rangle_{\text{NLO}} - \langle C \rangle_{\text{NLO}}^2 - 3.23 \frac{\lambda_1}{Q} \alpha_s(Q^2) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{Q^2}\right),
\end{aligned}$$

¹⁵Zur Angabe fehlender Terme mittels $\mathcal{O}(\dots)$ sei bemerkt: $1/Q$ fällt im Niedrigenergiebereich schneller ab als jede Potenz von α_s , entsprechend etwa $1/Q^2$ schneller als α_s^2/Q , etc.

es ergibt sich also ein zusätzlicher gemischt perturbativer/nichtperturbativer Term $\propto \alpha_s/Q$. Figur 6.9 zeigt den Vergleich der Datenpunkte mit der Vorhersage, Tabelle 6.7 enthält die Ergebnisse.

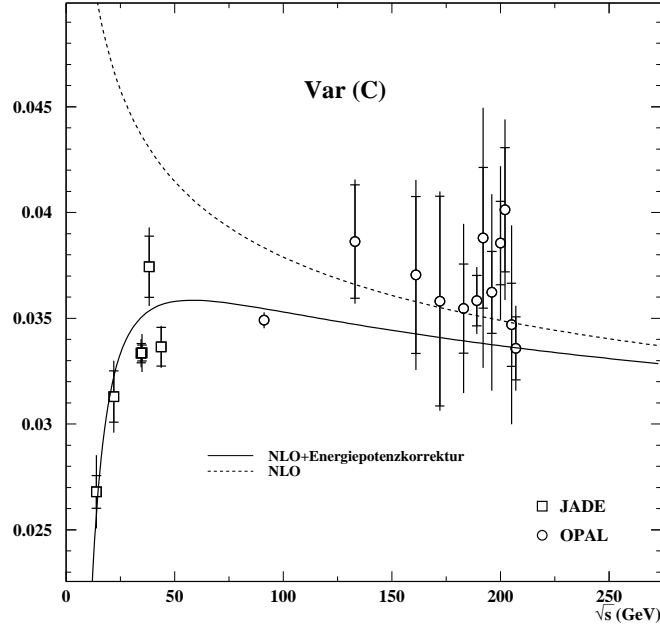


Abbildung 6.9: Vergleich der Shape Function - Vorhersage mit der Varianz des C-Parameters. Die durchgezogene Linie stellt die Vorhersage mit angepassten Werten von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und λ_1 dar, gepunktet überlagert die bloße NLO-Vorhersage mit identischem Wert von $\alpha_s(M_{Z^0})$. Eingezeichnet sind die im Fit verwendeten statistischen Fehler (innere Balken) sowie Gesamtfehler inklusive der experimentellen Systematik.

In der Beschreibung nach Korchemsky läßt sich der von den Daten abweichende Energieverlauf der perturbativen Vorhersage durch den Koeffizienten λ_1 im negativen gemischten Term $-3.23 \alpha_s(Q^2) \lambda_1/Q$ bei niedrigen Energien korrigieren und der steile Energieverlauf dort nachbilden, siehe Abbildung 6.9. Die erhaltene Kopplung $\alpha_s(M_{Z^0})$ zwingt die Fitkurve ferner in etwa durch den LEP 1 - Punkt mit seiner ausgezeichneten Statistik, was in einem akzeptablen Wert von $\chi^2/\text{dof.}$ resultiert.

Der hohe Wert von $\lambda_1 = 0.858 \pm 0.026$ ist allerdings im Rahmen der statistischen Fehler unverträglich¹⁶ mit den Werten $\lambda_1 = 0.322 \pm 0.024$ aus dem Fit an $\langle C \rangle$ oder $\lambda_1 = 0.306 \pm 0.023$ aus $\langle C^2 \rangle$. Die erhaltene Kopplung $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.0951 \pm 0.0004$ liegt weit unterhalb der Werte aus den Fits an die einfachen Momente.

Im Bereich hoher Schwerpunktsenergien verschwindet der Einfluß des ge-

¹⁶Diese Fitergebnisse sind nicht inkonsistent, denn die Varianz ist nichtlinear in $\langle C^1 \rangle$.

| | |
|---|---------|
| | Var(C) |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.0965 |
| Statistischer Fehler | 0.0004 |
| λ_1 [GeV] | 0.842 |
| Statistischer Fehler | 0.025 |
| Korrelation $\alpha_s(M_{Z^0}) \setminus \lambda_1$ | 0.80 |
| $\chi^2/dof.$ | 51.1/16 |

Tabelle 6.7: $\alpha_s(M_{Z^0})$ und λ_1 aus Fits der Shape Function Vorhersage an die Varianz des C-Parameters auf Hadronniveau über den gesamten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, 14–44 GeV, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie, 91–209 GeV, in den 6 bzw. 12 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.1 bzw. 4.1.2. Angegeben sind lediglich die statistischen Unsicherheiten.

mischten Terms und die Fitkurve ist – wie die rein perturbative Vorhersage – positiv gekrümmt. Die Genauigkeit der Messung von $\text{Var}(C)$ genügt nicht zur Diskussion der Krümmung. Im Fall von $\text{Var}(B_T)$, Abbildungen 6.8 und 4.17 erkennt man jedoch: Bei hoher Schwerpunktsenergie verschwindet jede Energiepotenzkorrektur und die Krümmung der bloßen NLO-Vorhersage widerspricht den Daten. Die naheliegendste Erklärung dieser Diskrepanzen liegt in fehlenden negativen perturbativen Termen ab der Ordnung α_s^3 mit nicht zu vernachlässigendem Einfluß. Die Varianz scheint wesentlich von harter Gluonabstrahlung im Multijetbereich beeinflusst, das ist konsistent mit unseren Beobachtungen in Abschnitt 4.5: Die Varianz zeigte sich wesentlich durch ihren Ausläufer im Multijetbereich des Phasenraum bestimmt, und dieser Bereich ist durch hohe perturbative Ordnungen dominiert.

Allgemein haben beliebige Energiepotenzkorrekturen (mit zu erwartenden Skalenparametern im Bereich einiger GeV) bei OPAL-Energien nur noch wenig Einfluß. Die Genauigkeit der OPAL-Meßpunkte genügt dann in den meisten Fällen, um Vorhersagen der Varianz in der Form NLO+Energiepotenzkorrektur auszuschließen.

6.4 Single Dressed Gluon Näherung

Die perturbativen SDG-Vorhersagen für die Momente von Thrust liegen als Störungsreihe in der Kopplung \bar{a} vor [75]. Diese Kopplung

$$\bar{a}(\mu_R^2) \equiv \frac{\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(\mu_R^2)/\pi}{1 - \frac{5}{3}\beta_0 \alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(\mu_R^2)} \quad (6.14)$$

ergibt sich aus $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(\mu_R^2)$ im $\overline{\text{MS}}$ -Schema durch einfache Verschiebung des Landau-Pols.¹⁷ Zur offensichtlicheren Unterscheidung dieser zwei Kopplungen notieren wir in diesem Abschnitt stets $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}$.

Die perturbativen Koeffizienten der Vorhersage werden dabei mittels sogenannter Log-Momente der charakteristischen Funktion für Thrust (2.35) ausgedrückt, $d_0 \equiv \mathcal{F}_{\langle(1-T)^n\rangle}(0)$ in Ordnung 0, und mit den Abkürzungen

$$\mathcal{F}_{\langle t^m \rangle}(\epsilon) \equiv \int \mathcal{F}(\epsilon, t) t^m dt,$$

sowie

$$\dot{\mathcal{F}}_{\langle t^m \rangle}(\epsilon) \equiv -\epsilon \frac{d}{d\epsilon} \mathcal{F}_{\langle t^m \rangle}(\epsilon),$$

sind die höheren Ordnungen definiert gemäß

$$d_i \equiv \int_0^1 \dot{\mathcal{F}}_{\langle(1-T)^m\rangle}(\epsilon) \cdot (-\ln \epsilon)^i \frac{d\epsilon}{\epsilon}.$$

Die Log-Momente d_i für erstes bis viertes Moment wurden mittels numerischer Integration gewonnen [75] und sind in Tabelle 6.8 aufgeführt.

Die perturbative Vorhersage sechster Ordnung in der (natürlich unvollständigen) SDG-Näherung lautet damit [119]

$$\begin{aligned} \langle(1-T)^n\rangle &= d_0 \cdot \bar{a} + \beta_0 d_1 \cdot \pi \bar{a}^2 \\ &+ \left(\left(-\frac{1}{3}d_0 \pi^2 + d_2\right) \cdot \beta_0^2 + \beta_1 d_1 \right) \cdot \pi^2 \bar{a}^3 \\ &+ \left(\left(-\pi^2 d_1 + d_3\right) \cdot \beta_0^3 + \frac{5}{2} \beta_1 \beta_0 d_2 + \beta_2 d_1 \right) \cdot \pi^3 \bar{a}^4 \\ &+ \left(\left(d_4 + \frac{1}{5}d_0 \pi^4 - 2\pi^2 d_2\right) \cdot \beta_0^4 + \left(\frac{13}{3}\beta_1 d_3 - \beta_1 \pi^2 d_1\right) \cdot \beta_0^2 + 3\beta_2 d_2 \beta_0 \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{2}\beta_1^2 d_2 + \beta_3 d_1 \right) \cdot \pi^4 \bar{a}^5 \\ &+ \left(\left(-\frac{10}{3}\pi^2 d_3 + \pi^4 d_1 + d_5\right) \cdot \beta_0^5 + \left(\frac{77}{12}d_4 - \frac{9}{2}\pi^2 d_2\right) \cdot \beta_1 \beta_0^3 \right. \\ &\quad \left. + (6d_3 - \pi^2 d_1) \cdot \beta_2 \beta_0^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{35}{6}\beta_1^2 d_3 + \frac{7}{2}\beta_3 d_2\right) \cdot \beta_0 + \beta_4 d_1 + \frac{7}{2}\beta_1 \beta_2 d_2 \right) \cdot \pi^5 \bar{a}^6; \end{aligned} \quad (6.15)$$

¹⁷Insbesondere haben die Koeffizienten β_i den gleichen Wert wie im $\overline{\text{MS}}$ -Schema.

vgl. Gleichung (3.10) in [75]. Höhere Ordnungen aus dem Laufen der Kopp-
lung wurden jetzt allerdings bis zur 6. Ordnung berücksichtigt.¹⁸

Die Koeffizienten β_0 bis β_3 der Betafunktion wurden in Gleichungen (2.7)
bis (2.11) eingeführt, β_4 ist unbekannt. Wir verwenden die Formel in der
entsprechenden Ordnung mit $\beta_4 = 0$.

| | $\langle(1-T)^1\rangle$ | $\langle(1-T)^2\rangle$ | $\langle(1-T)^3\rangle$ | $\langle(1-T)^4\rangle$ |
|-------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| d_0 | 0.7888 | 0.0713 | 0.0112 | 0.0022 |
| d_1 | 3.588 | 0.1875 | 0.0160 | 0.000139 |
| d_2 | 21.06 | 0.6296 | 0.0218 | -0.00903 |
| d_3 | 154.03 | 2.5922 | -0.0020 | -0.0555 |
| d_4 | 1368.38 | 12.721 | -0.3254 | -0.3108 |
| d_5 | 14464.59 | 72.835 | -3.1238 | -1.8546 |

Tabelle 6.8: Die ersten sechs Log-Momente der jeweiligen charakteristischen
Funktion für die ersten vier Momente von Thrust [75].

Zur leichteren Interpretation läßt sich die vollständige numerische Vorhersage
(2.25) mit Koeffizienten aus Tabelle 2.3 umschreiben¹⁹ [75], etwa für die
ersten zwei Momente von Thrust,

$$\begin{aligned}\langle(1-T)^1\rangle &= C_F \left[0.7888 \bar{a} + (11.789 \beta_0 - 1.1567 C_F - 0.1740 C_A) \bar{a}^2 \right] \\ \langle(1-T)^2\rangle &= C_F \left[0.0713 \bar{a} + (0.7251 \beta_0 + 0.3073 C_F + 0.00762 C_A) \bar{a}^2 \right]\end{aligned}$$

Die führende Ordnung $\mathcal{O}(\bar{a})$ in Gleichung (6.15) ist [75] nach Konstruktion
der SDG-Näherung vollständig. In höherer Ordnung ergibt diese Näherung
nur den Term $\propto \beta_0$, und dieser unterscheidet²⁰ sich in zweiter Ordnung we-
gen der Näherung des “inklusive” Thrust von seinem exakten Wert um
etwa 4% für $\langle(1-T)^1\rangle$ und etwa 20% für $\langle(1-T)^2\rangle$. Zum Vergleich mit
Daten sind in Ordnung $\mathcal{O}(\bar{a}^2)$ die zu den Gruppen-Strukturkonstanten C_F
und C_A proportionalen Terme mit einzubeziehen, zusätzlich zu den zu β_0
proportionalen. Sie sind in [75] Gleichung (3.10) nicht explizit angegeben.

¹⁸Der nicht veröffentlichte Term $\beta_1 d_1 \pi^2 \cdot \bar{a}^3$ mit deutlichem Effekt (wie für Effekte in β_1
üblich) auf den \bar{a}^3 -Koeffizienten resultiert aus Berücksichtigung einer allgemeineren Renor-
mierungsgruppengleichung als in der veröffentlichten Diskussion (mit der üblichen QCD
Betafunktion). Die Formel in [75] sollte Eingehen höherer Log-Momente der charakteri-
stischen Funktion in die perturbative Entwicklung demonstrieren; für phänomenologische
Untersuchungen ist die vollständige Betafunktion angebrachter [119].

¹⁹Die Koeffizienten im \bar{a} -Schema erhält man durch Entwickeln von Gleichung (6.14) in
Potenzen von \bar{a} .

²⁰Wir bewerten dies als Urteil über die “inklusive” Näherung innerhalb der SDG-Nähe-
rung und nicht innerhalb der vollständigen Berechnung.

Das jeweilige Log-Moment d_1 in Tabelle 6.8 ist überdies genähert. Deshalb verwenden wir die Koeffizienten der zweiten perturbativen Ordnung aus der numerischen Berechnung, vgl. Abschnitt 2.6 – diese liefert die vollständigen Entwicklungskoeffizienten. Erst für höhere Ordnungen wird die SDG-Näherung herangezogen.²¹

Die perturbative Entwicklung wird als divergente asymptotische Reihe verstanden, vgl. Abschnitt 2.8. Man erwartet mit zunehmender Entwicklungsordnung eine Verkleinerung der Terme bis zu einer gewissen Ordnung, und dann wieder eine Vergrößerung. Bei niedrigen Energien ist die Kopplung groß, Terme mit höheren Potenzen der Kopplung tragen relativ stärker bei, und somit wird hier diese Ordnung früher erreicht. Es ist von Interesse

- bei welcher Entwicklungsordnung dies geschieht,
- wie die gemessene Kopplung von der maximalen Entwicklungsordnung abhängt,
- wie die führende Energiepotenzkorrektur λ_i/Q^{n_i} (siehe Unterabschnitt 2.8.3) von der maximalen Entwicklungsordnung abhängt,
- wie sich der minimale Term der perturbativen Entwicklung zur Energiepotenzkorrektur verhält.

Die beste Näherung der Theorie durch eine asymptotische Reihe erwartet man durch Abschneiden der Reihe in der Nähe des minimalen Termes - Einbeziehen von zusätzlichen Termen bedeutet also nicht notwendigerweise Verbesserung der Näherung. Deshalb führen wir die Analyse zunächst als Funktion der Abschneide-Ordnung durch. Mit jeder maximalen Entwicklungsordnung ergibt der Fit Werte für die Kopplung und die Energiepotenzterme, doch von Bedeutung (etwa als Test der SDG-Näherung) sind sie nur bei geeigneter maximaler perturbativer Ordnung.

In Figur 6.10 ist der aus $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0})=0.12$ folgende Energieverlauf der perturbativen Terme bis $\mathcal{O}(\bar{a}^6)$ für die ersten vier Momente von Thrust aufgetragen. Der Term nächstführender Ordnung wurde mit dem Monte Carlo - Programm EVENT2 numerisch vollständig berechnet (vgl. Abschnitt 2.6) und in das \bar{a} -Schema transformiert. Die Terme höherer Ordnung wurden aus der SDG-Näherung nach Formel (6.15) und Tabelle 6.8 erhalten. Zu Vergleichszwecken ist auch der SDG-Term zweiter Ordnung überlagert. Nur für den Mittelwert wird der NLO-Term durch diesen SDG-Term gut approximiert, in zweiter bis vierter Momentordnung jedoch zunehmend unterschätzt.

²¹Hierbei treten keine matching-Probleme auf, da die Entwicklung in Terme der Ordnung \bar{a}^n eindeutig ist und ein Term davon leicht identifiziert und vollständig ersetzt werden kann.

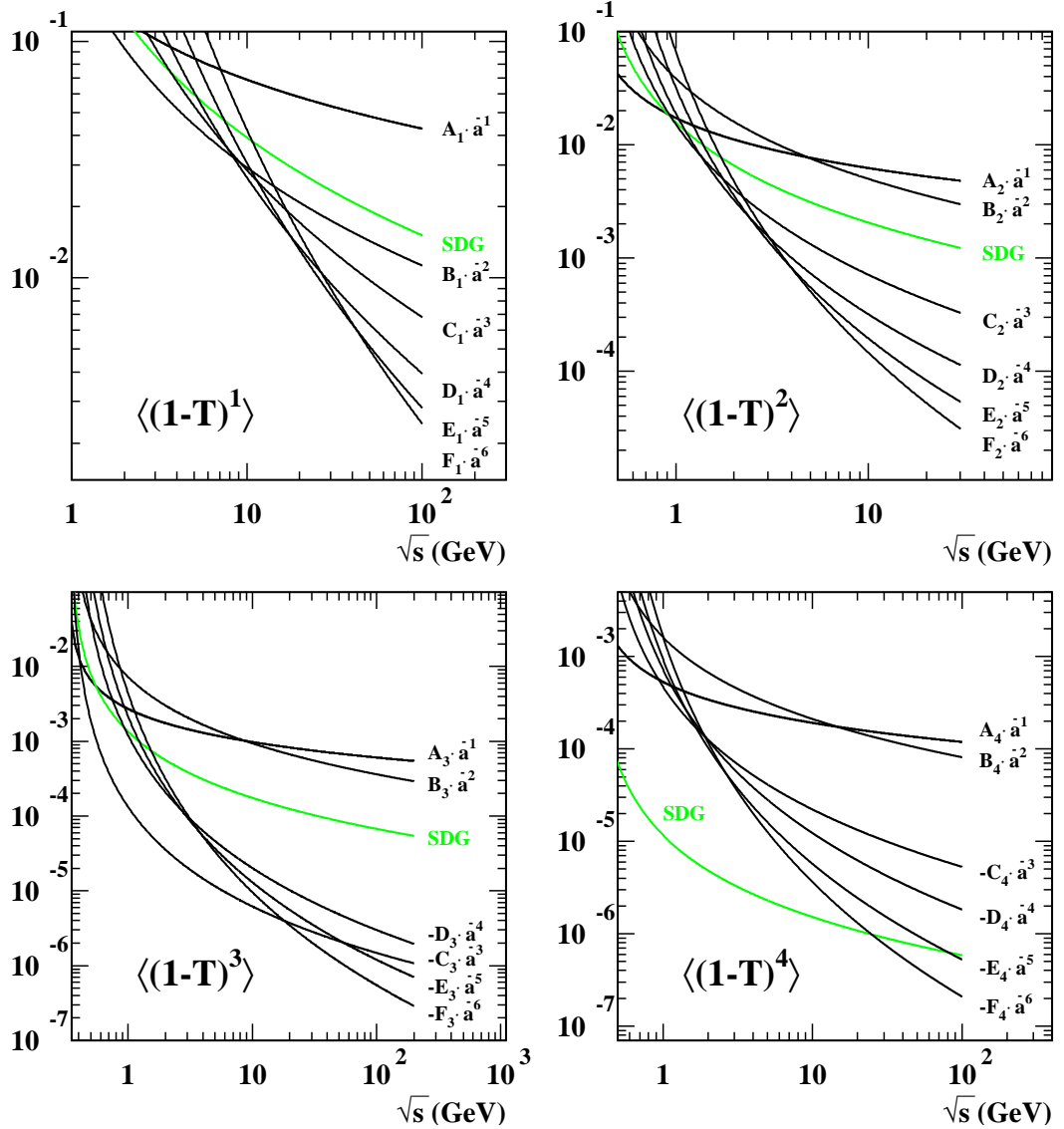


Abbildung 6.10: Energieverlauf der vollständigen LO und NLO - Terme, des SDG NLO - Terms (grün), sowie des Betrags der SDG - Terme in $\mathcal{O}(\bar{a}^3)$ bis $\mathcal{O}(\bar{a}^6)$ für erstes bis viertes Moment von Thrust. Zugrundegelegt wurde jeweils $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0})=0.12$.

Für die ersten drei Momente ist der Term $B \cdot \bar{a}^2$ spätestens ab etwa 15 GeV kleiner als der Term $A \cdot \bar{a}^1$, was die Bezeichnungen als “nächstführend” bzw. “führend” und somit auch unsere bisherigen Fits rechtfertigt. – Für $\langle(1-T)^4\rangle$ ist dies allerdings erst ab etwa 20 GeV gegeben. Die SDG-Terme höherer Ordnung stellen stets ab etwa 20 GeV eine relativ kleine Korrektur dar.

Die Vorhersagen wurden in Gleichungen (2.30) bis (2.34) eingeführt,

$$\begin{aligned}\langle 1 - T \rangle &= \langle 1 - T \rangle_{\text{pt.}} + \frac{\lambda_1}{Q} . \\ \langle (1 - T)^n \rangle &= \langle (1 - T)^n \rangle_{\text{pt.}} + \frac{\lambda_n}{Q^2} + \frac{\kappa_n}{Q^{l_n}} , \\ &\text{für } n = 2 \dots 4 \text{ mit } l_2 = l_3 = 3 \text{ und } l_4 = 5 .\end{aligned}$$

Die Datenpunkte auf Hadronniveau werden mit den fünf verschiedenen laufenden Vorhersagen verglichen, die sich bei maximaler Entwicklungsordnung $\mathcal{O}(\bar{a}^2)$ bis $\mathcal{O}(\bar{a}^6)$ ergeben.

Figuren 6.11 bis 6.13 zeigen diesen Vergleich, Tabelle 6.9 enthält die Resultate. Die Koeffizienten κ_2 bis κ_4 der stärker unterdrückten Energiepotenzkorrektur ergeben sich stets als verträglich mit Null.

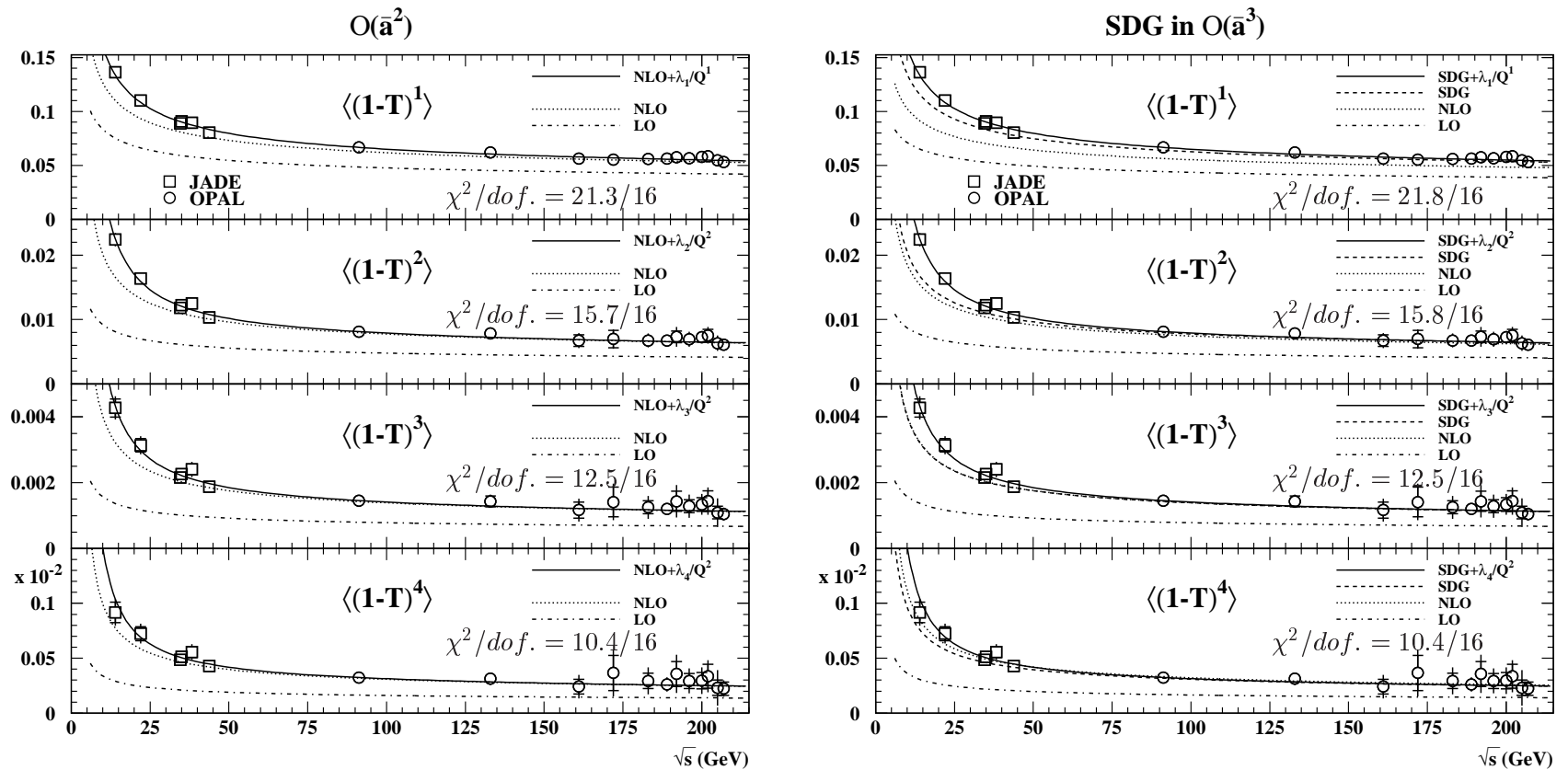


Abbildung 6.11: Fits der SDG-Vorhersage an JADE- sowie OPAL-Messungen der ersten vier Momente von Thrust. Der perturbative Teil der Vorhersage wurde in zwei bzw. drei Ordnungen von \bar{a} berechnet (überlagert ist die perturbative Vorhersage in führender, nächstführender, und ggf. auch dritter Ordnung). Eingezeichnet sind die im Fit verwendeten statistischen Fehler (innere Balken) sowie Gesamtfehler inklusive der experimentellen Systematik.

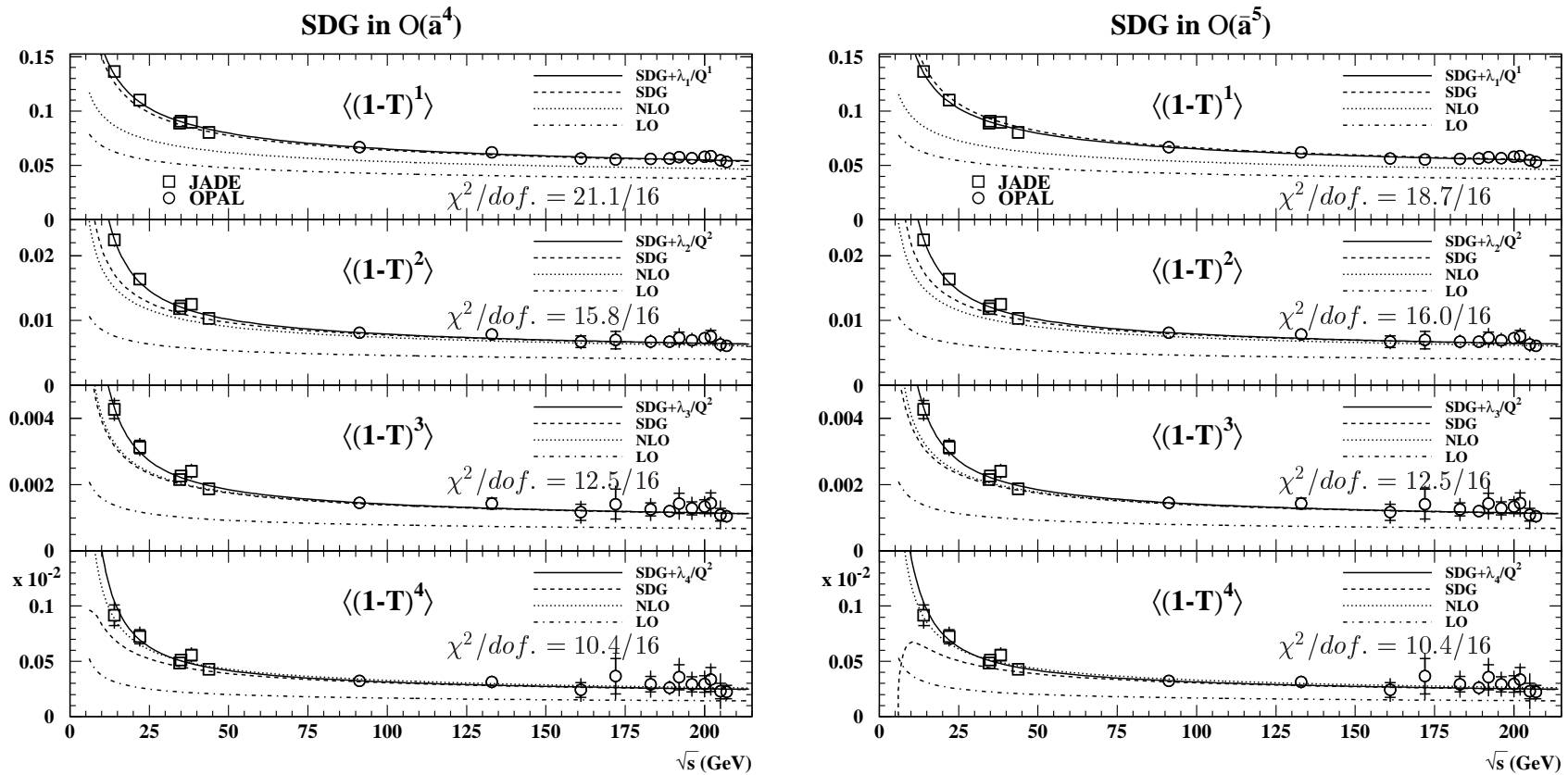


Abbildung 6.12: Fits der SDG-Vorhersage an JADE- sowie OPAL-Messungen der ersten vier Momente von Thrust. Der perturbative Teil der Vorhersage wurde in vier bzw. fünf Ordnungen von \bar{a} berechnet. Überlagert ist die perturbative Vorhersage in führender, nächstführender, und der maximalen Ordnung. Eingezeichnet sind die im Fit verwendeten statistischen Fehler (innere Balken) sowie Gesamtfehler inklusive der experimentellen Systematik.

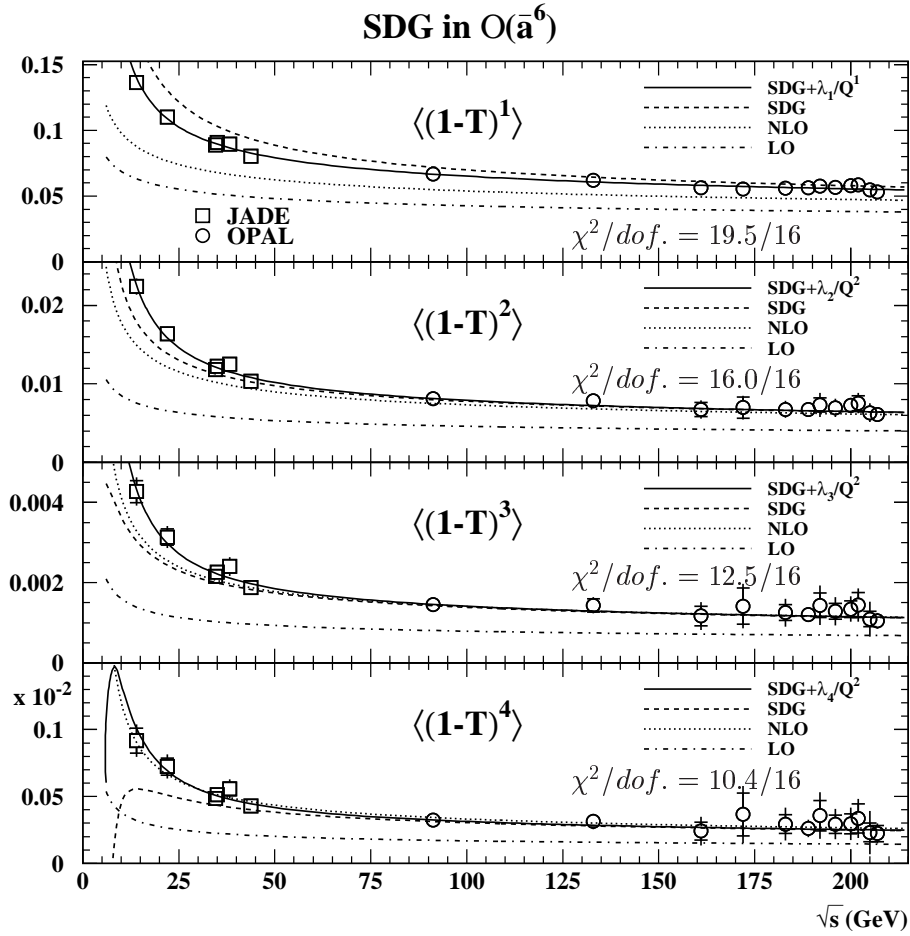


Abbildung 6.13: Fits der SDG-Vorhersage an JADE- sowie OPAL-Messungen der ersten vier Momente von Thrust. Der perturbative Teil der Vorhersage wurde in sechs Ordnungen von \bar{a} berechnet. Überlagert ist die perturbative Vorhersage in führender, nächstführender, und der maximalen Ordnung. Ein-gezeichnet sind die im Fit verwendeten statistischen Fehler (innere Balken) sowie Gesamtfehler inklusive der experimentellen Systematik.

Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und λ_i in Abhängigkeit von n_{max}

Abbildung 6.14 zeigt die gemessene starke Kopplung sowie die Koeffizienten der führenden Energiepotenzkorrektur (siehe Unterabschnitt 2.8.3) in Abhängigkeit von der maximalen perturbativen Ordnung.

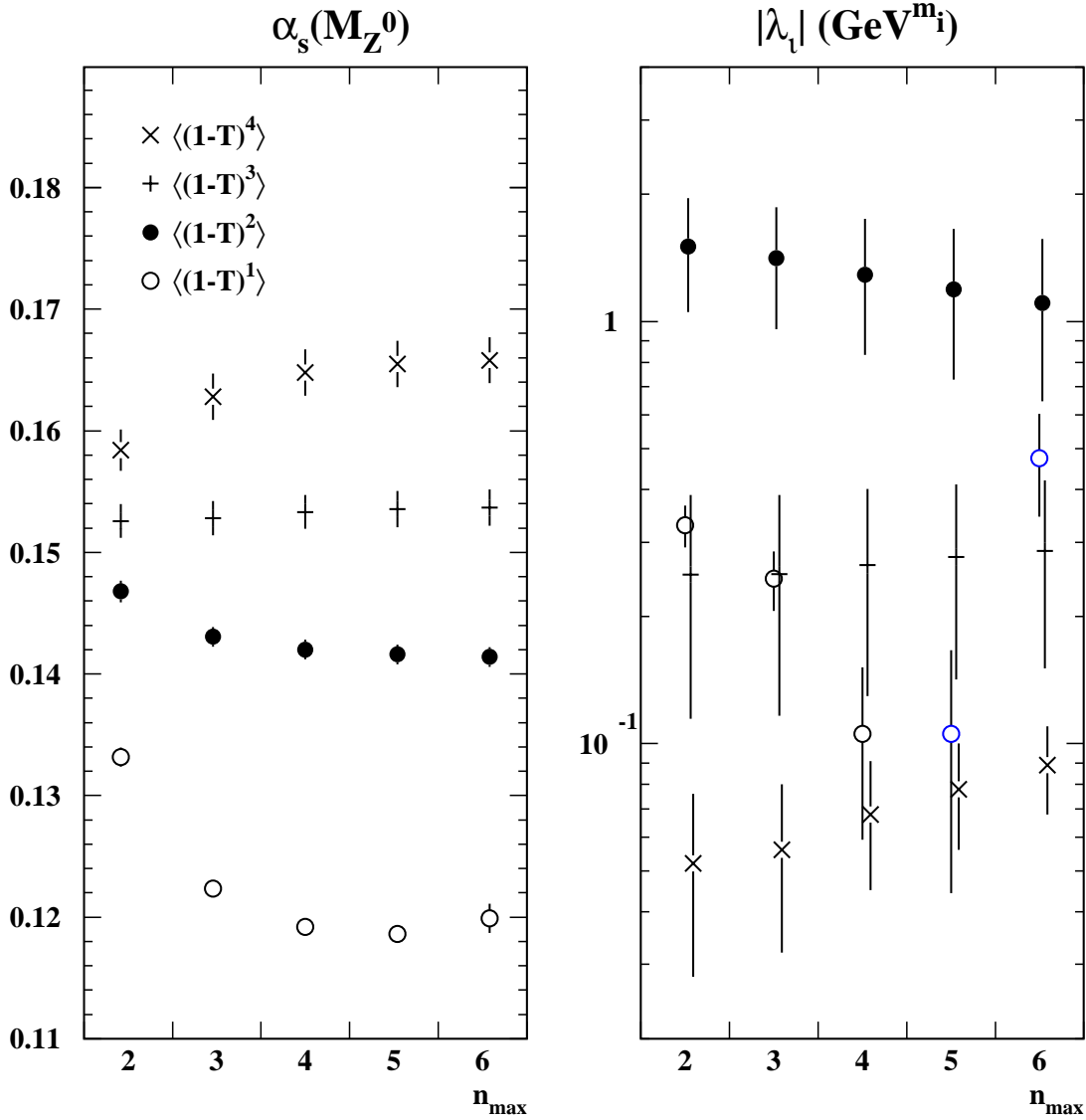


Abbildung 6.14: Gemessene Kopplung $\alpha_s^{\overline{MS}}(M_{Z^0})$ und Betrag des Koeffizienten λ_i der führenden Energiepotenzkorrektur (in geeigneten Potenzen von GeV) aus dem Moment $\langle(1 - T)^i\rangle$ in Abhängigkeit von der verwendeten maximalen perturbativen Ordnung n_{max} . Die blau markierten Koeffizienten sind negativ.

Aus strikter Interpretation obiger Diskussion der perturbativen Entwicklung als asymptotische Reihe könnte man die Vorschrift ableiten, die Entwicklung an unterschiedlichen Energiepunkten im allgemeinen unterschiedlich abzubauen, nämlich nach dem jeweils minimalen Term.²² Wir lassen uns jedoch von globaleren Eigenschaften leiten, um für jede Momentordnung eine Reihe fester Ordnung zu finden, welche die Daten am besten beschreibt:

- Für $\langle(1 - T)^1\rangle$ verkleinert sich der Wert von $\chi^2/\text{dof.}$ mit zunehmender Entwicklungsordnung bis $n_{\text{max}} = 5$, und nimmt dann wieder zu. Ab dieser Ordnung wird die Energiepotenzkorrektur negativ.²³

Der Wert der starken Kopplung erreicht bei $n_{\text{max}} = 5$ ein Minimum und nimmt dann wieder zu, ebenso der Betrag der Energiepotenzkorrektur – die Konvergenz der Reihe scheint bei $n_{\text{max}} = 5$ am besten.²⁴

- Die Werte von $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0})$ oder λ_2 aus $\langle(1 - T)^2\rangle$ nehmen bei Miteinbezug höherer perturbativer Ordnungen stets ab, $\chi^2/\text{dof.}$ ändert sich kaum. Die rein perturbative Beschreibung erscheint also immer treffender; wir wählen $n_{\text{max}} = 6$.
- Im Fit an $\langle(1 - T)^3\rangle$ oder $\langle(1 - T)^4\rangle$ nimmt die Energiepotenzkorrektur für zunehmende perturbative Ordnung zu, um die negativen perturbativen Terme zu kompensieren. Die Werte von $\chi^2/\text{dof.}$ bleiben konstant. Ab dem dritten Moment wirkt die Beschreibung durch lediglich zwei perturbative Ordnungen also sogar treffender als diejenige durch die SDG-Näherung; wir wählen $n_{\text{max}} = 2$.

Für drittes und viertes Moment von Thrust diskutieren wir also nicht mehr die eigentliche SDG-Näherung: Die Vorhersagen ähneln denjenigen aus dem dispersiven Modell, wobei die Korrekturen aber nur in einer bestimmten Potenz der Schwerpunktsenergie unterdrückt sind.

²²Die Terme höherer Ordnung sind bei niedriger Energie sehr groß, aber nicht miteinzubeziehen – d.h. der perturbative Ansatz wird hier immer weniger brauchbar.

²³Es gibt kein ausgezeichnetes Vorzeichen für die Energiepotenzkorrektur. Sie kann positiv oder negativ sein, oder auch beim Übergang zwischen verschiedenen Regularisierungen unterschiedliche Vorzeichen aufweisen [119].

²⁴Das ist auch aus der perturbativen Vorhersage ohne Fits an Daten zu erahnen: Der Beitrag $E_1 \cdot \bar{a}^5$ liegt mit dem Fitwert von $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0})$ ab ca. 15 GeV unter $D_1 \cdot \bar{a}^4$, der nächste Term $F_1 \cdot \bar{a}^6$ ist erst ab etwa 40 GeV noch kleiner – wichtige Datenpunkte liegen aber bereits darunter.

| | m_i | n_{\max} | $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0})$ | Statis- tischer Fehler | λ_i [GeV m_i] | Statis- tischer Fehler | Korre- lation $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0})/\lambda_i$ | $\chi^2/\text{dof.}$ |
|-------------------------|-------|------------|--|------------------------------|--------------------------------|------------------------------|--|----------------------|
| $\langle(1-T)^1\rangle$ | 1 | 2 | 0.1332 | 0.0008 | 0.329 | 0.037 | -0.96 | 21.3/16 |
| | | 3 | 0.1224 | 0.0007 | 0.246 | 0.040 | -0.97 | 21.8/16 |
| | | 4 | 0.1192 | 0.0007 | 0.105 | 0.046 | -0.98 | 21.1/16 |
| | | 5 | 0.1186 | 0.0007 | -0.105 | 0.061 | -0.99 | 18.7/16 |
| | | 6 | 0.1199 | 0.0013 | -0.475 | 0.130 | -1.00 | 19.5/16 |
| $\langle(1-T)^2\rangle$ | 2 | 2 | 0.1468 | 0.0009 | 1.505 | 0.453 | 0.73 | 15.7/16 |
| | | 3 | 0.1431 | 0.0009 | 1.411 | 0.453 | 0.73 | 15.8/16 |
| | | 4 | 0.1420 | 0.0008 | 1.291 | 0.458 | 0.74 | 15.8/16 |
| | | 5 | 0.1416 | 0.0008 | 1.191 | 0.463 | 0.74 | 16.0/16 |
| | | 6 | 0.1414 | 0.0008 | 1.107 | 0.460 | 0.73 | 16.0/16 |
| $\langle(1-T)^3\rangle$ | 2 | 2 | 0.1526 | 0.0015 | 0.251 | 0.137 | 0.73 | 12.5/16 |
| | | 3 | 0.1528 | 0.0015 | 0.252 | 0.136 | 0.73 | 12.5/16 |
| | | 4 | 0.1533 | 0.0015 | 0.265 | 0.136 | 0.73 | 12.5/16 |
| | | 5 | 0.1536 | 0.0015 | 0.276 | 0.135 | 0.73 | 12.5/16 |
| | | 6 | 0.1537 | 0.0015 | 0.286 | 0.135 | 0.74 | 12.5/16 |
| $\langle(1-T)^4\rangle$ | 2 | 2 | 0.1584 | 0.0017 | 0.052 | 0.024 | 0.56 | 10.4/16 |
| | | 3 | 0.1628 | 0.0019 | 0.056 | 0.024 | 0.56 | 10.4/16 |
| | | 4 | 0.1648 | 0.0019 | 0.068 | 0.023 | 0.57 | 10.4/16 |
| | | 5 | 0.1655 | 0.0019 | 0.078 | 0.022 | 0.58 | 10.4/16 |
| | | 6 | 0.1658 | 0.0019 | 0.089 | 0.021 | 0.61 | 10.4/16 |

Tabelle 6.9: Messungen der starken Kopplung $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0})$ und des Koeffizienten der führenden Energiepotenzkorrektur λ_i/Q^{m_i} aus Momenten von Thrust über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, 14–44 GeV, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie, 91–209 GeV, in den 6 bzw. 12 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.1 bzw. 4.1.2. Zugrundegelegt werden die perturbativen Terme aus der Single Dressed Gluon - Näherung in jeweils maximaler Ordnung n_{\max} .

Zum Größenvergleich zwischen minimalem perturbativem Term und der Energiepotenzkorrektur siehe Bild 6.15:

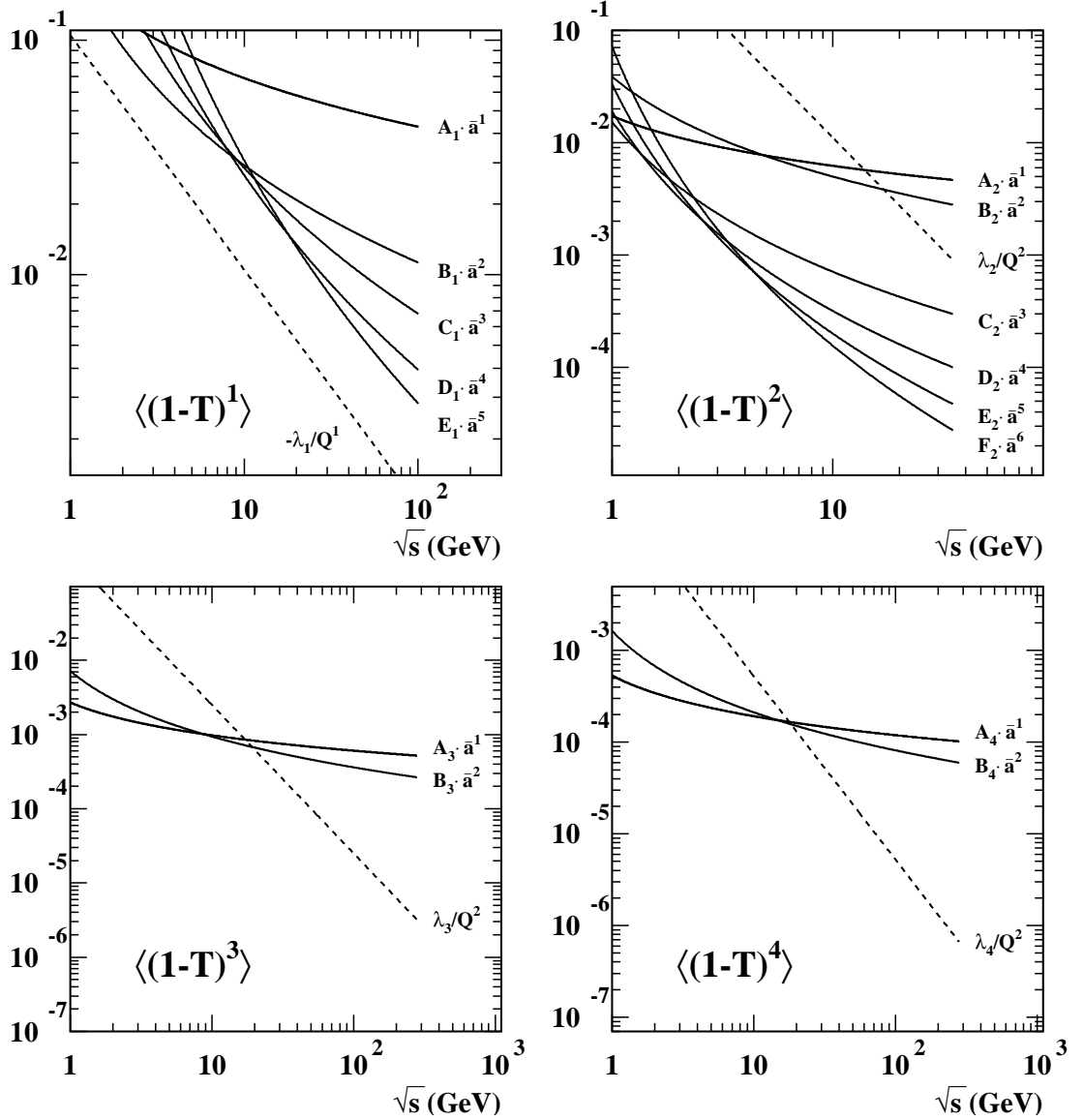


Abbildung 6.15: Energieverlauf der verwendeten perturbativen Terme sowie der f"uhrenden Korrektur in Potenzen der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s} \equiv Q$ f"ur erstes bis viertes Moment von Thrust. Die Parameter $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0})$ und λ_i wurden an die Daten angepasst.

Im Fall des ersten Moments ist die Energiepotenzkorrektur sehr klein und annähernd mit Null verträglich; die rein perturbative Vorhersage aus der SDG-Näherung beschreibt die Daten also bereits sehr gut.

Für drittes und viertes Moment ist die Korrektur größer, kann aber noch im Vergleich mit den perturbativen Termen bis $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ ab etwa 10 GeV als kleine Korrektur betrachtet werden. Im Falle des zweiten Momentes sind die höheren SDG-Terme bis $\mathcal{O}(\bar{a}^6)$ mit der Energiepotenzkorrektur vergleichbar.

Messung von $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0})$

Die Werte von $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0})$ steigen auch hier mit der Ordnungszahl des zugrundeliegenden Moments stark an. Der Wert aus der Anpassung an $\langle(1 - T)^2\rangle$,

$$\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0}) = 0.1463 \pm 0.0004(\text{stat.})$$

ist vergleichbar mit dem entsprechenden Shape Function Resultat

$$\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0}) = 0.1446 \pm 0.0014(\text{stat.}).$$

Sämtliche Werte aus höheren Momenten liegen über den entsprechenden Werten aus der Monte Carlo - Korrektur oder dem dispersiven Modell. Aus der Analogie zu den bisher untersuchten Modellen können wir vermuten, daß die SDG-Näherung für dieses Moment zwar einen Teil der perturbativen Vorhersage höherer Ordnung in α_s enthält (der Fitwert für $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0})$ nimmt mit steigender Entwicklungsordnung stets ab), wesentliche Terme aber bereits hier fehlen. Dies dürfte teilweise eine Folge der Berechnung mittels “inklusive” Thrust sein – nach unserer Interpretation der mit der Momentordnung stark ansteigenden Fitergebnisse für $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Monte Carlo - korrigierten Momenten von $1 - T$, C und B_T in Unterabschnitt 5.3.1 ist diese Vereinfachung bereits für $\langle(1 - T)^2\rangle$ nicht mehr gerechtfertigt. Gardi deutet in [75] die Möglichkeit an, die SDG-Rechnung auch für nicht “inklusive” Thrust durchzuführen, was hier von Interesse wäre.

Wir messen die starke Kopplung in diesem Modell nur aus $\langle(1 - T)^1\rangle$. Um den experimentell systematischen Fehler zu bestimmen, wird dieser Fit im Minimum-Overlap Ansatz wiederholt. Zur Abschätzung der theoretischen Unsicherheit untersuchen wir folgende Beiträge:

- In der perturbativen Vorhersage Gleichung (6.15) tritt in $\mathcal{O}(\alpha_s^6)$ der unbekannte Koeffizient β_4 auf. Statt auf Null setzen wir ihn auf seine einfachste Pade-Abschätzung $\beta_4 = \beta_3^2/\beta_2$. Das resultiert in einem winzigen Effekt, der keine der vier angegebenen Stellen des Fitwertes von

$\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0})$ ändert, und somit auch nicht unsere Diskussion, die perturbative Vorhersage der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^5)$ zur Messung zu verwenden.

- Die Renormierungsschemenabhängigkeit der Vorhersage schätzen wir ab durch Variation von β_2 auf $2 \cdot \beta_2$ bzw. auf 0. Hierdurch ändert sich der Fitwert von $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0})$ um +0.0001 bzw. nicht in den angegebenen Stellen; diesen Effekt beziehen wir nicht weiter ein. Die Vorhersage in $\mathcal{O}(\alpha_s^5)$ ist bereits nur noch sehr wenig vom Renormierungsschema abhängig.²⁵
- Statt in drei Schleifen berechnen wir die laufende Kopplung in allen vier bekannten Schleifen. Hierdurch ändert sich der Fitwert nicht in den angegebenen Stellen.
- Zentrale Bedeutung besitzt die Güte der Näherung des $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ -Koeffizienten C_1 . Der exakte $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ -Koeffizient B_1 wird durch SDG auf 34% genähert, vgl. Abbildung 6.10; zudem wird erwartet, daß die Näherung in hoher Ordnung vollständig ist [50]. Deshalb variieren wir den Koeffizienten C_1 um +34% bzw. -34%. Der Wert von $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0})$ ändert sich dadurch um -0.0028 bzw. +0.0033.

Unser Ergebnis lautet damit

$$\begin{aligned}\alpha_s(M_{Z^0}) &= 0.1186 \pm 0.0007(\text{stat.}) \pm 0.0017(\text{exp.})_{-0.0028}^{+0.0033}(\text{theo.}) \\ &= 0.1186 \pm 0.0038(\text{tot.}).\end{aligned}$$

Diese Messung stimmt auffallend gut mit dem Weltmittelwert von $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0}) = 0.1189 \pm 0.0010$ [32] überein. Ihre Präzision ist nicht vergleichbar mit den genauesten dazu beitragenden Werten. Dennoch ist es unser bester Wert – das folgt aus der günstigeren (und vor allem auch motivierteren) Abschätzung fehlender höherer perturbativer Ordnungen im Vergleich zur einfachen Renormierungsskalenänderung $x_\mu = 0.5 \dots 2.0$. Da bereits der perturbative Koeffizient dritter Ordnung nur genähert ist, muß auch dieser Wert als Resultat einer $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ -Analyse verstanden werden – und die vorangegangene Diskussion als Illustration zu erwartender Effekte, sobald genügend perturbative Koeffizienten höherer Ordnung bekannt sind.

In [50] wurde die Vorhersage an ältere Daten von $\langle(1 - T)^1\rangle$ angepasst, insbesondere der PETRA-Experimente TASSO und MARK J bei niedrigen Schwerpunktsenergien bis hinunter zu 12 GeV. Dies ergab $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0}) = 0.110$ und $\lambda_1 = 0.62$ GeV. Dabei wurde eine andere Regularisierungsvorschrift verwendet. Ein zusätzlicher Grund für die positive und relativ große Energie-

²⁵Auf Variation des Renormierungsskalenfaktors verzichten wir, da die nötige Erweiterung von Gleichung (6.15) sehr aufwendig wäre.

potenzkorrektur dürfte die fehlende Subtraktion von b-Ereignissen sein. Diese erhöhen den Mittelwert von Thrust in einem Effekt, der aber schneller abfällt als $1/Q$. Daraus ergibt sich eine Erhöhung des Fitwertes von λ_1 und eine Erniedrigung von $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0})$. Bei Ausschluß der Daten unterhalb von 22 GeV finden die Autoren dieser Arbeit die Werte $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(M_{Z^0}) = 0.111$ und $\lambda_1 = 0.54 \text{ GeV}$. Die numerische Implementierung der SDG-Vorhersage in [50] unterscheidet sich ebenfalls von der von uns verwendeten aus [75], mit Differenzen im Bereich einiger Prozente. Der sehr niedrige erhaltene Wert der Kopplung wird in [50] hypothetisch [120] als Effekt der Resummierung höherer perturbativer Ordnungen interpretiert.

6.5 Vergleich der Energiepotenzkorrekturen und des String-Hadronisierungsmodells

In Abb. 6.16 bis 6.18 vergleichen wir die aus dem MC-Modell PYTHIA erhaltenen Hadronisierungskorrekturen – wie in Abschnitt 5.1 diskutiert – mit jenen aus den untersuchten nichtperturbativen Modellen. Dort sind die Korrekturen definiert als Verhältnis der rein perturbativen Vorhersage zur Vorhersage inklusive der Energiepotenzkorrekturen mit angepassten Werten für $\alpha_s(M_{Z^0})$ und den nichtperturbativen Parametern in der Vorhersage.

Da diese Faktoren bei niedrigen Schwerpunktsenergien stark von der Energie abhängen, zeigen wir sie bei 14, 22, 35, 44 und 91 GeV; darüber ändern sie sich aber nicht mehr merklich, deshalb ist nur noch ein LEP2-Punkt von 161 GeV eingeschlossen.

Monte Carlo - Korrektur vs. dispersives Modell

Die $\chi^2/\text{dof.}$ -Werte aus den MC- bzw. DMW-Fits sind im allgemeinen ähnlich. Die Werte aus den Fits an $\langle B_W^n \rangle$ sind nicht vergleichbar, da wir nur die DMW-Beschreibung des Mittelwertes akzeptierten, die MC-Korrektur aber nur für die höheren Momente. Die Momente $\langle M_H^n \rangle$ werden durch die Energiepotenzkorrektur deutlich besser beschrieben. Das ergibt sich aus Kompensation der relativ unvollständigen perturbativen Vorhersage durch eine große Energiepotenzkorrektur – es wird somit durch einen nicht universellen Wert für $\alpha_0(\mu_I)$ erkaufte.

Die Vorhersagen, und entsprechend die Korrekturen, sind für die Momente der Zweihemisphären - Variablen Thrust, C-Parameter und Total Jet Broadening recht ähnlich. Unterschiede nehmen zu mit der Abweichung der Faktoren von Eins, wegen der inversen Energiepotenzen also hin zu niedrigen Schwerpunktsenergien.

Der qualitative Verlauf der Korrekturen in Abhängigkeit der Momentordnung ist oft analog den Korrekturen der entsprechenden klassifizierten Verteilung bei 35 GeV in Abhängigkeit vom Wert der Ereignisformvariablen erstaunlich ähnlich,²⁶ siehe [4, 12]. Dies resultiert daraus, daß größere Variablenwerte stärker in höhere Momente eingehen. Etwa im Fall von B_W : Im Zweijetbereich bzw. für den Mittelwert sind Potenz- und Monte Carlo - Korrektur nahezu identisch, bei größeren Variablenwerten oder höheren Momentordnungen liegt die MC - Modellvorhersage zunehmend über derjenigen aus der Energiepotenz-

²⁶Diese Abhängigkeit und relevante Unterschiede in den Korrekturen der Momente sind bei der Schwerpunktsenergie von 14 GeV meist besser zu erkennen.

korrektur. Für eine detaillierte Diskussion der Unterschiede – welche sich mittels klassifizierter Verteilungen ohnehin anschaulicher gestaltet – verweisen wir deshalb auf genannte²⁷ Arbeit [4].

Der Verlauf der aus den Momenten der Zweihemisphären - Variablen, $\langle(1 - T)^n\rangle$, $\langle C^n\rangle$ und $\langle B_T^n\rangle$, im dispersiven Modell erhaltenen Kopplung mit der Ordnungszahl des zugrundeliegenden Moments ähnelt derjenigen aus der MC-Korrektur, aber aus $\langle C^1\rangle$ und $\langle B_T^1\rangle$ resultieren kleinere Werte. Die Werte aus $\langle B_W^1\rangle$, den Momenten $\langle y_{23}^1\rangle$ bis $\langle y_{23}^5\rangle$, sowie $\langle M_H^2\rangle$ und $\langle M_H^4\rangle$ sind ebenfalls kleiner und liegen im Gegensatz zur Monte Carlo - Korrektur sogar unter den Ergebnissen aus den Mittelwerten der Zweihemisphären - Ereignisformvariablen.

Monte Carlo - Korrektur vs. Shape Function

Die $\chi^2/\text{dof.}$ -Werte der Fits mit MC - Korrektur sind für $\langle(1 - T)^1\rangle$ und $\langle(1 - T)^2\rangle$ vergleichbar mit jenen aus der Shape Function, die Momente des C-Parameters werden durch die Shape Function besser beschrieben. Die Momente $\langle M_H^2\rangle$ und $\langle M_H^4\rangle$ mit relativ unvollständiger NLO-Vorhersage werden durch die Shape Function wesentlich besser beschrieben, was wie oben durch eine nicht universelle Energiepotenzkorrektur erkauft wird.

Monte Carlo - Korrektur vs. SDG

Die Werte von $\chi^2/\text{dof.}$ aus der Single Dressed Gluon - Näherung (bzw. der NLO-Berechnung zuzüglich der entsprechenden Energiepotenzkorrektur) sind stets etwas besser. Die Korrekturfaktoren aus SDG liegen über denen aus den Monte Carlo - Modellen. Der mit SDG aus $\langle(1 - T)^1\rangle$ erhaltene Wert von $\alpha_s(M_{Z^0})$ liegt unter dem der entsprechenden MC-Korrektur. Für das zweite Moment sind die Werte vergleichbar, für höhere Momentordnung sind die Werte aus der SDG-Rechnung im allgemeinen deutlich höher.

Dispersives Modell vs. Shape Function

Die Beschreibung aus der Shape Function ist – gemessen an den Werten von $\chi^2/\text{dof.}$ – besser als im dispersiven Modell, vor allem für die ersten zwei Momente von Thrust und C-Parameter. Das läßt sich durchaus als Verbesserung

²⁷Dort werden Monte Carlo - Korrekturen allerdings verglichen mit Korrekturen aus dem dispersiven Modell und einer Rechnung in $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ inklusive NLLA – diese ist im Zweijetbereich vollständiger. Die Korrekturen stimmen deshalb im (nicht zu extremen) Zweijetbereich besser überein als unsere für die Mittelwerte.

der nichtperturbativen Beschreibung bewerten, die perturbativen Probleme – erkenntlich im Ansteigen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ mit der Ordnungszahl des Moments – bleiben davon aber unberührt.

Die Shape Function ist eine Erweiterung des dispersiven Modells – die Fittergebnisse von $\alpha_s(M_{Z^0})$ sind relativ ähnlich, aber etwas größer; somit die Energiepotenzkorrekturen kleiner und die Korrekturfaktoren größer.

Dispersives Modell vs. SDG-Näherung

Da die Energiepotenzkorrekturen sich sehr ähneln, ist auch in der SDG-Näherung eine Interpretation des nichtperturbativen Beitrags mittels einer im Infraroten endlichen Kopplung nicht ausgeschlossen [75].

Im Vergleich mit dem Test der dispersiven Vorhersage fällt die nichtperturbative Korrektur deutlich kleiner aus und wird zum Teil sogar negativ – ein erheblicher Teil davon ist also nach Gardi perturbativ beschreibbar, und bereits in der SDG-Näherung berücksichtigt.

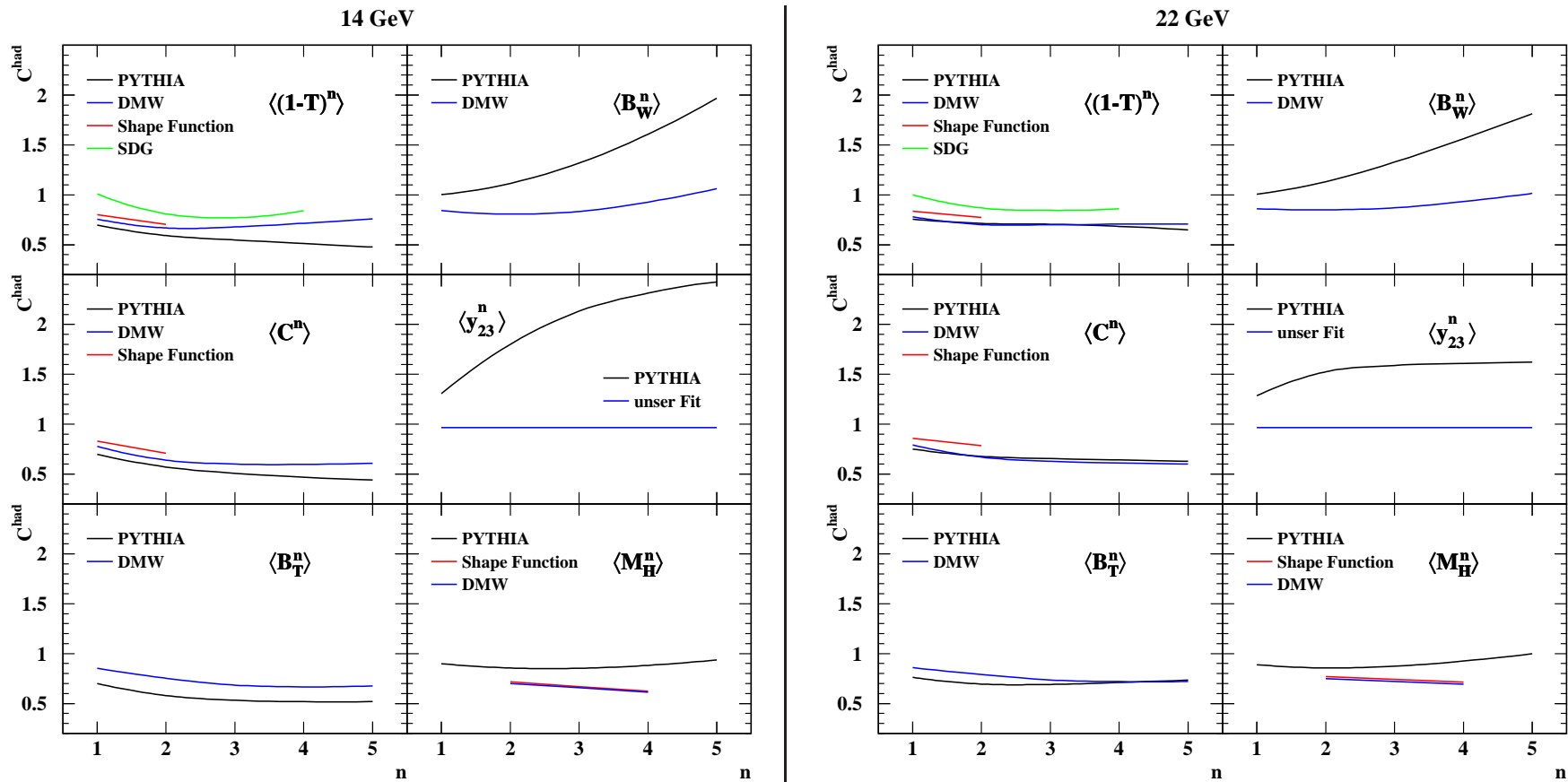


Abbildung 6.16: Hadronisierungskorrekturen bei $\sqrt{s} = 14 \text{ GeV}$ und $\sqrt{s} = 22 \text{ GeV}$; berechnet mit PYTHIA, dem dispersiven Modell, der Shape Function und der Single Dressed Gluon Näherung.

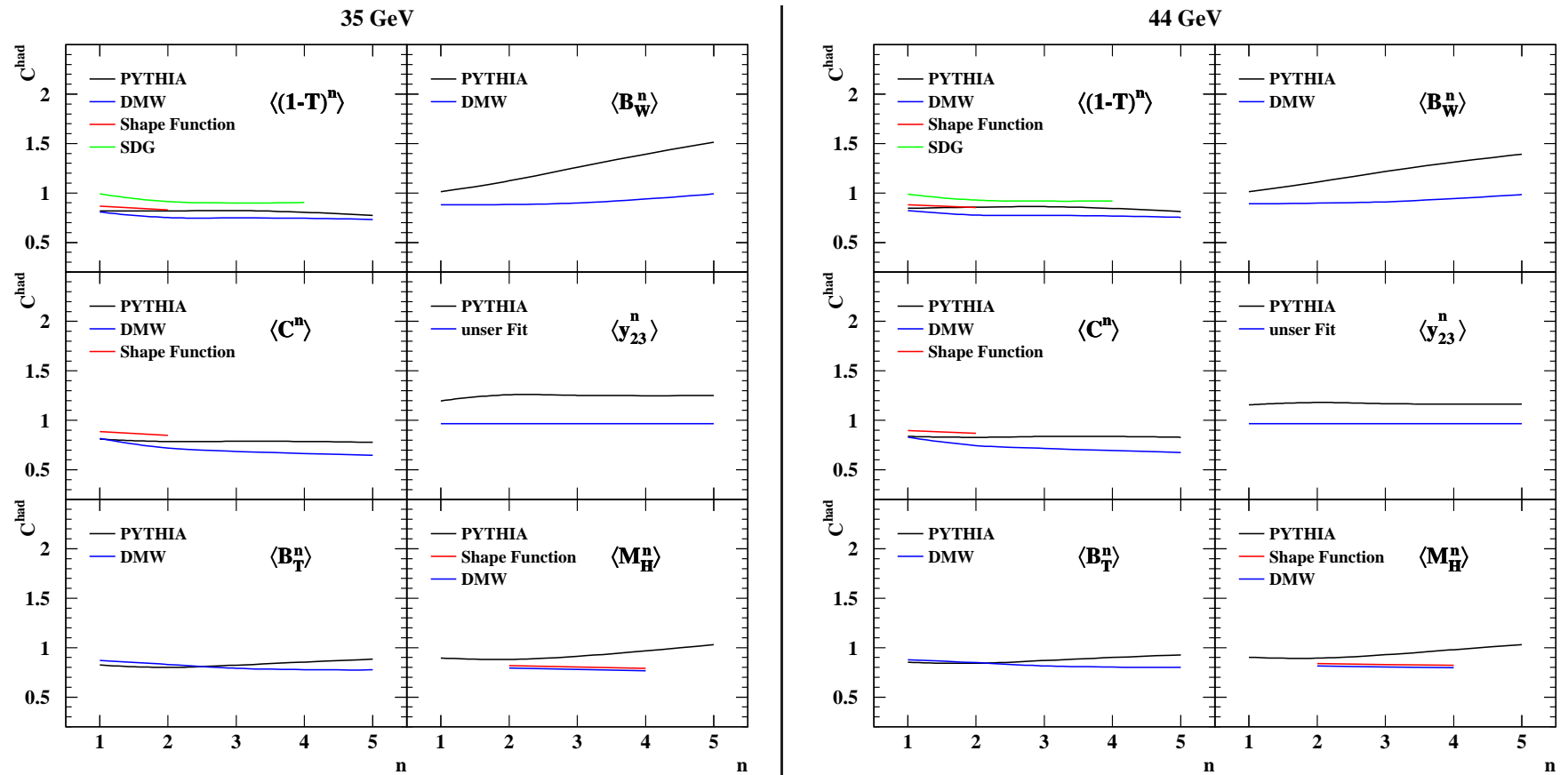


Abbildung 6.17: Hadronisierungskorrekturen bei $\sqrt{s} = 35 \text{ GeV}$ und $\sqrt{s} = 44 \text{ GeV}$; berechnet mit PYTHIA, dem dispersiven Modell, der Shape Function und der Single Dressed Gluon Naherung.

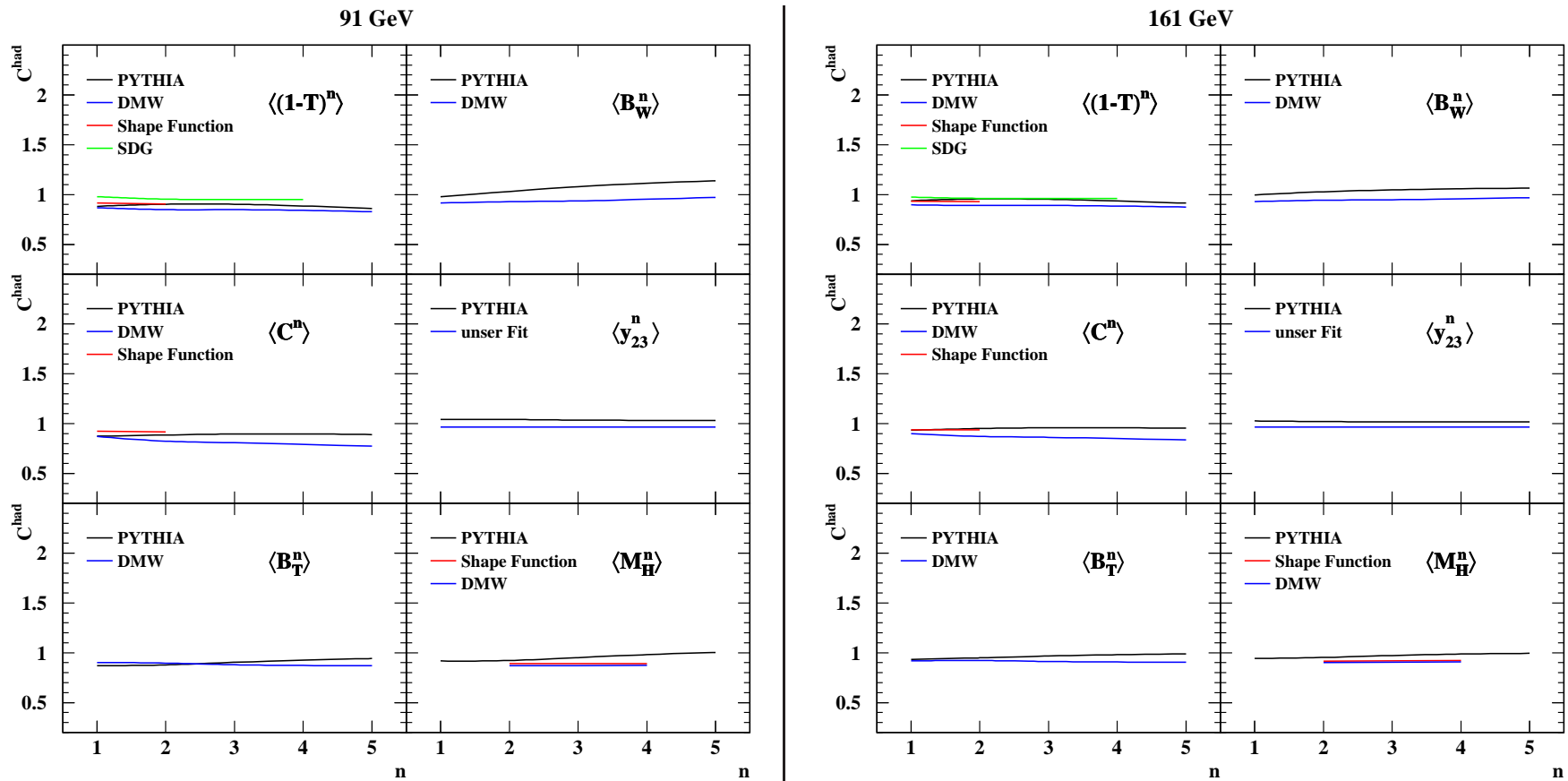


Abbildung 6.18: Hadronisierungskorrekturen bei $\sqrt{s} = 91 \text{ GeV}$ und $\sqrt{s} = 161 \text{ GeV}$; berechnet mit PYTHIA, dem dispersiven Modell, der Shape Function und der Single Dressed Gluon Näherung.

6.6 Zusammenfassung

Wieder ergibt sich der interessanteste Energiebereich durch die JADE-Analyse, da die nichtperturbativen Korrekturen ebenfalls invers mit der Energie skalieren.

Modelle für Energiepotenzkorrekturen beschreiben Mittelwerte gut, höhere Momente der Zweihemisphärenvariablen jedoch nicht. Höhere Energiepotenzkorrekturen können aus den Momenten von Ereignisformvariablen nicht bestimmt werden.

Der Energieverlauf der Varianz von Ereignisformvariablen wird nicht durch die aus dem dispersiven Modell erwartete bloße NLO-Vorherage beschrieben. Die aus der Shape Function folgende Energiepotenzkorrektur für $\text{Var}(C)$ genügt ebenfalls nicht, und teilweise lassen sich allgemeine Energiepotenzkorrekturen mit zu erwartenden Skalenparametern im Bereich einiger GeV ausschließen.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit verfolgte im Wesentlichen drei Ziele: Die Messung von Momenten und Varianzen von Ereignisformvariablen, Tests perturbativer Vorhersagen unter Verwendung von Monte-Carlo-Hadronisierungsmodellen, und Tests nichtperturbativer Modelle. Die wichtigsten Resultate und Schlußfolgerungen werden im Folgenden zusammengefasst. Darauf folgt ein Ausblick auf mögliche Anwendungen und Erweiterungen der Arbeit.

Zusammenfassung

Wir messen die ersten fünf Momente der Ereignisformvariablen Thrust, Thrust major, Thrust minor, Oblateness, Sphärizität, C -Parameter, Total Jet Broadening, Narrow Jet Broadening, Wide Jet Broadening, Heavy Jet Mass, Light Jet Mass und Durham Zweijet-Flippparameter sowie deren Varianzen aus hadronischen Ereignissen mit dem JADE-Experiment bei Schwerpunktsenergien von 14 bis 44 GeV und mit dem OPAL-Experiment bei 91 bis 209 GeV. Die Messung eines Moments unterscheidet sich stark von der einer klassifizierten Verteilung:

1. Es werden nichtlineare Effekte gemessen, die in einer klassifizierten Verteilung durch die Mittelung in den Klassen systematisch unterdrückt sind.¹

¹Eine klassifizierte Verteilung stellt eine Reihe von Mittelwerten über eingeschränkte Bereiche des Phasenraums dar. Der übliche Mittelwert ist der Spezialfall einer klassifizierten Verteilung mit nur einer Klasse. Die klassifizierte Verteilung einer Observablen ist sehr anschaulich, was zu wichtigen Begriffsbildungen führt, ohne die etwa diese Arbeit undenkbar wäre. Systematisch unverfälscht gemessen werden mit ihr jedoch nur in der Observablen lineare Effekte – der wichtigste, aber auch kleinste Teil der durch die Observable sichtbaren Effekte.

2. In Momenten verschiedener Ordnung sind unterschiedliche Bereiche des Phasenraums stärker gewichtet. Hierdurch können theoretische Konzepte selektiv getestet werden – etwa Energiepotenzkorrekturen im Zweijetbereich oder perturbative Beiträge höherer Ordnung im Multijetbereich. Traditionell wird in Fits an klassifizierte Verteilungen ein großer Teil des Phasenraums an einem Energiepunkt getestet (prinzipiell könnte man auch anders vorgehen), in Anpassungen an Momente ein Teil des Phasenraums über mehrere Energiepunkte.

Der extreme Zweijetbereich würde durch Momente negativer Ordnung untersucht, in welche der reziproke Wert der Ereignisformvariablen eingeht.

Aus diesen zwei Gründen können Erfahrungen mit Beschreibungen von Verteilungen nicht auf Momente übertragen werden.

Mittels Monte Carlo - Modellen korrigieren wir die Momente von Ereignisformvariablen um experimentelle Effekte. Mit OPAL erzielen wir eine Meßgenauigkeit der Momente auf Hadronniveau bis etwa 1% (totale Fehler), mit JADE bis etwa 2%. Der JADE-Energiebereich erweist sich als besonders interessant, da hier perturbative und nichtperturbative Effekte stärker mit der Schwerpunktsenergie variieren.

Die Vorhersagen der von OPAL an LEP 1 angepassten Monte Carlo - Modelle stimmen mit den gemessenen Momenten bei allen Energien hinreichend überein. Im Vergleich mit den statistisch genauesten 91 GeV-Daten werden zum Teil Diskrepanzen zwischen Daten und Monte Carlo - Vorhersage festgestellt.

Die Momente von Thrust, C -Parameter, Total Jet Broadening, Wide Jet Broadening, Durham Zweijet-Flippparameter und Heavy Jet Mass korrigieren wir mit diesen Modellen weiter um Hadronisierungseffekte; die Korrekturfaktoren liegen zwischen 0.5 und 2.5. Wir vergleichen $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ -Vorhersagen mit der Energieabhängigkeit dieser Momente. Hiermit bestätigen wir das Laufen der starken Kopplung gemäß der QCD-Erwartung – eine konstante Kopplung ist offensichtlich mit sehr großer Signifikanz ausgeschlossen, siehe etwa Abbildung 5.16. Wir bestimmen den Wert der Kopplung mit JADE-Daten zu

$$\begin{aligned}\alpha_s(M_{Z^0}) &= 0.1286 \pm 0.0007(\text{stat.}) \pm 0.0011(\text{exp.})_{-0.0022}^{+0.0013}(\text{had.})_{-0.0047}^{+0.0068}(\text{theo.}) \\ &= 0.1286 \pm 0.0073 \text{ (tot.)},\end{aligned}$$

mit OPAL zu

$$\begin{aligned}\alpha_s(M_{Z^0}) &= 0.1223 \pm 0.0005(\text{stat.}) \pm 0.0014(\text{exp.})_{-0.0004}^{+0.0016}(\text{had.})_{-0.0037}^{+0.0055}(\text{theo.}) \\ &= 0.1223 \pm 0.0060 \text{ (tot.)},\end{aligned}$$

und mit beiden Experimenten kombiniert zu

$$\begin{aligned}\alpha_s(M_{Z^0}) &= 0.1254 \pm 0.0007(\text{stat.}) \pm 0.0010(\text{exp.})_{-0.0023}^{+0.0009}(\text{had.})_{-0.0035}^{+0.0069}(\text{theo.}) \\ &= 0.1254 \pm 0.0073 (\text{tot.}).\end{aligned}$$

Die Gesamtfehler sind stets stark durch den theoretischen Skalenfehler dominiert. Mit OPAL erzielen wir eine Genauigkeit von etwa 5%.

Diese Berechnungen ergeben eine konsistente Beschreibung der untersuchten ersten Momente, sowie der höheren Momente der Enhemisphärenvariablen Wide Jet Broadening, Durham Zweijet-Flipparameter und Heavy Jet Mass. Die höheren Momente insbesondere der Zweihemisphärenvariablen Thrust, C -Parameter und Total Jet Broadening, ergeben systematisch erhöhte Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$. Durch dieses Verhalten wird die Unvollständigkeit der NLO-Vorhersage kompensiert. Die Unvollständigkeit der perturbativen Beschreibung der Einhemisphärenobservablen $\langle M_H^n \rangle$, $\langle B_W^n \rangle$ und $\langle y_{23}^n \rangle$ andererseits äußert sich in prinzipiellem Unvermögen, die Daten zu beschreiben im Fall von $\langle M_H^1 \rangle$, in stark differierenden $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Werten bei Zugrundelegen unterschiedlicher Energiebereiche, wie z.B. bei $\langle B_W^1 \rangle$, oder in hohen Werten von $\chi^2/\text{dof.}$ im allgemeinen Fall.

Unter Annahme identischer Renormierungsskala für zwei verschiedene Momentordnungen läßt sich diese in simultanen Fits bestimmen. Die Unvollständigkeit der NLO-Vorhersage der Zweihemisphärenobservablen zeigt sich hier in resultierenden niedrigen Renormierungsskalen. Die Momente $\langle (1-T)^{1,2} \rangle$ und $\langle C^{1,2} \rangle$, bzw. $\langle y_{23}^{1,2} \rangle$ und $\langle B_W^{2,3} \rangle$ ergeben jeweils sehr ähnliche Skalenfaktoren: $x_\mu \simeq 0.07$ bzw. $x_\mu \simeq 0.18$.

Das dispersive Modell sowie die Shape Function beschreiben die Mittelwerte aller untersuchten Variablen gut, ebenso die höheren Momente der Einhemisphärenvariablen. Aus der konsistenten Messung von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(\mu_I)$ im dispersiven Modell bei Schwerpunktsenergien von $\sqrt{s}=14$ bis 207 GeV kann die Universalität dieser Parameter gut bestätigt werden aus den Mittelwerten von Thrust, C -Parameter, Total Jet Broadening, sowie sämtlichen Momenten des Durham Zweijet-Flipparameters. Höhere Momente der Zweihemisphärenvariablen können nur durch erhöhte Werte von $\alpha_s(M_{Z^0})$ beschrieben werden, Momente von B_W und M_H nur durch erhöhte Werte der Energiepotenzkorrektur. Beides kompensiert die jeweiligen perturbativen Unvollständigkeiten und verletzt die angenommene Universalität der Theorieparameter.

Die Mittelung der im dispersiven Modell erhaltenen Parameter aus $\langle (1-T)^1 \rangle$, $\langle C^1 \rangle$, $\langle B_T^1 \rangle$, $\langle B_W^1 \rangle$, $\langle y_{23}^1 \rangle$ bis $\langle y_{23}^5 \rangle$, und $\langle M_H^2 \rangle$, $\langle M_H^4 \rangle$ ergibt

$$\begin{aligned}\alpha_s(M_{Z^0}) &= 0.1174 \pm 0.0002(\text{stat.}) \pm 0.0018(\text{exp.}) \pm 0.0047(x_\mu) \\ &\quad \pm 0.0003(\mu_I) \pm 0.0001(\mathcal{M})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 0.1174 \pm 0.0050(\text{tot.}), \\
\alpha_0(\mu_I) &= 0.484 \pm 0.003(\text{stat.}) \pm 0.006(\text{exp.}) \pm 0.026(x_\mu) \pm 0.046(\mathcal{M}) \\
&= 0.484 \pm 0.053(\text{tot.}).
\end{aligned}$$

Die Momente der Ereignisformvariablen erweisen sich als wenig sensitiv gegenüber stärker unterdrückten Energiepotenzkorrekturen, wie sie aus dem Shape Function - Ansatz folgen. Interessant wären hier Vorhersagen und Messungen von Momenten negativer Ordnung. Fits der Shape Function - Vorhersagen an Momente ergeben andere nichtperturbative Skalen als jene an klassifizierte Verteilungen.

Interpretationen höherer Momente der Zweihemisphärenvariablen, wie sie in [10, 49] gegeben wurden, sind aufgrund unserer bei niedriger Schwerpunktsenergie wesentlich genaueren Messung ausgeschlossen. Allgemein kann ein Verständnis nichtperturbativer Effekte (Kapitel 6) nicht weiter reichen als das der zugrundeliegenden perturbativen Struktur (Kapitel 5).

Die Varianz der Ereignisformvariablen wird am LEP 1-Punkt bis auf etwa 1% genau gemessen (totale Fehler). Die Messung ist an den JADE-Punkten im allgemeinen genauer als an den LEP 2-Punkten. Die Varianz zeigt teilweise einen unerwarteten Energieverlauf. Nur die Verteilungen von $1 - T$, y_{23} , $T_{\text{min.}}$, S , M_L und B_N werden bei niedrigen Schwerpunktsenergien breiter, jene von M_H , M_H^2 , C , B_T , B_W , $T_{\text{maj.}}$ und O hingegen schmaler. Dieser Verlauf wird von Monte-Carlo - Modellen qualitativ gut reproduziert, die absoluten Diskrepanzen zwischen Daten und Modell sind zum Teil jedoch groß. Der Verlauf wird weder von der reinen NLO-Vorhersage noch durch eine zusätzliche Energiepotenzkorrektur zufriedenstellend vorhergesagt. Der Multijetbereich bestimmt stark die Breite einer Verteilung – er ist durch mehrfache Gluonabstrahlung dominiert, und die Varianz wird durch die perturbativen Terme in vorhandener Ordnung und berechnete Energiepotenzkorrekturen (oder allgemeiner zu erwartende derartige Korrekturen mit Skalenparametern im Bereich höchstens einiger GeV) nicht hinreichend beschrieben.

Die Single Dressed Gluon - Näherung beschreibt nur das erste Moment von Thrust gut. Aus der entsprechenden Vorhersage fünfter Ordnung kombiniert mit vollständigem NLO-Koeffizienten erhalten wir zu vernachlässigende Energiepotenzkorrektur und

$$\begin{aligned}
\alpha_s(M_{Z^0}) &= 0.1186 \pm 0.0007(\text{stat.}) \pm 0.0017(\text{exp.})_{-0.0028}^{+0.0033}(\text{theo.}) \\
&= 0.1186 \pm 0.0038(\text{tot.}).
\end{aligned}$$

Dies stellt mit einem Gesamtfehler von 3% die genaueste Messung von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus den Momenten von Ereignisformvariablen dar. Sie stimmt beeindruckend gut mit dem Weltmittelwert von $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.1189 \pm 0.0010$ [32] überein. Ein

Monte Carlo - Modell wurde dafür nur zur Korrektur des b-Quark "Untergrundes" verwendet mit entsprechender Berücksichtigung seiner Unsicherheit im experimentell systematischen Fehler. Der zugrundeliegende Ansatz der Dressed Gluon Expansion wurde bereits auf anderen Gebieten erfolgreich angewandt, etwa dem Spektrum des Zerfalls von B-Hadronen, siehe Referenzen [121, 122, 123, 124].

Ausblick

- Die gemessenen Daten höherer Momente könnten zur Verbesserung der Abstimmung von Monte-Carlo-Generatoren im Multijetbereich eingesetzt werden. Dort zeigten die Generatoren PYTHIA, HERWIG und ARIADNE im allgemeinen die größten Defizite. Die Daten könnten auch besseren Monte Carlo - Generatoren zugute kommen, die noch nicht allgemein an LEP-Daten angepasst sind (und deshalb in dieser Arbeit nicht verwendet wurden). APACIC++ [125, 126] beinhaltet eine vollständigere Simulation der Abstrahlung harter Partonen. MC@NLO [127] verwendet die vollständigen NLO-Matrixelemente (ähnlich EVENT2, aber mit weitergehender Simulation des Ereignisses). Dieser Monte Carlo - Generator wird zur Simulation von Hadron-Kollisionen verwendet, eine Anwendung in e^+e^- -Annihilation wäre jedoch denkbar.
- Die Fehler in den Messungen der starken Kopplungskonstante sind stark durch die Skalenunsicherheit dominiert. Wesentlich genauere Messungen können deshalb erwartet werden, sobald NNLO-Berechnungen in absehbarer Zeit [128, 129] verfügbar werden.²
- Für andere Ereignisformvariablen liegen keine exakt entsprechenden Berechnungen der SDG-Näherung vor, weitergehende Vorhersagen können jedoch aus [131] erhalten werden: Aus kombinierten SDG/Shape Function-Berechnungen der differentiellen Verteilung von Thrust aber auch M_H^2 können durch Integration Vorhersagen für die Momente erhalten werden. Insbesondere können in der Integration auch Schnitte bei kleinen oder großen Werten der Ereignisformvariablen angewandt werden, was von experimenteller und auch theoretischer Seite interessant ist. Für das (vollständige) zweite Moment erhielt man eine Vorhersage folgender Form:

$$\begin{aligned} \langle (1 - T)^2 \rangle &= \langle (1 - T)^2 \rangle_{\text{pt.}} + E \cdot \frac{\alpha_s}{Q} + \frac{F}{Q^2} + \frac{B}{Q^3} \\ &\quad \text{mit in etwa folgenden Größen am Z-Peak:} \\ &\approx 0.006 + 1 \cdot 10^{-2} \frac{E}{\text{GeV}} + 1 \cdot 10^{-4} \frac{F}{\text{GeV}^2} + 1 \cdot 10^{-2} \frac{B}{\text{GeV}^3}. \end{aligned}$$

²Entsprechende Vorhersagen für Verteilungen von Thrust wurden soeben fertiggestellt [130].

- Von Interesse wäre eine Momentanalyse im *Renormalisation Group Invariant* - Ansatz [132, 133]. Dieser kann nur bei Observablen angewandt werden, die lediglich von einer Energieskala abhängen, etwa bei Mittelwerten von Ereignisformvariablen oder auch höheren Momenten (nicht aber Verteilungen). In [109] konnten hiermit Mittelwerte von Ereignisformvariablen rein perturbativ gut beschrieben werden, was – ähnlich unserer SDG-Analyse – die Interpretation der Energiepotenzkorrekturen im dispersiven Modell oder aus der Shape Function als genuin nichtperturbativ in Frage stellt.

Insgesamt zeigen sich die Momente als interessante Alternative zu klassifizierten Verteilungen: Es werden nichtlineare Effekte gemessen, verschiedene Bereiche des Phasenraums werden selektiv untersucht, und die Energieabhängigkeit tritt stark in den Vordergrund. Und ebendiese kann durch die Kombination der Experimente JADE und OPAL sehr genau untersucht werden.

Literaturverzeichnis

- [1] P. Pfeifenschneider. QCD analyses using jets in electron-positron annihilation at energies between 35 and 183 GeV. *Doktorarbeit*, 2000. RWTH Aachen.
- [2] JADE und OPAL Collaboration, P. Pfeifenschneider et al. QCD analyses using jets in electron-positron annihilations at energies between 35 and 189 GeV. *Eur. Phys. J.*, C17:19, 2000.
- [3] G. Abbiendi et al. Determination of α_s using jet rates at LEP with the OPAL detector. *Eur. Phys. J.*, C45:547, 2006.
- [4] P. Movilla Fernández. Studien zur Quantenchromodynamik und Messung der starken Kopplungskonstanten α_s bei $\sqrt{s}=14-44$ GeV mit dem JADE-Detektor. *Doktorarbeit*, 2003. RWTH Aachen.
- [5] S. Kluth. Studies of QCD using event shape observables in e^+e^- annihilation at the Z^0 energy. *Doktorarbeit*, 1995.
- [6] OPAL Collaboration, P. Acton et al. A determination of $\alpha_s(M_{Z^0})$ at LEP using resummed QCD calculations. *Z. Phys.*, C59:1, 1993.
- [7] JADE Collaboration, P. Movilla Fernández, O. Biebel, S. Bethke, S. Kluth, P. Pfeifenschneider et al. A study of event shapes and determinations of α_s using data of e^+e^- annihilations at $\sqrt{s} = 22$ GeV to 44 GeV. *Eur. Phys. J.*, C1:461, 1998.
- [8] P. Movilla Fernández. α_s and power corrections from JADE. In: *ICHEP 2002: Parallel Sessions*, S. Bentvelsen, P. de Jong, J. Koch, E. Laenen (Hrsg.), page 361, 2003. North-Holland.
- [9] ALEPH Collaboration, A. Heister et al. Studies of QCD at e^+e^- centre-of-mass energies between 91 GeV and 209 GeV. *Eur. Phys. J.*, C35:457, 2004.
- [10] L3 Collaboration, P. Achard et al. Studies of hadronic event structure in e^+e^- annihilation from 30 GeV to 209 GeV with the L3 detector. *Phys. Rept.*, 399:71, 2004.

- [11] DELPHI Collaboration, P. Abreu et al. Energy dependence of event shapes and of α_s at LEP2. *Physics Letters*, B456:322, 1999.
- [12] JADE Collaboration, P. Movilla Fernández, S. Bethke, O. Biebel, S. Kluth et al. Tests of power corrections for event shapes in $e^+ e^-$ annihilation. *Eur. Phys. J.*, C22:1, 2001.
- [13] M. Ford. Studies of event shape observables with the OPAL detector at LEP. *Doktorarbeit*, 2004. University of Cambridge.
- [14] Particle Data Group, W.-M. Yao et al. Review of particle physics. *J. Phys.*, G33:1, 2006.
- [15] LEP Working Group for Higgs boson searches, R. Barate et al. Search for the standard model Higgs boson at LEP. *Phys. Lett.*, B565:61, 2003.
- [16] H. Fritzsch, M. Gell-Mann, and H. Leutwyler. Advantages of the color octet gluon picture. *Phys. Lett.*, B47:365, 1973.
- [17] D. Gross and F. Wilczek. Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories. *Phys. Rev. Lett.*, 30:1343, 1973.
- [18] D. Gross and F. Wilczek. Asymptotically free gauge theories. 1. *Phys. Rev.*, D8:3633, 1973.
- [19] H. Politzer. Reliable perturbative results for strong interactions? *Phys. Rev. Lett.*, 30:1346, 1973.
- [20] M. Seymour. Quantum chromodynamics. *hep-ph/0505192*, 2005.
- [21] S. Weinberg. The quantum theory of fields. Vol. 1: Foundations. *Cambridge, UK: Univ. Pr.*, 1995.
- [22] C. Callan, Jr. Broken scale invariance in scalar field theory. *Phys. Rev.*, D2:1541, 1970.
- [23] K. Symanzik. Small distance behavior in field theory and power counting. *Commun. Math. Phys.*, 18:227, 1970.
- [24] T. van Ritbergen, J. Vermaseren, S. Larin. The four-loop beta function in quantum chromodynamics. *Phys. Lett.*, B400:379, 1997.
- [25] R. Ellis, W. Stirling, B. Webber. QCD and collider physics. *Cambridge Monographs on Particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology*, Vol. 8, 1996. Cambridge University Press.
- [26] OPAL Collaboration, P. Acton et al. A global determination of $\alpha_s(M_{Z^0})$ at LEP. *Z. Phys.*, C55:1, 1992.

- [27] S. Bethke. Determination of the QCD coupling α_s . *J. Phys.*, G26:R27, 2000.
- [28] O. Nachtmann. Phänomene und Konzepte der Elementarteilchenphysik. *Vieweg Verlag*, 1986.
- [29] S. Bethke. Standard model physics at LEP. *hep-ex/0001023*, 2000.
- [30] S. Kluth. Tests of quantum chromo dynamics at $e^+ e^-$ colliders. *Rept. Prog. Phys*, 69:1771, 2006.
- [31] G. Hanson et al. Evidence for jet structure in hadron production by $e^+ e^-$ annihilation. *Phys. Rev. Lett.*, 35:1609, 1975.
- [32] S. Bethke. Experimental tests of asymptotic freedom. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 58:351, 2006.
- [33] The ALEPH, DELPHI, L3, OPAL, SLD Collaborations, the LEP Electroweak Working Group, the SLD Electroweak and Heavy Flavour Groups. Precision electroweak measurements on the Z resonance. *Phys. Rept.*, 427:257, 2006.
- [34] OPAL Collaboration, K. Ackerstaff et al. Measurement of the strong coupling constant α_s and the vector and axial-vector spectral functions in hadronic tau decays. *Eur. Phys. J.*, C7:571, 1999.
- [35] S. Brandt, C. Peyrou, R. Sosnowski, A. Wroblewski. The principal axis of jets. An attempt to analyze high-energy collisions as two-body processes. *Phys. Lett.*, 12:57, 1964.
- [36] E. Fahren. A QCD test for jets. *Phys. Rev. Lett.*, 39:1587, 1977.
- [37] S. Brandt, H. Dahmen. Axes and scalar measures of two-jet and three-jet events. *Z. Phys.*, C1:61, 1979.
- [38] D. Barber et al. Discovery of three jet events and a test of quantum chromodynamics at PETRA energies. *Phys. Rev. Lett*, 43:830, 1979.
- [39] J. Bjorken, S. Brodsky. Statistical model for electron - positron annihilation into hadrons. *Phys. Rev*, D1:1416, 1970.
- [40] SLAC-LBL Collaboration, G. Hanson et al. Evidence for jet structure in hadron production by $e^+ e^-$ annihilation. *Phys. Rev. Lett*, 35:1609, 1975.
- [41] G. Parisi. Super inclusive cross-sections. *Phys. Lett.*, B74:65, 1978.
- [42] J. Donoghue, F. Low, S. Pi. Tensor analysis of hadronic jets in quantum chromodynamics. *Phys. Rev*, D20:2759, 1979.

- [43] R. Ellis, D. Ross, A. Terrano. The perturbative calculation of jet structure in $e^+ e^-$ annihilation. *Nucl. Phys.*, B178:421, 1981.
- [44] S. Catani, G. Turnock, B. Webber. Jet broadening measures in $e^+ e^-$ annihilation. *Phys. Lett.*, B295:269, 1992.
- [45] T. Chandramohan, L. Clavelli. Consequences of second order QCD for jet structure in $e^+ e^-$ annihilation. *Nucl. Phys.*, B184:365, 1981.
- [46] L. Clavelli, D. Wyler. Kinematical bounds on jet variables and the heavy jet mass distribution. *Phys. Lett.*, B103:383, 1981.
- [47] S. Catani et al. New clustering algorithm for multi - jet cross-sections in $e^+ e^-$ annihilation. *Phys. Lett.*, B269:432, 1991.
- [48] OPAL Collaboration, G. Abbiendi et al. Measurement of event shape distributions and moments in $e^+ e^- \rightarrow$ hadrons at 91 GeV - 209 GeV and a determination of α_s . *Eur. Phys. J.*, C40:287, 2005.
- [49] G. Korchemsky, S. Tafat. On power corrections to the event shape distributions in QCD. *JHEP*, 0010:010, 2000.
- [50] E. Gardi, G. Grunberg. Power corrections in the single dressed gluon approximation: The average thrust as a case study. *JHEP*, 9911:016, 1999.
- [51] T. Sjöstrand. High-energy physics event generation with PYTHIA 5.7 and JETSET 7.4. *Comput. Phys. Commun.*, 82:74, 1994.
- [52] R. Barlow. Statistics: A guide to the use of statistical methods in the Physical Sciences. *Wiley VCH*, 1989.
- [53] G. Sterman, S. Weinberg. Jets From Quantum Chromodynamics. *Phys. Rev. Lett.*, 39:1436, 1977.
- [54] S. Catani, M. Seymour. The dipole formalism for the calculation of QCD jet cross-sections at next-to-leading order. *Phys. Lett.*, B378:287, 1996.
- [55] S. Kluth. *Private Mitteilung*.
- [56] Z. Kunszt, P. Nason. Z Physics at LEP I (Hrsg. G. Altarelli, R. Kleiss und C. Verzegnassi). 1989. CERN 89-08.
- [57] P. Movilla Fernández. A guide to the resurrected JADE data and software. *JADE Computer Note*, 103.
- [58] OPAL Collaboration, J. Allison et al. The detector simulation program for the OPAL experiment at LEP. *Nucl. Instrum. Methods*, A317:47, 1992.

- [59] L. Lönnblad. ARIADNE version 4: A program for simulation of QCD cascades implementing the color dipole model. *Comput. Phys. Commun.*, 71:15, 1992.
- [60] G. Marchesini et al. HERWIG: A monte carlo event generator for simulating hadron emission reactions with interfering gluons. *Comput. Phys. Commun.*, 67:465, 1992.
- [61] G. Corcella et al. HERWIG 6.5 release note. *hep-ph/0210213*, 2002.
- [62] J. Fujimoto et al. Grc4f v1.1: A four fermion event generator for $e^+ e^-$ collisions. *Comput. Phys. Commun.*, 100:128, 1997.
- [63] S. Jadach et al. Monte carlo program KoralW 1.42 for all four-fermion final states in $e^+ e^-$ collisions. *Comput. Phys. Commun.*, 119:272, 1999.
- [64] M. Creutz. Quarks, gluons and lattices. Cambridge, Uk: Univ. Pr. (1983) 169 P. (Cambridge Monographs On Mathematical Physics).
- [65] F. Barreiro. Jets in $e^+ e^-$ annihilation and QCD. *Fortschr. Phys.*, 34:503, 1986.
- [66] F. Dyson. Divergence of perturbation theory in quantum electrodynamics. *Phys. Rev.*, 85:631, 1952.
- [67] M. Beneke. Renormalons. *Phys. Rept.*, 317:1, 1999.
- [68] Y. Dokshitzer, G. Marchesini, B. Webber. Dispersive approach to power-behaved contributions in QCD hard processes. *Nucl. Phys.*, B469:93, 1996.
- [69] Y. Dokshitzer, G. Marchesini, B. Webber. Calculation of power corrections to hadronic event shapes. *Phys. Lett.*, B352:451, 1995.
- [70] Y. Dokshitzer. Perturbative QCD theory (includes our knowledge of α_s). *hep-ph/9812252*, 1998.
- [71] Y. Dokshitzer, A. Lucenti, G. Marchesini, G. Salam. Universality of $1/Q$ corrections to jet-shape observables rescued. *Nucl. Phys.*, B511:396, 1998.
- [72] Y. Dokshitzer, A. Lucenti, G. Marchesini, G. Salam. On the universality of the Milan factor for $1/Q$ power corrections to jet shapes. *JHEP*, 05:003, 1998.
- [73] Y. Dokshitzer, G. Marchesini, G. Salam. Revisiting non-perturbative effects in the jet broadenings. *Eur. Phys. J. direct*, C1:3, 1999.

- [74] A. Belitsky, G. Korchemsky, G. Sterman. Energy flow in QCD and event shape functions. *Phys. Lett.*, B515:297, 2001.
- [75] E. Gardi. Suppressed power corrections for moments of event-shape variables in $e^+ e^-$ annihilation. *JHEP*, 0004:030, 2000.
- [76] H. Lu. Dressed skeleton expansion and the coupling scale ambiguity problem. *Doktorarbeit*, 1992. Stanford Linear Accelerator Center, CA.
- [77] A. Jaffe, E. Witten. Quantum Yang-Mills theory. http://www.claymath.org/millennium/Yang-Mills_Theory/.
- [78] B. Naroska. $e^+ e^-$ physics with the JADE detector at PETRA. *Phys. Rept.*, 148:67, 1987.
- [79] J. Schieck. *Private Mitteilung*.
- [80] OPAL Collaboration, K. Ahmet et al. The OPAL detector at LEP. *Nucl. Instrum. and Methods*, A305:275, 1991.
- [81] OPAL Collaboration, S. Anderson et al. The extended OPAL silicon microvertex detector. *Nucl. Instrum. and Methods*, A403:326, 1998.
- [82] OPAL Collaboration, G. Aguillion et al. Thin scintillating tiles with high light yield for the OPAL detector. *Nucl. Instrum. and Methods*, A417:266, 1998.
- [83] JADE Collaboration, C. Pahl, S. Kluth, S. Bethke, P. Movilla Fernández, J. Schieck et al. Study of moments of event shapes in $e^+ e^-$ annihilation using JADE data. *hep-ex/0408123*, 2004.
- [84] JADE Collaboration, S. Bethke et al. Experimental investigation of the energy dependence of the strong coupling strength. *Phys. Lett.*, B213:235, 1988.
- [85] E. Elsen. Detector monte carlos. *JADE Computer Note*, 54.
- [86] E. Elsen. Multihadronerzeugung in e^+e^- Vernichtung bei PETRA-Energien und Vergleich mit Aussagen der Quantenchromodynamik. *Doktorarbeit*, 1981. Universität Hamburg.
- [87] C. Bowdery und J. Olsen. The JADE supervisor program. *JADE Computer Note*, 73.
- [88] OPAL Collaboration, G. Alexander et al. A comparison of b and (u d s) quark jets to gluon jets. *Z. Phys.*, C69:543, 1996.
- [89] OPAL Collaboration, G. Abbiendi et al. Tests of models of color reconnection and a search for glueballs using gluon jets with a rapidity gap. *Eur. Phys. J.*, C35:293, 2004.

- [90] JADE Collaboration, W. Bartel et al. Total cross-section for hadron production by $e^+ e^-$ annihilation at PETRA energies. *Phys. Lett.*, B88:171, 1979.
- [91] JADE Collaboration, W. Bartel et al. Precise measurement of total cross-sections for the process $e^+ e^- \rightarrow$ multi-hadrons in the center-of-mass energy range between 12.0 GeV and 36.4 GeV. *Phys. Lett.*, B129:145, 1983.
- [92] OPAL Collaboration, G. Alexander et al. Measurement of the Z^0 line shape parameters and the electroweak couplings of charged leptons. *Z. Phys.*, C52:175, 1991.
- [93] OPAL Collaboration, G. Abbiendi et al. Tests of the standard model and constraints on new physics from measurements of fermion pair production at 189 GeV to 209 GeV at LEP. *Eur. Phys. J.*, C33:173, 2004.
- [94] OPAL Collaboration, G. Abbiendi et al. $W^+ W^-$ production cross-section and W branching fractions in $e^+ e^-$ collisions at 189 GeV. *Phys. Lett.*, B493:249, 2000.
- [95] OPAL Collaboration, G. Abbiendi et al. QCD studies with $e^+ e^-$ annihilation data at 172 GeV - 189 GeV. *Eur. Phys. J.*, C16:185, 2000.
- [96] F. Berends, R. Pittau, and R. Kleiss. Excalibur: A monte carlo program to evaluate all four fermion processes at LEP-200 and beyond. *Comput. Phys. Commun.*, 85:437, 1995.
- [97] OPAL Collaboration, G. Abbiendi et al. Charged particle momentum spectra in $e^+ e^-$ annihilation at $\sqrt{s} = 192$ GeV - 209 GeV. *Eur. Phys. J.*, C27:467, 2003.
- [98] OPAL Collaboration, G. Abbiendi et al. Search for the standard model Higgs boson with the OPAL detector at LEP. *Eur. Phys. J.*, C26:479, 2003.
- [99] R. Barlow. Asymmetric systematic errors. *physics/0306138*, 2003.
- [100] OPAL Collaboration, G. Alexander et al. QCD studies with $e^+ e^-$ annihilation data at 130 GeV and 136 GeV. *Z. Phys*, C72:191, 1996.
- [101] F. James, M. Roos. MINUIT. Function minimization and error analysis. *CERN program library*, D506.
- [102] J. Schieck. Measurement of α_s in $e^+ e^-$ collisions at LEP and JADE. *hep-ex/0610013*, 2006.

- [103] JADE Collaboration, J. Schieck et al. Measurement of the strong coupling α_s from the four-jet rate in $e^+ e^-$ annihilation using JADE data. *Eur. Phys. J.*, C48:3, 2006.
- [104] OPAL Collaboration, G. Abbiendi et al. Measurement of the strong coupling α_s from four-jet observables in $e^+ e^-$ annihilation. *Eur. Phys. J.*, C47:295, 2006.
- [105] M. Dasgupta and G. Salam. Resummation of non-global QCD observables. *Phys. Lett.*, B512:323–330, 2001.
- [106] OPAL Collaboration Study of the running of α_s between LEP1 and LEP2. *OPAL Physics Note*, PN 310, 1997.
- [107] D. Barclay, C. Maxwell, M. Reader. Extracting $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$ from experiment. *Phys. Rev.*, D49:3480, 1994.
- [108] O. Biebel. Experimental tests of the strong interaction and its energy dependence in electron positron annihilation. *Phys. Rept.*, 340:165, 2001.
- [109] DELPHI Collaboration, J. Abdallah et al. A study of the energy evolution of event shape distributions and their means with the DELPHI detector at LEP. *Eur. Phys. J.*, C29:285, 2003.
- [110] B. Webber. Renormalon phenomena in jets and hard processes. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 71:66, 1999.
- [111] Y. Dokshitzer, B. Webber. Power corrections to event shape distributions. *Phys. Lett.*, B404:321, 1997.
- [112] P. Movilla Fernández. Event shapes from JADE data and studies of power corrections. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 74:384, 1999.
- [113] O. Biebel. Combined QCD analysis of $e^+ e^-$ data at $\sqrt{s}=14$ GeV to 172 GeV. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 64:22, 1998.
- [114] P. Movilla Fernández. Measurement of C parameter and determinations of α_s from C parameter and jet broadening at PETRA energies. *hep-ex/9807007*. PITHA 98/21.
- [115] G. Salam, D. Wicke. Hadron masses and power corrections to event shapes. *JHEP*, 05:061, 2001.
- [116] G. Korchemsky. *Private Mitteilung*.
- [117] B. Webber. Monte carlo simulation of hard hadronic processes. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 36:253, 1986.

- [118] L3 Collaboration, M. Acciarri et al. QCD studies in $e^+ e^-$ annihilation from 30 GeV to 189 GeV. *Phys. Lett.*, B489:65, 2000.
- [119] E. Gardi. *Private Mitteilung*.
- [120] G. Grunberg. *Private Mitteilung*.
- [121] J. Andersen, E. Gardi. Radiative B decay spectrum: DGE at NNLO. *hep-ph/0609250*, 2006.
- [122] J. Andersen, E. Gardi. Taming the $B \rightarrow X/s$ gamma spectrum by dressed gluon exponentiation. *JHEP*, 06:030, 2005.
- [123] J. Andersen, E. Gardi. Inclusive spectra in charmless semileptonic B decays by dressed gluon exponentiation. *JHEP*, 01:097, 2006.
- [124] M. Cacciari, E. Gardi. Heavy-quark fragmentation. *Nucl. Phys.*, B664:299, 2003.
- [125] R. Kuhn, F. Krauss, B. Ivanyi, G. Soff. APACIC++: A PArton Cascade In C++, version 1.0. *Comput. Phys. Commun.*, 134:223, 2001.
- [126] F. Krauss, A. Schaliche, G. Soff. APACIC++ 2.0: A PArton Cascade in C++. *Comput. Phys. Commun.*, 174:876–902, 2006.
- [127] S. Frixione, B. Webber. Matching NLO QCD computations and parton shower simulations. *JHEP*, 06:029, 2002.
- [128] T. Gehrmann. Status of NNLO jet calculations. *In the Proceedings of FRIF workshop on first principles non-perturbative QCD of hadron jets, LPTHE, Paris, France, 12-14 Jan 2006*.
- [129] S. Weinzierl. Status of jet cross sections to NNLO. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 160:126, 2006.
- [130] A. Gehrmann-De Ridder, T. Gehrmann, E. Glover, G. Heinrich. First results on $e^+e^- \rightarrow 3$ jets at NNLO. *arXiv: 0709.1608 [hep-ph]*.
- [131] E. Gardi, J. Rathsmann. The thrust and heavy-jet mass distributions in the two-jet region. *Nucl. Phys.*, B638:243, 2002.
- [132] A. Dhar, V. Gupta. A new perturbative approach to renormalizable field theories. *Phys. Rev.*, D29:2822, 1984.
- [133] J. Korner, F. Krajewski, A. Pivovarov. Strong coupling constant from tau decay within renormalization scheme invariant treatment. *Phys. Rev.*, D63:036001, 2001.

Anhang A

Momente der Ereignisformvariablen auf Detektorniveau

Die ersten fünf Momente der Ereignisformvariablen $1 - T$, M_H , C , B_T , B_W , y_{23} , $T_{\text{maj.}}$, $T_{\text{min.}}$, S , O , M_L und B_N auf Detektorniveau sind in den Figuren A.1 und A.2 gezeigt.

Da hier die Übereinstimmung mit Monte Carlo-Modellen untersucht wird, werden Daten an einzelnen Energiepunkten gezeigt, und zwar repräsentativ an den vier JADE - Punkten 14.0 GeV, 22.0 GeV, 35.0 GeV, 43.8 GeV, dem LEP 1 - Punkt von 91.3 GeV (Daten lediglich aus dem Jahr 2000), dem LEP 1.5 - Punkt von 130.3 GeV, sowie den zwei LEP 2 - Punkten mit höchster Statistik, 188.6 GeV und 206.6 GeV. In den Figuren A.1 und A.2 sind die von den Modellen PYTHIA 6.1, HERWIG 6.2 und ARIADNE 4.11 vorhergesagten Momente mit Linien überlagert gezeigt.

Alle drei Modelle beschreiben die Daten meist qualitativ zutreffend. Die größten relativen Abweichungen bestehen erwartungsgemäß bei den Datensätzen mit maximaler Statistik, 91.3 GeV und 35.0 GeV.

Allgemein besser beschrieben werden die Momente von $1 - T$, C , B_T , B_W und M_H , sowie die nicht zu hohen Momente von y_{23} . Dies sind die einzigen Ereignisformvariablen, die in der vorliegenden Arbeit mit theoretischen Vorhersagen verglichen werden. Größere Abweichungen gibt es insbesondere bei den Momenten von $T_{\text{maj.}}$, $T_{\text{min.}}$, M_L und O . Die Ereignisformvariablen $T_{\text{maj.}}$ und M_L sind Vierjetvariablen, vgl. Abschnitt 2.4; und bekanntermaßen beschreiben die verwendeten Monte Carlo - Modelle den Multijetbereich nicht gut. Die Abweichungen sind allgemein oft höher für höhere Momentenordnung. Die Vorhersage von HERWIG liegt meist über derjenigen von PYTHIA und ARIADNE, diese sind oft fast identisch.

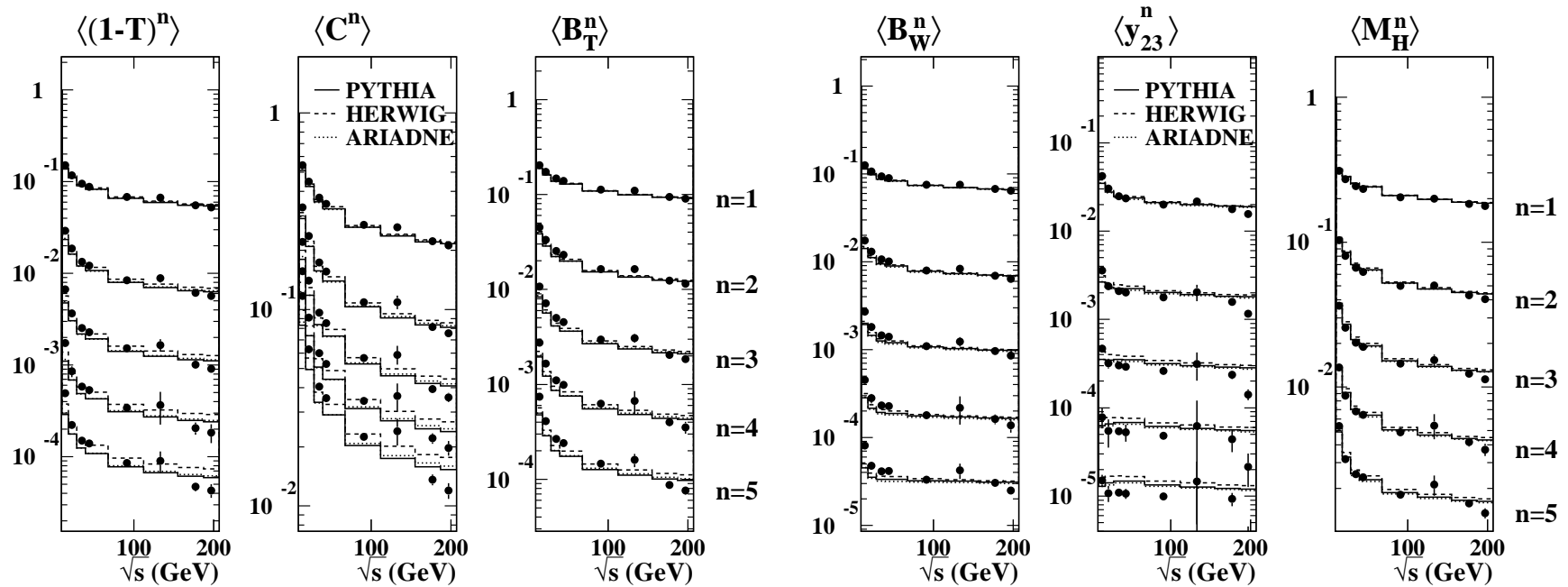


Abbildung A.1: Momente von Thrust, $\langle(1 - T)^n\rangle$, C -Parameter, $\langle C^n\rangle$, Total Jet Broadening, $\langle B_T^n\rangle$, Wide Jet Broadening, $\langle B_W^n\rangle$, Durham Zweijet-Flippparameter, $\langle y_{23}^n\rangle$, und Heavy Jet Mass, $\langle M_H^n\rangle$, für $n = 1 \dots 5$ auf Detektorniveau an acht repräsentativen Energiepunkten – 14.0 GeV, 22.0 GeV, 35.0 GeV, 43.8 GeV, 91.3 GeV (Jahr 2000), 130.3 GeV, 188.6 GeV und 206.6 GeV. Die Fehlerbalken zeigen die statistischen Fehler. Die Vorhersagen des Monte Carlo Modells PYTHIA, HERWIG und ARIADNE sind – wie beschrieben im Text – mit Linien überlagert.

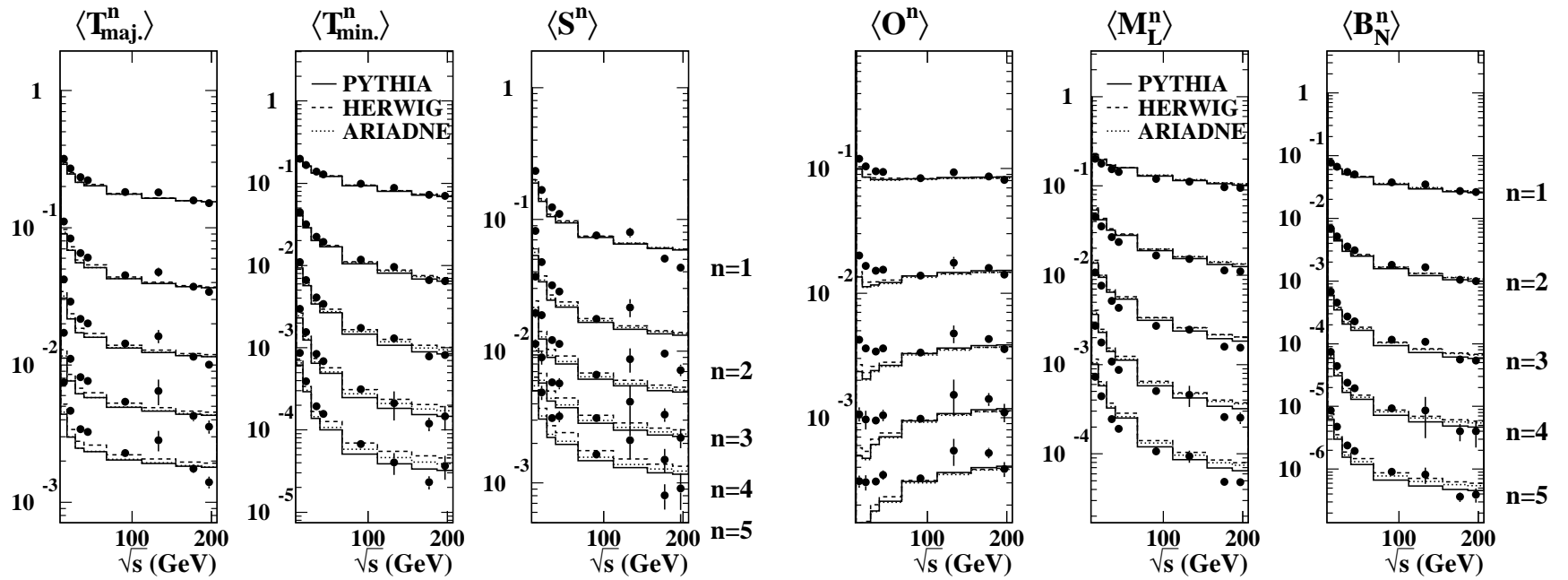


Abbildung A.2: Momente von Thrust Major, $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$, Thrust Minor, $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$, Sphärizität, $\langle S^n \rangle$, Oblateness, $\langle O^n \rangle$, Light Jet Mass, $\langle M_L^n \rangle$, und Narrow Jet Broadening, $\langle B_N^n \rangle$, für $n = 1 \dots 5$ auf Detektorniveau an acht repräsentativen Energiepunkten – 14.0 GeV, 22.0 GeV, 35.0 GeV, 43.8 GeV, 91.3 GeV (Jahr 2000), 130.3 GeV, 188.6 GeV und 206.6 GeV. Die Fehlerbalken zeigen die statistischen Fehler. Die Vorhersagen des Monte Carlo Modells PYTHIA, HERWIG und ARIADNE sind – wie beschrieben im Text – mit Linien überlagert.

Anhang B

Messtabellen für Momente der Ereignisformvariablen auf Hadronniveau

Dieser Anhang enthält die Messergebnisse für die Momente der Verteilungen auf Hadronniveau

1. der Ereignisformvariablen $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} und M_H bei den JADE-Energien 14.0, 22.0, 34.6, 35.0 und 38.3 GeV.
2. der Ereignisformvariablen $T_{\text{maj.}}$, $T_{\text{min.}}$, S , O , M_L und B_N bei den JADE-Energien 14.0, 22.0, 34.6, 35.0 und 38.3 GeV.
3. der Ereignisformvariablen $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} und M_H bei der JADE-Energie 43.8 GeV und den OPAL-Energien 91.3, 133.1, 161.3 und 172.1 GeV.
4. der Ereignisformvariablen $T_{\text{maj.}}$, $T_{\text{min.}}$, S , O , M_L und B_N bei der JADE-Energie 43.8 GeV und den OPAL-Energien 91.3, 133.1, 161.3 und 172.1 GeV.
5. der Ereignisformvariablen $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} und M_H bei den OPAL-Energien 182.7, 188.6, 191.6 und 195.5 GeV.
6. der Ereignisformvariablen $T_{\text{maj.}}$, $T_{\text{min.}}$, S , O , M_L und B_N bei den OPAL-Energien 182.7, 188.6, 191.6 und 195.5 GeV.
7. der Ereignisformvariablen $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} und M_H bei den OPAL-Energien 199.5, 201.6, 204.9 und 206.6 GeV.
8. der Ereignisformvariablen $T_{\text{maj.}}$, $T_{\text{min.}}$, S , O , M_L und B_N bei den OPAL-Energien 199.5, 201.6, 204.9 und 206.6 GeV.

| n | $\langle(1-T)^n\rangle$ bei 14.0 GeV | $\langle(1-T)^n\rangle$ bei 22.0 GeV | $\langle(1-T)^n\rangle$ bei 34.6 GeV | $\langle(1-T)^n\rangle$ bei 35.0 GeV | $\langle(1-T)^n\rangle$ bei 38.3 GeV |
|-----|---|---|--|---|---|
| 1 | $(1.363 \pm 0.022 \pm 0.044) \cdot 10^{-1}$ | $(1.102 \pm 0.021 \pm 0.027) \cdot 10^{-1}$ | $(8.90 \pm 0.07 \pm 0.12) \cdot 10^{-2}$ | $(9.08 \pm 0.06 \pm 0.18) \cdot 10^{-2}$ | $(8.96 \pm 0.19 \pm 0.22) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(2.24 \pm 0.08 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$ | $(1.639 \pm 0.066 \pm 0.085) \cdot 10^{-2}$ | $(1.183 \pm 0.020 \pm 0.020) \cdot 10^{-2}$ | $(1.225 \pm 0.019 \pm 0.045) \cdot 10^{-2}$ | $(1.253 \pm 0.056 \pm 0.059) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(4.27 \pm 0.28 \pm 0.47) \cdot 10^{-3}$ | $(3.14 \pm 0.20 \pm 0.26) \cdot 10^{-3}$ | $(2.155 \pm 0.059 \pm 0.041) \cdot 10^{-3}$ | $(2.26 \pm 0.05 \pm 0.11) \cdot 10^{-3}$ | $(2.40 \pm 0.16 \pm 0.17) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(9.2 \pm 0.9 \pm 1.5) \cdot 10^{-4}$ | $(7.24 \pm 0.64 \pm 0.84) \cdot 10^{-4}$ | $(4.85 \pm 0.18 \pm 0.13) \cdot 10^{-4}$ | $(5.14 \pm 0.17 \pm 0.29) \cdot 10^{-4}$ | $(5.57 \pm 0.49 \pm 0.51) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(2.16 \pm 0.32 \pm 0.49) \cdot 10^{-4}$ | $(1.89 \pm 0.22 \pm 0.29) \cdot 10^{-4}$ | $(1.246 \pm 0.060 \pm 0.053) \cdot 10^{-4}$ | $(1.332 \pm 0.056 \pm 0.083) \cdot 10^{-4}$ | $(1.45 \pm 0.16 \pm 0.16) \cdot 10^{-4}$ |
| n | $\langle C^n \rangle$ bei 14.0 GeV | $\langle C^n \rangle$ bei 22.0 GeV | $\langle C^n \rangle$ bei 34.6 GeV | $\langle C^n \rangle$ bei 35.0 GeV | $\langle C^n \rangle$ bei 38.3 GeV |
| 1 | $(5.11 \pm 0.05 \pm 0.11) \cdot 10^{-1}$ | $(4.221 \pm 0.057 \pm 0.072) \cdot 10^{-1}$ | $(3.484 \pm 0.021 \pm 0.038) \cdot 10^{-1}$ | $(3.537 \pm 0.019 \pm 0.056) \cdot 10^{-1}$ | $(3.448 \pm 0.056 \pm 0.064) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(2.88 \pm 0.06 \pm 0.13) \cdot 10^{-1}$ | $(2.094 \pm 0.055 \pm 0.070) \cdot 10^{-1}$ | $(1.544 \pm 0.018 \pm 0.026) \cdot 10^{-1}$ | $(1.584 \pm 0.016 \pm 0.047) \cdot 10^{-1}$ | $(1.563 \pm 0.048 \pm 0.052) \cdot 10^{-1}$ |
| 3 | $(1.75 \pm 0.06 \pm 0.11) \cdot 10^{-1}$ | $(1.186 \pm 0.046 \pm 0.061) \cdot 10^{-1}$ | $(8.24 \pm 0.14 \pm 0.16) \cdot 10^{-2}$ | $(8.51 \pm 0.13 \pm 0.34) \cdot 10^{-2}$ | $(8.61 \pm 0.38 \pm 0.39) \cdot 10^{-2}$ |
| 4 | $(1.128 \pm 0.050 \pm 0.099) \cdot 10^{-1}$ | $(7.45 \pm 0.38 \pm 0.52) \cdot 10^{-2}$ | $(5.01 \pm 0.11 \pm 0.10) \cdot 10^{-2}$ | $(5.21 \pm 0.10 \pm 0.25) \cdot 10^{-2}$ | $(5.39 \pm 0.30 \pm 0.30) \cdot 10^{-2}$ |
| 5 | $(7.64 \pm 0.44 \pm 0.85) \cdot 10^{-2}$ | $(5.06 \pm 0.31 \pm 0.45) \cdot 10^{-2}$ | $(3.333 \pm 0.089 \pm 0.076) \cdot 10^{-2}$ | $(3.48 \pm 0.08 \pm 0.19) \cdot 10^{-2}$ | $(3.66 \pm 0.24 \pm 0.24) \cdot 10^{-2}$ |
| n | $\langle B_T^n \rangle$ bei 14.0 GeV | $\langle B_T^n \rangle$ bei 22.0 GeV | $\langle B_T^n \rangle$ bei 34.6 GeV | $\langle B_T^n \rangle$ bei 35.0 GeV | $\langle B_T^n \rangle$ bei 38.3 GeV |
| 1 | $(1.889 \pm 0.017 \pm 0.032) \cdot 10^{-1}$ | $(1.613 \pm 0.018 \pm 0.019) \cdot 10^{-1}$ | $(1.3682 \pm 0.0064 \pm 0.0094) \cdot 10^{-1}$ | $(1.385 \pm 0.006 \pm 0.015) \cdot 10^{-1}$ | $(1.356 \pm 0.018 \pm 0.019) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(3.82 \pm 0.07 \pm 0.14) \cdot 10^{-2}$ | $(2.909 \pm 0.067 \pm 0.072) \cdot 10^{-2}$ | $(2.193 \pm 0.021 \pm 0.026) \cdot 10^{-2}$ | $(2.243 \pm 0.020 \pm 0.053) \cdot 10^{-2}$ | $(2.215 \pm 0.059 \pm 0.062) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(8.21 \pm 0.25 \pm 0.46) \cdot 10^{-3}$ | $(5.84 \pm 0.21 \pm 0.23) \cdot 10^{-3}$ | $(4.075 \pm 0.062 \pm 0.063) \cdot 10^{-3}$ | $(4.21 \pm 0.06 \pm 0.15) \cdot 10^{-3}$ | $(4.26 \pm 0.17 \pm 0.18) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(1.86 \pm 0.08 \pm 0.15) \cdot 10^{-3}$ | $(1.293 \pm 0.063 \pm 0.070) \cdot 10^{-3}$ | $(8.58 \pm 0.18 \pm 0.16) \cdot 10^{-4}$ | $(8.95 \pm 0.17 \pm 0.41) \cdot 10^{-4}$ | $(9.30 \pm 0.51 \pm 0.51) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(4.44 \pm 0.28 \pm 0.48) \cdot 10^{-4}$ | $(3.11 \pm 0.19 \pm 0.22) \cdot 10^{-4}$ | $(1.998 \pm 0.055 \pm 0.047) \cdot 10^{-4}$ | $(2.10 \pm 0.05 \pm 0.12) \cdot 10^{-4}$ | $(2.24 \pm 0.15 \pm 0.15) \cdot 10^{-4}$ |
| n | $\langle B_W^n \rangle$ bei 14.0 GeV | $\langle B_W^n \rangle$ bei 22.0 GeV | $\langle B_W^n \rangle$ bei 34.6 GeV | $\langle B_W^n \rangle$ bei 35.0 GeV | $\langle B_W^n \rangle$ bei 38.3 GeV |
| 1 | $(1.154 \pm 0.012 \pm 0.014) \cdot 10^{-1}$ | $(9.92 \pm 0.12 \pm 0.12) \cdot 10^{-2}$ | $(8.706 \pm 0.047 \pm 0.081) \cdot 10^{-2}$ | $(8.84 \pm 0.04 \pm 0.13) \cdot 10^{-2}$ | $(8.73 \pm 0.13 \pm 0.17) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(1.454 \pm 0.032 \pm 0.034) \cdot 10^{-2}$ | $(1.133 \pm 0.030 \pm 0.028) \cdot 10^{-2}$ | $(9.42 \pm 0.11 \pm 0.19) \cdot 10^{-3}$ | $(9.72 \pm 0.10 \pm 0.30) \cdot 10^{-3}$ | $(9.72 \pm 0.30 \pm 0.40) \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | $(1.993 \pm 0.071 \pm 0.066) \cdot 10^{-3}$ | $(1.486 \pm 0.063 \pm 0.059) \cdot 10^{-3}$ | $(1.243 \pm 0.023 \pm 0.041) \cdot 10^{-3}$ | $(1.304 \pm 0.022 \pm 0.060) \cdot 10^{-3}$ | $(1.335 \pm 0.065 \pm 0.085) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(2.95 \pm 0.16 \pm 0.12) \cdot 10^{-4}$ | $(2.21 \pm 0.14 \pm 0.13) \cdot 10^{-4}$ | $(1.917 \pm 0.051 \pm 0.083) \cdot 10^{-4}$ | $(2.05 \pm 0.05 \pm 0.12) \cdot 10^{-4}$ | $(2.14 \pm 0.14 \pm 0.19) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(4.68 \pm 0.34 \pm 0.23) \cdot 10^{-5}$ | $(3.65 \pm 0.31 \pm 0.32) \cdot 10^{-5}$ | $(3.31 \pm 0.11 \pm 0.17) \cdot 10^{-5}$ | $(3.60 \pm 0.11 \pm 0.23) \cdot 10^{-5}$ | $(3.80 \pm 0.33 \pm 0.44) \cdot 10^{-5}$ |
| n | $\langle y_{23}^n \rangle$ bei 14.0 GeV | $\langle y_{23}^n \rangle$ bei 22.0 GeV | $\langle y_{23}^n \rangle$ bei 34.6 GeV | $\langle y_{23}^n \rangle$ bei 35.0 GeV | $\langle y_{23}^n \rangle$ bei 38.3 GeV |
| 1 | $(3.44 \pm 0.12 \pm 0.16) \cdot 10^{-2}$ | $(2.84 \pm 0.12 \pm 0.09) \cdot 10^{-2}$ | $(2.406 \pm 0.042 \pm 0.035) \cdot 10^{-2}$ | $(2.516 \pm 0.040 \pm 0.058) \cdot 10^{-2}$ | $(2.70 \pm 0.12 \pm 0.17) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(2.40 \pm 0.22 \pm 0.22) \cdot 10^{-3}$ | $(2.47 \pm 0.23 \pm 0.17) \cdot 10^{-3}$ | $(2.194 \pm 0.083 \pm 0.042) \cdot 10^{-3}$ | $(2.344 \pm 0.079 \pm 0.065) \cdot 10^{-3}$ | $(2.78 \pm 0.25 \pm 0.31) \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | $(2.85 \pm 0.50 \pm 0.30) \cdot 10^{-4}$ | $(3.82 \pm 0.55 \pm 0.33) \cdot 10^{-4}$ | $(3.44 \pm 0.19 \pm 0.14) \cdot 10^{-4}$ | $(3.68 \pm 0.18 \pm 0.21) \cdot 10^{-4}$ | $(4.54 \pm 0.60 \pm 0.72) \cdot 10^{-4}$ |
| 4 | $(4.7 \pm 1.2 \pm 0.5) \cdot 10^{-5}$ | $(7.5 \pm 1.4 \pm 0.7) \cdot 10^{-5}$ | $(6.71 \pm 0.50 \pm 0.43) \cdot 10^{-5}$ | $(7.12 \pm 0.47 \pm 0.68) \cdot 10^{-5}$ | $(8.9 \pm 1.5 \pm 1.9) \cdot 10^{-5}$ |
| 5 | $(9.2 \pm 3.3 \pm 1.3) \cdot 10^{-6}$ | $(1.63 \pm 0.38 \pm 0.17) \cdot 10^{-5}$ | $(1.47 \pm 0.13 \pm 0.13) \cdot 10^{-5}$ | $(1.54 \pm 0.13 \pm 0.20) \cdot 10^{-5}$ | $(1.95 \pm 0.42 \pm 0.53) \cdot 10^{-5}$ |
| n | $\langle M_H^n \rangle$ bei 14.0 GeV | $\langle M_H^n \rangle$ bei 22.0 GeV | $\langle M_H^n \rangle$ bei 34.6 GeV | $\langle M_H^n \rangle$ bei 35.0 GeV | $\langle M_H^n \rangle$ bei 38.3 GeV |
| 1 | $(3.185 \pm 0.025 \pm 0.043) \cdot 10^{-1}$ | $(2.812 \pm 0.026 \pm 0.033) \cdot 10^{-1}$ | $(2.515 \pm 0.010 \pm 0.024) \cdot 10^{-1}$ | $(2.543 \pm 0.009 \pm 0.018) \cdot 10^{-1}$ | $(2.503 \pm 0.027 \pm 0.020) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(1.061 \pm 0.017 \pm 0.028) \cdot 10^{-1}$ | $(8.42 \pm 0.16 \pm 0.19) \cdot 10^{-2}$ | $(6.956 \pm 0.057 \pm 0.094) \cdot 10^{-2}$ | $(7.112 \pm 0.052 \pm 0.082) \cdot 10^{-2}$ | $(6.99 \pm 0.16 \pm 0.10) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(3.68 \pm 0.10 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$ | $(2.679 \pm 0.081 \pm 0.091) \cdot 10^{-2}$ | $(2.111 \pm 0.028 \pm 0.030) \cdot 10^{-2}$ | $(2.183 \pm 0.026 \pm 0.035) \cdot 10^{-2}$ | $(2.164 \pm 0.076 \pm 0.051) \cdot 10^{-2}$ |
| 4 | $(1.330 \pm 0.050 \pm 0.076) \cdot 10^{-2}$ | $(9.04 \pm 0.39 \pm 0.41) \cdot 10^{-3}$ | $(6.99 \pm 0.13 \pm 0.10) \cdot 10^{-3}$ | $(7.32 \pm 0.12 \pm 0.17) \cdot 10^{-3}$ | $(7.33 \pm 0.36 \pm 0.30) \cdot 10^{-3}$ |
| 5 | $(4.98 \pm 0.26 \pm 0.38) \cdot 10^{-3}$ | $(3.23 \pm 0.19 \pm 0.20) \cdot 10^{-3}$ | $(2.505 \pm 0.063 \pm 0.045) \cdot 10^{-3}$ | $(2.656 \pm 0.060 \pm 0.086) \cdot 10^{-3}$ | $(2.69 \pm 0.17 \pm 0.18) \cdot 10^{-3}$ |

Tabelle B.1: Momente der Verteilungen von $1-T$, C , B_T , B_W , y_{23} und M_H auf Hadronniveau bei den JADE-Energien 14.0, 22.0, 34.6, 35.0 und 38.3 GeV. Die erste Unsicherheit ist statistisch, die zweite systematisch.

| n | $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$ bei 14.0 GeV | $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$ bei 22.0 GeV | $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$ bei 34.6 GeV | $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$ bei 35.0 GeV | $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$ bei 38.3 GeV |
|-----|--|--|--|--|--|
| 1 | $(2.913 \pm 0.027 \pm 0.041) \cdot 10^{-1}$ | $(2.489 \pm 0.030 \pm 0.021) \cdot 10^{-1}$ | $(2.127 \pm 0.011 \pm 0.013) \cdot 10^{-1}$ | $(2.159 \pm 0.010 \pm 0.023) \cdot 10^{-1}$ | $(2.136 \pm 0.031 \pm 0.029) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(9.14 \pm 0.18 \pm 0.27) \cdot 10^{-2}$ | $(7.08 \pm 0.18 \pm 0.13) \cdot 10^{-2}$ | $(5.483 \pm 0.060 \pm 0.054) \cdot 10^{-2}$ | $(5.64 \pm 0.06 \pm 0.13) \cdot 10^{-2}$ | $(5.72 \pm 0.17 \pm 0.18) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(3.08 \pm 0.10 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$ | $(2.301 \pm 0.092 \pm 0.066) \cdot 10^{-2}$ | $(1.691 \pm 0.029 \pm 0.023) \cdot 10^{-2}$ | $(1.768 \pm 0.028 \pm 0.065) \cdot 10^{-2}$ | $(1.867 \pm 0.084 \pm 0.094) \cdot 10^{-2}$ |
| 4 | $(1.110 \pm 0.053 \pm 0.074) \cdot 10^{-2}$ | $(8.44 \pm 0.47 \pm 0.34) \cdot 10^{-3}$ | $(6.05 \pm 0.14 \pm 0.12) \cdot 10^{-3}$ | $(6.43 \pm 0.14 \pm 0.31) \cdot 10^{-3}$ | $(7.06 \pm 0.43 \pm 0.51) \cdot 10^{-3}$ |
| 5 | $(4.26 \pm 0.28 \pm 0.37) \cdot 10^{-3}$ | $(3.42 \pm 0.25 \pm 0.18) \cdot 10^{-3}$ | $(2.412 \pm 0.074 \pm 0.066) \cdot 10^{-3}$ | $(2.61 \pm 0.07 \pm 0.15) \cdot 10^{-3}$ | $(2.96 \pm 0.23 \pm 0.28) \cdot 10^{-3}$ |
| n | $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$ bei 14.0 GeV | $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$ bei 22.0 GeV | $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$ bei 34.6 GeV | $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$ bei 35.0 GeV | $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$ bei 38.3 GeV |
| 1 | $(1.896 \pm 0.020 \pm 0.047) \cdot 10^{-1}$ | $(1.603 \pm 0.019 \pm 0.035) \cdot 10^{-1}$ | $(1.327 \pm 0.006 \pm 0.014) \cdot 10^{-1}$ | $(1.334 \pm 0.005 \pm 0.019) \cdot 10^{-1}$ | $(1.273 \pm 0.016 \pm 0.022) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(3.95 \pm 0.09 \pm 0.19) \cdot 10^{-2}$ | $(2.86 \pm 0.07 \pm 0.13) \cdot 10^{-2}$ | $(2.009 \pm 0.020 \pm 0.038) \cdot 10^{-2}$ | $(2.026 \pm 0.018 \pm 0.056) \cdot 10^{-2}$ | $(1.872 \pm 0.051 \pm 0.067) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(8.86 \pm 0.34 \pm 0.67) \cdot 10^{-3}$ | $(5.62 \pm 0.23 \pm 0.42) \cdot 10^{-3}$ | $(3.450 \pm 0.058 \pm 0.086) \cdot 10^{-3}$ | $(3.49 \pm 0.05 \pm 0.14) \cdot 10^{-3}$ | $(3.16 \pm 0.14 \pm 0.18) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(2.11 \pm 0.13 \pm 0.22) \cdot 10^{-3}$ | $(1.21 \pm 0.07 \pm 0.13) \cdot 10^{-3}$ | $(6.70 \pm 0.18 \pm 0.19) \cdot 10^{-4}$ | $(6.77 \pm 0.16 \pm 0.35) \cdot 10^{-4}$ | $(6.07 \pm 0.40 \pm 0.53) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(5.31 \pm 0.48 \pm 0.77) \cdot 10^{-4}$ | $(2.83 \pm 0.25 \pm 0.43) \cdot 10^{-4}$ | $(1.466 \pm 0.060 \pm 0.044) \cdot 10^{-4}$ | $(1.471 \pm 0.050 \pm 0.096) \cdot 10^{-4}$ | $(1.31 \pm 0.12 \pm 0.17) \cdot 10^{-4}$ |
| n | $\langle S^n \rangle$ bei 14.0 GeV | $\langle S^n \rangle$ bei 22.0 GeV | $\langle S^n \rangle$ bei 34.6 GeV | $\langle S^n \rangle$ bei 35.0 GeV | $\langle S^n \rangle$ bei 38.3 GeV |
| 1 | $(1.897 \pm 0.043 \pm 0.082) \cdot 10^{-1}$ | $(1.416 \pm 0.039 \pm 0.040) \cdot 10^{-1}$ | $(1.063 \pm 0.013 \pm 0.016) \cdot 10^{-1}$ | $(1.083 \pm 0.012 \pm 0.023) \cdot 10^{-1}$ | $(1.100 \pm 0.037 \pm 0.039) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(5.13 \pm 0.27 \pm 0.52) \cdot 10^{-2}$ | $(3.61 \pm 0.21 \pm 0.23) \cdot 10^{-2}$ | $(2.526 \pm 0.066 \pm 0.065) \cdot 10^{-2}$ | $(2.60 \pm 0.06 \pm 0.11) \cdot 10^{-2}$ | $(2.92 \pm 0.20 \pm 0.18) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(1.81 \pm 0.17 \pm 0.32) \cdot 10^{-2}$ | $(1.36 \pm 0.12 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$ | $(9.57 \pm 0.38 \pm 0.37) \cdot 10^{-3}$ | $(9.90 \pm 0.35 \pm 0.50) \cdot 10^{-3}$ | $(1.21 \pm 0.12 \pm 0.09) \cdot 10^{-2}$ |
| 4 | $(7.8 \pm 1.1 \pm 2.0) \cdot 10^{-3}$ | $(6.43 \pm 0.80 \pm 0.94) \cdot 10^{-3}$ | $(4.58 \pm 0.25 \pm 0.25) \cdot 10^{-3}$ | $(4.70 \pm 0.22 \pm 0.27) \cdot 10^{-3}$ | $(6.13 \pm 0.76 \pm 0.56) \cdot 10^{-3}$ |
| 5 | $(3.8 \pm 0.8 \pm 1.4) \cdot 10^{-3}$ | $(3.43 \pm 0.54 \pm 0.63) \cdot 10^{-3}$ | $(2.49 \pm 0.17 \pm 0.19) \cdot 10^{-3}$ | $(2.52 \pm 0.15 \pm 0.16) \cdot 10^{-3}$ | $(3.44 \pm 0.51 \pm 0.38) \cdot 10^{-3}$ |
| n | $\langle O^n \rangle$ bei 14.0 GeV | $\langle O^n \rangle$ bei 22.0 GeV | $\langle O^n \rangle$ bei 34.6 GeV | $\langle O^n \rangle$ bei 35.0 GeV | $\langle O^n \rangle$ bei 38.3 GeV |
| 1 | $(1.015 \pm 0.019 \pm 0.035) \cdot 10^{-1}$ | $(8.85 \pm 0.21 \pm 0.21) \cdot 10^{-2}$ | $(8.019 \pm 0.075 \pm 0.093) \cdot 10^{-2}$ | $(8.25 \pm 0.07 \pm 0.14) \cdot 10^{-2}$ | $(8.61 \pm 0.21 \pm 0.20) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(1.430 \pm 0.058 \pm 0.095) \cdot 10^{-2}$ | $(1.240 \pm 0.062 \pm 0.058) \cdot 10^{-2}$ | $(1.123 \pm 0.022 \pm 0.025) \cdot 10^{-2}$ | $(1.187 \pm 0.021 \pm 0.046) \cdot 10^{-2}$ | $(1.344 \pm 0.069 \pm 0.080) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(2.56 \pm 0.18 \pm 0.26) \cdot 10^{-3}$ | $(2.44 \pm 0.20 \pm 0.19) \cdot 10^{-3}$ | $(2.263 \pm 0.072 \pm 0.095) \cdot 10^{-3}$ | $(2.47 \pm 0.07 \pm 0.15) \cdot 10^{-3}$ | $(3.02 \pm 0.24 \pm 0.31) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(5.55 \pm 0.60 \pm 0.82) \cdot 10^{-4}$ | $(6.09 \pm 0.73 \pm 0.73) \cdot 10^{-4}$ | $(5.69 \pm 0.26 \pm 0.38) \cdot 10^{-4}$ | $(6.41 \pm 0.26 \pm 0.49) \cdot 10^{-4}$ | $(8.4 \pm 0.9 \pm 1.2) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(1.40 \pm 0.22 \pm 0.29) \cdot 10^{-4}$ | $(1.77 \pm 0.28 \pm 0.29) \cdot 10^{-4}$ | $(1.64 \pm 0.10 \pm 0.16) \cdot 10^{-4}$ | $(1.91 \pm 0.10 \pm 0.17) \cdot 10^{-4}$ | $(2.61 \pm 0.39 \pm 0.46) \cdot 10^{-4}$ |
| n | $\langle M_L^n \rangle$ bei 14.0 GeV | $\langle M_L^n \rangle$ bei 22.0 GeV | $\langle M_L^n \rangle$ bei 34.6 GeV | $\langle M_L^n \rangle$ bei 35.0 GeV | $\langle M_L^n \rangle$ bei 38.3 GeV |
| 1 | $(2.186 \pm 0.021 \pm 0.067) \cdot 10^{-1}$ | $(1.943 \pm 0.021 \pm 0.056) \cdot 10^{-1}$ | $(1.675 \pm 0.007 \pm 0.054) \cdot 10^{-1}$ | $(1.675 \pm 0.006 \pm 0.053) \cdot 10^{-1}$ | $(1.646 \pm 0.019 \pm 0.052) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(5.12 \pm 0.10 \pm 0.27) \cdot 10^{-2}$ | $(4.11 \pm 0.09 \pm 0.20) \cdot 10^{-2}$ | $(3.09 \pm 0.03 \pm 0.16) \cdot 10^{-2}$ | $(3.10 \pm 0.02 \pm 0.16) \cdot 10^{-2}$ | $(3.06 \pm 0.07 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(1.256 \pm 0.037 \pm 0.096) \cdot 10^{-2}$ | $(9.34 \pm 0.31 \pm 0.67) \cdot 10^{-3}$ | $(6.19 \pm 0.08 \pm 0.47) \cdot 10^{-3}$ | $(6.23 \pm 0.07 \pm 0.48) \cdot 10^{-3}$ | $(6.27 \pm 0.23 \pm 0.42) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(3.20 \pm 0.14 \pm 0.32) \cdot 10^{-3}$ | $(2.26 \pm 0.11 \pm 0.22) \cdot 10^{-3}$ | $(1.33 \pm 0.03 \pm 0.13) \cdot 10^{-3}$ | $(1.35 \pm 0.02 \pm 0.14) \cdot 10^{-3}$ | $(1.40 \pm 0.07 \pm 0.12) \cdot 10^{-3}$ |
| 5 | $(8.4 \pm 0.5 \pm 1.1) \cdot 10^{-4}$ | $(5.82 \pm 0.37 \pm 0.72) \cdot 10^{-4}$ | $(3.08 \pm 0.08 \pm 0.38) \cdot 10^{-4}$ | $(3.14 \pm 0.07 \pm 0.40) \cdot 10^{-4}$ | $(3.39 \pm 0.24 \pm 0.33) \cdot 10^{-4}$ |
| n | $\langle B_N^n \rangle$ bei 14.0 GeV | $\langle B_N^n \rangle$ bei 22.0 GeV | $\langle B_N^n \rangle$ bei 34.6 GeV | $\langle B_N^n \rangle$ bei 35.0 GeV | $\langle B_N^n \rangle$ bei 38.3 GeV |
| 1 | $(7.35 \pm 0.08 \pm 0.20) \cdot 10^{-2}$ | $(6.21 \pm 0.08 \pm 0.11) \cdot 10^{-2}$ | $(4.976 \pm 0.026 \pm 0.080) \cdot 10^{-2}$ | $(5.003 \pm 0.023 \pm 0.089) \cdot 10^{-2}$ | $(4.834 \pm 0.071 \pm 0.067) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(6.02 \pm 0.15 \pm 0.31) \cdot 10^{-3}$ | $(4.45 \pm 0.12 \pm 0.15) \cdot 10^{-3}$ | $(2.924 \pm 0.033 \pm 0.085) \cdot 10^{-3}$ | $(2.96 \pm 0.03 \pm 0.11) \cdot 10^{-3}$ | $(2.866 \pm 0.090 \pm 0.074) \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | $(5.35 \pm 0.22 \pm 0.41) \cdot 10^{-4}$ | $(3.61 \pm 0.16 \pm 0.20) \cdot 10^{-4}$ | $(2.017 \pm 0.038 \pm 0.090) \cdot 10^{-4}$ | $(2.06 \pm 0.03 \pm 0.13) \cdot 10^{-4}$ | $(2.05 \pm 0.11 \pm 0.09) \cdot 10^{-4}$ |
| 4 | $(5.10 \pm 0.33 \pm 0.53) \cdot 10^{-5}$ | $(3.29 \pm 0.22 \pm 0.26) \cdot 10^{-5}$ | $(1.627 \pm 0.047 \pm 0.099) \cdot 10^{-5}$ | $(1.68 \pm 0.04 \pm 0.16) \cdot 10^{-5}$ | $(1.74 \pm 0.13 \pm 0.12) \cdot 10^{-5}$ |
| 5 | $(5.17 \pm 0.50 \pm 0.70) \cdot 10^{-6}$ | $(3.31 \pm 0.29 \pm 0.35) \cdot 10^{-6}$ | $(1.51 \pm 0.06 \pm 0.12) \cdot 10^{-6}$ | $(1.59 \pm 0.06 \pm 0.19) \cdot 10^{-6}$ | $(1.70 \pm 0.18 \pm 0.17) \cdot 10^{-6}$ |

Tabelle B.2: Momente der Verteilungen von $T_{\text{maj.}}$, $T_{\text{min.}}$, S , O , M_L und B_N auf Hadronniveau bei den JADE-Energien 14.0, 22.0, 34.6, 35.0 und 38.3 GeV. Die erste Unsicherheit ist statistisch, die zweite systematisch.

| n | $\langle(1-T)^n\rangle$ bei 43.8 GeV | $\langle(1-T)^n\rangle$ bei 91.3 GeV | $\langle(1-T)^n\rangle$ bei 133.1 GeV | $\langle(1-T)^n\rangle$ bei 161.3 GeV | $\langle(1-T)^n\rangle$ bei 172.1 GeV |
|-----|---|--|---|---|---|
| 1 | $(8.03 \pm 0.12 \pm 0.09) \cdot 10^{-2}$ | $(6.671 \pm 0.017 \pm 0.066) \cdot 10^{-2}$ | $(6.20 \pm 0.26 \pm 0.32) \cdot 10^{-2}$ | $(5.64 \pm 0.36 \pm 0.22) \cdot 10^{-2}$ | $(5.54 \pm 0.45 \pm 0.19) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(1.031 \pm 0.034 \pm 0.018) \cdot 10^{-2}$ | $(8.12 \pm 0.04 \pm 0.13) \cdot 10^{-3}$ | $(7.84 \pm 0.64 \pm 0.53) \cdot 10^{-3}$ | $(6.74 \pm 0.90 \pm 0.76) \cdot 10^{-3}$ | $(7.0 \pm 1.3 \pm 0.6) \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | $(1.882 \pm 0.098 \pm 0.049) \cdot 10^{-3}$ | $(1.457 \pm 0.012 \pm 0.025) \cdot 10^{-3}$ | $(1.43 \pm 0.17 \pm 0.11) \cdot 10^{-3}$ | $(1.17 \pm 0.24 \pm 0.25) \cdot 10^{-3}$ | $(1.41 \pm 0.45 \pm 0.32) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(4.29 \pm 0.31 \pm 0.16) \cdot 10^{-4}$ | $(3.236 \pm 0.037 \pm 0.053) \cdot 10^{-4}$ | $(3.13 \pm 0.48 \pm 0.33) \cdot 10^{-4}$ | $(2.41 \pm 0.68 \pm 0.81) \cdot 10^{-4}$ | $(3.7 \pm 1.6 \pm 1.4) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(1.12 \pm 0.10 \pm 0.06) \cdot 10^{-4}$ | $(8.13 \pm 0.12 \pm 0.13) \cdot 10^{-5}$ | $(7.6 \pm 1.5 \pm 1.1) \cdot 10^{-5}$ | $(5.5 \pm 2.0 \pm 2.5) \cdot 10^{-5}$ | $(1.08 \pm 0.59 \pm 0.57) \cdot 10^{-4}$ |
| n | $\langle C^n \rangle$ bei 43.8 GeV | $\langle C^n \rangle$ bei 91.3 GeV | $\langle C^n \rangle$ bei 133.1 GeV | $\langle C^n \rangle$ bei 161.3 GeV | $\langle C^n \rangle$ bei 172.1 GeV |
| 1 | $(3.163 \pm 0.036 \pm 0.032) \cdot 10^{-1}$ | $(2.646 \pm 0.005 \pm 0.022) \cdot 10^{-1}$ | $(2.42 \pm 0.08 \pm 0.11) \cdot 10^{-1}$ | $(2.23 \pm 0.11 \pm 0.05) \cdot 10^{-1}$ | $(2.16 \pm 0.14 \pm 0.06) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(1.337 \pm 0.030 \pm 0.022) \cdot 10^{-1}$ | $(1.049 \pm 0.004 \pm 0.015) \cdot 10^{-1}$ | $(9.70 \pm 0.59 \pm 0.64) \cdot 10^{-2}$ | $(8.70 \pm 0.84 \pm 0.46) \cdot 10^{-2}$ | $(8.3 \pm 1.1 \pm 0.3) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(6.99 \pm 0.23 \pm 0.14) \cdot 10^{-2}$ | $(5.412 \pm 0.030 \pm 0.094) \cdot 10^{-2}$ | $(5.13 \pm 0.42 \pm 0.37) \cdot 10^{-2}$ | $(4.49 \pm 0.61 \pm 0.40) \cdot 10^{-2}$ | $(4.35 \pm 0.84 \pm 0.30) \cdot 10^{-2}$ |
| 4 | $(4.21 \pm 0.18 \pm 0.09) \cdot 10^{-2}$ | $(3.244 \pm 0.023 \pm 0.060) \cdot 10^{-2}$ | $(3.10 \pm 0.31 \pm 0.23) \cdot 10^{-2}$ | $(2.64 \pm 0.45 \pm 0.34) \cdot 10^{-2}$ | $(2.71 \pm 0.70 \pm 0.37) \cdot 10^{-2}$ |
| 5 | $(2.78 \pm 0.14 \pm 0.07) \cdot 10^{-2}$ | $(2.125 \pm 0.018 \pm 0.040) \cdot 10^{-2}$ | $(2.02 \pm 0.23 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$ | $(1.66 \pm 0.34 \pm 0.28) \cdot 10^{-2}$ | $(1.86 \pm 0.60 \pm 0.41) \cdot 10^{-2}$ |
| n | $\langle B_T^n \rangle$ bei 43.8 GeV | $\langle B_T^n \rangle$ bei 91.3 GeV | $\langle B_T^n \rangle$ bei 133.1 GeV | $\langle B_T^n \rangle$ bei 161.3 GeV | $\langle B_T^n \rangle$ bei 172.1 GeV |
| 1 | $(1.261 \pm 0.011 \pm 0.009) \cdot 10^{-1}$ | $(1.0909 \pm 0.0016 \pm 0.0068) \cdot 10^{-1}$ | $(1.007 \pm 0.026 \pm 0.036) \cdot 10^{-1}$ | $(9.32 \pm 0.36 \pm 0.18) \cdot 10^{-2}$ | $(9.22 \pm 0.44 \pm 0.24) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(1.928 \pm 0.037 \pm 0.025) \cdot 10^{-2}$ | $(1.548 \pm 0.005 \pm 0.018) \cdot 10^{-2}$ | $(1.428 \pm 0.075 \pm 0.083) \cdot 10^{-2}$ | $(1.26 \pm 0.10 \pm 0.06) \cdot 10^{-2}$ | $(1.25 \pm 0.14 \pm 0.06) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(3.51 \pm 0.10 \pm 0.07) \cdot 10^{-3}$ | $(2.738 \pm 0.014 \pm 0.042) \cdot 10^{-3}$ | $(2.60 \pm 0.20 \pm 0.18) \cdot 10^{-3}$ | $(2.22 \pm 0.27 \pm 0.19) \cdot 10^{-3}$ | $(2.31 \pm 0.42 \pm 0.20) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(7.39 \pm 0.30 \pm 0.21) \cdot 10^{-4}$ | $(5.684 \pm 0.039 \pm 0.096) \cdot 10^{-4}$ | $(5.53 \pm 0.56 \pm 0.42) \cdot 10^{-4}$ | $(4.57 \pm 0.76 \pm 0.59) \cdot 10^{-4}$ | $(5.2 \pm 1.4 \pm 0.9) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(1.733 \pm 0.092 \pm 0.069) \cdot 10^{-4}$ | $(1.317 \pm 0.012 \pm 0.023) \cdot 10^{-4}$ | $(1.29 \pm 0.16 \pm 0.11) \cdot 10^{-4}$ | $(1.03 \pm 0.22 \pm 0.18) \cdot 10^{-4}$ | $(1.36 \pm 0.50 \pm 0.40) \cdot 10^{-4}$ |
| n | $\langle B_W^n \rangle$ bei 43.8 GeV | $\langle B_W^n \rangle$ bei 91.3 GeV | $\langle B_W^n \rangle$ bei 133.1 GeV | $\langle B_W^n \rangle$ bei 161.3 GeV | $\langle B_W^n \rangle$ bei 172.1 GeV |
| 1 | $(8.21 \pm 0.09 \pm 0.11) \cdot 10^{-2}$ | $(7.361 \pm 0.013 \pm 0.065) \cdot 10^{-2}$ | $(7.04 \pm 0.21 \pm 0.28) \cdot 10^{-2}$ | $(6.57 \pm 0.30 \pm 0.19) \cdot 10^{-2}$ | $(6.47 \pm 0.37 \pm 0.18) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(8.81 \pm 0.20 \pm 0.24) \cdot 10^{-3}$ | $(7.70 \pm 0.03 \pm 0.13) \cdot 10^{-3}$ | $(7.71 \pm 0.48 \pm 0.50) \cdot 10^{-3}$ | $(6.77 \pm 0.66 \pm 0.51) \cdot 10^{-3}$ | $(6.82 \pm 0.87 \pm 0.32) \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | $(1.191 \pm 0.043 \pm 0.049) \cdot 10^{-3}$ | $(1.055 \pm 0.006 \pm 0.024) \cdot 10^{-3}$ | $(1.14 \pm 0.10 \pm 0.09) \cdot 10^{-3}$ | $(9.3 \pm 1.4 \pm 1.3) \cdot 10^{-4}$ | $(9.9 \pm 2.0 \pm 0.8) \cdot 10^{-4}$ |
| 4 | $(1.91 \pm 0.10 \pm 0.11) \cdot 10^{-4}$ | $(1.723 \pm 0.014 \pm 0.045) \cdot 10^{-4}$ | $(2.01 \pm 0.24 \pm 0.20) \cdot 10^{-4}$ | $(1.48 \pm 0.31 \pm 0.34) \cdot 10^{-4}$ | $(1.74 \pm 0.48 \pm 0.24) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(3.44 \pm 0.23 \pm 0.26) \cdot 10^{-5}$ | $(3.150 \pm 0.032 \pm 0.088) \cdot 10^{-5}$ | $(3.93 \pm 0.58 \pm 0.47) \cdot 10^{-5}$ | $(2.59 \pm 0.72 \pm 0.85) \cdot 10^{-5}$ | $(3.4 \pm 1.2 \pm 0.7) \cdot 10^{-5}$ |
| n | $\langle y_{23}^n \rangle$ bei 43.8 GeV | $\langle y_{23}^n \rangle$ bei 91.3 GeV | $\langle y_{23}^n \rangle$ bei 133.1 GeV | $\langle y_{23}^n \rangle$ bei 161.3 GeV | $\langle y_{23}^n \rangle$ bei 172.1 GeV |
| 1 | $(2.304 \pm 0.076 \pm 0.073) \cdot 10^{-2}$ | $(2.059 \pm 0.011 \pm 0.051) \cdot 10^{-2}$ | $(2.14 \pm 0.16 \pm 0.12) \cdot 10^{-2}$ | $(1.81 \pm 0.22 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$ | $(1.83 \pm 0.31 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(2.19 \pm 0.15 \pm 0.14) \cdot 10^{-3}$ | $(1.951 \pm 0.020 \pm 0.047) \cdot 10^{-3}$ | $(2.21 \pm 0.31 \pm 0.18) \cdot 10^{-3}$ | $(1.48 \pm 0.36 \pm 0.33) \cdot 10^{-3}$ | $(1.87 \pm 0.71 \pm 0.53) \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | $(3.49 \pm 0.36 \pm 0.34) \cdot 10^{-4}$ | $(3.053 \pm 0.046 \pm 0.064) \cdot 10^{-4}$ | $(3.60 \pm 0.76 \pm 0.54) \cdot 10^{-4}$ | $(1.75 \pm 0.64 \pm 0.68) \cdot 10^{-4}$ | $(3.3 \pm 1.8 \pm 1.6) \cdot 10^{-4}$ |
| 4 | $(6.84 \pm 0.90 \pm 0.89) \cdot 10^{-5}$ | $(5.89 \pm 0.12 \pm 0.15) \cdot 10^{-5}$ | $(7.2 \pm 2.0 \pm 1.7) \cdot 10^{-5}$ | $(2.3 \pm 1.2 \pm 1.4) \cdot 10^{-5}$ | $(7.0 \pm 4.8 \pm 4.4) \cdot 10^{-5}$ |
| 5 | $(1.49 \pm 0.24 \pm 0.22) \cdot 10^{-5}$ | $(1.270 \pm 0.031 \pm 0.043) \cdot 10^{-5}$ | $(1.61 \pm 0.53 \pm 0.54) \cdot 10^{-5}$ | $(2.9 \pm 2.0 \pm 3.3) \cdot 10^{-6}$ | $(1.6 \pm 1.3 \pm 1.2) \cdot 10^{-5}$ |
| n | $\langle M_H^n \rangle$ bei 43.8 GeV | $\langle M_H^n \rangle$ bei 91.3 GeV | $\langle M_H^n \rangle$ bei 133.1 GeV | $\langle M_H^n \rangle$ bei 161.3 GeV | $\langle M_H^n \rangle$ bei 172.1 GeV |
| 1 | $(2.372 \pm 0.018 \pm 0.028) \cdot 10^{-1}$ | $(2.106 \pm 0.003 \pm 0.018) \cdot 10^{-1}$ | $(1.992 \pm 0.043 \pm 0.063) \cdot 10^{-1}$ | $(1.878 \pm 0.061 \pm 0.040) \cdot 10^{-1}$ | $(1.864 \pm 0.074 \pm 0.034) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(6.33 \pm 0.10 \pm 0.11) \cdot 10^{-2}$ | $(5.235 \pm 0.014 \pm 0.086) \cdot 10^{-2}$ | $(4.96 \pm 0.22 \pm 0.27) \cdot 10^{-2}$ | $(4.45 \pm 0.31 \pm 0.22) \cdot 10^{-2}$ | $(4.46 \pm 0.40 \pm 0.16) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(1.896 \pm 0.049 \pm 0.043) \cdot 10^{-2}$ | $(1.523 \pm 0.006 \pm 0.036) \cdot 10^{-2}$ | $(1.50 \pm 0.11 \pm 0.10) \cdot 10^{-2}$ | $(1.27 \pm 0.14 \pm 0.11) \cdot 10^{-2}$ | $(1.33 \pm 0.20 \pm 0.07) \cdot 10^{-2}$ |
| 4 | $(6.31 \pm 0.23 \pm 0.19) \cdot 10^{-3}$ | $(5.06 \pm 0.03 \pm 0.15) \cdot 10^{-3}$ | $(5.26 \pm 0.50 \pm 0.44) \cdot 10^{-3}$ | $(4.16 \pm 0.63 \pm 0.59) \cdot 10^{-3}$ | $(4.69 \pm 0.96 \pm 0.35) \cdot 10^{-3}$ |
| 5 | $(2.30 \pm 0.11 \pm 0.10) \cdot 10^{-3}$ | $(1.862 \pm 0.015 \pm 0.063) \cdot 10^{-3}$ | $(2.04 \pm 0.24 \pm 0.21) \cdot 10^{-3}$ | $(1.48 \pm 0.30 \pm 0.31) \cdot 10^{-3}$ | $(1.84 \pm 0.48 \pm 0.21) \cdot 10^{-3}$ |

Tabelle B.3: Momente der Verteilungen von $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} und M_H auf Hadronniveau bei der JADE-Energie 43.8 GeV und den OPAL-Energien 91.3, 133.1, 161.3 und 172.1 GeV. Die erste Unsicherheit ist statistisch, die zweite systematisch.

| n | $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$ bei 43.8 GeV | $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$ bei 91.3 GeV | $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$ bei 133.1 GeV | $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$ bei 161.3 GeV | $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$ bei 172.1 GeV |
|-----|--|--|---|---|---|
| 1 | $(1.984 \pm 0.020 \pm 0.015) \cdot 10^{-1}$ | $(1.757 \pm 0.003 \pm 0.013) \cdot 10^{-1}$ | $(1.671 \pm 0.048 \pm 0.059) \cdot 10^{-1}$ | $(1.558 \pm 0.068 \pm 0.039) \cdot 10^{-1}$ | $(1.527 \pm 0.082 \pm 0.045) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(4.98 \pm 0.11 \pm 0.08) \cdot 10^{-2}$ | $(4.244 \pm 0.015 \pm 0.059) \cdot 10^{-2}$ | $(4.20 \pm 0.24 \pm 0.24) \cdot 10^{-2}$ | $(3.72 \pm 0.34 \pm 0.24) \cdot 10^{-2}$ | $(3.66 \pm 0.45 \pm 0.21) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(1.544 \pm 0.052 \pm 0.045) \cdot 10^{-2}$ | $(1.321 \pm 0.007 \pm 0.024) \cdot 10^{-2}$ | $(1.39 \pm 0.12 \pm 0.10) \cdot 10^{-2}$ | $(1.17 \pm 0.16 \pm 0.14) \cdot 10^{-2}$ | $(1.21 \pm 0.25 \pm 0.13) \cdot 10^{-2}$ |
| 4 | $(5.65 \pm 0.26 \pm 0.26) \cdot 10^{-3}$ | $(4.88 \pm 0.04 \pm 0.10) \cdot 10^{-3}$ | $(5.43 \pm 0.59 \pm 0.42) \cdot 10^{-3}$ | $(4.29 \pm 0.82 \pm 0.77) \cdot 10^{-3}$ | $(4.9 \pm 1.4 \pm 0.9) \cdot 10^{-3}$ |
| 5 | $(2.32 \pm 0.14 \pm 0.16) \cdot 10^{-3}$ | $(2.019 \pm 0.019 \pm 0.044) \cdot 10^{-3}$ | $(2.33 \pm 0.30 \pm 0.20) \cdot 10^{-3}$ | $(1.72 \pm 0.43 \pm 0.42) \cdot 10^{-3}$ | $(2.24 \pm 0.83 \pm 0.62) \cdot 10^{-3}$ |
| n | $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$ bei 43.8 GeV | $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$ bei 91.3 GeV | $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$ bei 133.1 GeV | $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$ bei 161.3 GeV | $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$ bei 172.1 GeV |
| 1 | $(1.188 \pm 0.010 \pm 0.012) \cdot 10^{-1}$ | $(9.553 \pm 0.012 \pm 0.030) \cdot 10^{-2}$ | $(7.98 \pm 0.17 \pm 0.33) \cdot 10^{-2}$ | $(7.28 \pm 0.24 \pm 0.10) \cdot 10^{-2}$ | $(7.40 \pm 0.29 \pm 0.14) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(1.638 \pm 0.031 \pm 0.034) \cdot 10^{-2}$ | $(1.1160 \pm 0.0034 \pm 0.0061) \cdot 10^{-2}$ | $(8.15 \pm 0.42 \pm 0.63) \cdot 10^{-3}$ | $(7.36 \pm 0.58 \pm 0.29) \cdot 10^{-3}$ | $(7.49 \pm 0.73 \pm 0.41) \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | $(2.620 \pm 0.086 \pm 0.093) \cdot 10^{-3}$ | $(1.614 \pm 0.010 \pm 0.012) \cdot 10^{-3}$ | $(1.06 \pm 0.10 \pm 0.11) \cdot 10^{-3}$ | $(1.06 \pm 0.15 \pm 0.09) \cdot 10^{-3}$ | $(1.06 \pm 0.21 \pm 0.15) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(4.85 \pm 0.25 \pm 0.28) \cdot 10^{-4}$ | $(2.879 \pm 0.031 \pm 0.032) \cdot 10^{-4}$ | $(1.72 \pm 0.27 \pm 0.24) \cdot 10^{-4}$ | $(2.09 \pm 0.51 \pm 0.34) \cdot 10^{-4}$ | $(2.05 \pm 0.78 \pm 0.64) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(1.033 \pm 0.080 \pm 0.083) \cdot 10^{-4}$ | $(6.20 \pm 0.11 \pm 0.10) \cdot 10^{-5}$ | $(3.30 \pm 0.74 \pm 0.64) \cdot 10^{-5}$ | $(5.3 \pm 1.9 \pm 1.4) \cdot 10^{-5}$ | $(5.2 \pm 3.2 \pm 2.9) \cdot 10^{-5}$ |
| n | $\langle S^n \rangle$ bei 43.8 GeV | $\langle S^n \rangle$ bei 91.3 GeV | $\langle S^n \rangle$ bei 133.1 GeV | $\langle S^n \rangle$ bei 161.3 GeV | $\langle S^n \rangle$ bei 172.1 GeV |
| 1 | $(9.40 \pm 0.22 \pm 0.21) \cdot 10^{-2}$ | $(7.42 \pm 0.03 \pm 0.20) \cdot 10^{-2}$ | $(7.31 \pm 0.48 \pm 0.45) \cdot 10^{-2}$ | $(6.16 \pm 0.66 \pm 0.26) \cdot 10^{-2}$ | $(6.01 \pm 0.87 \pm 0.39) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(2.28 \pm 0.12 \pm 0.10) \cdot 10^{-2}$ | $(1.706 \pm 0.014 \pm 0.069) \cdot 10^{-2}$ | $(1.89 \pm 0.22 \pm 0.14) \cdot 10^{-2}$ | $(1.46 \pm 0.36 \pm 0.19) \cdot 10^{-2}$ | $(1.61 \pm 0.51 \pm 0.40) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(9.06 \pm 0.69 \pm 0.71) \cdot 10^{-3}$ | $(6.43 \pm 0.08 \pm 0.30) \cdot 10^{-3}$ | $(7.4 \pm 1.2 \pm 0.8) \cdot 10^{-3}$ | $(5.5 \pm 2.2 \pm 1.5) \cdot 10^{-3}$ | $(6.9 \pm 3.0 \pm 3.0) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(4.54 \pm 0.45 \pm 0.52) \cdot 10^{-3}$ | $(3.01 \pm 0.05 \pm 0.15) \cdot 10^{-3}$ | $(3.43 \pm 0.69 \pm 0.51) \cdot 10^{-3}$ | $(2.6 \pm 1.4 \pm 1.2) \cdot 10^{-3}$ | $(3.3 \pm 1.7 \pm 1.8) \cdot 10^{-3}$ |
| 5 | $(2.57 \pm 0.31 \pm 0.38) \cdot 10^{-3}$ | $(1.586 \pm 0.033 \pm 0.088) \cdot 10^{-3}$ | $(1.77 \pm 0.42 \pm 0.35) \cdot 10^{-3}$ | $(1.36 \pm 0.94 \pm 0.92) \cdot 10^{-3}$ | $(1.6 \pm 0.9 \pm 1.0) \cdot 10^{-3}$ |
| n | $\langle O^n \rangle$ bei 43.8 GeV | $\langle O^n \rangle$ bei 91.3 GeV | $\langle O^n \rangle$ bei 133.1 GeV | $\langle O^n \rangle$ bei 161.3 GeV | $\langle O^n \rangle$ bei 172.1 GeV |
| 1 | $(7.98 \pm 0.14 \pm 0.13) \cdot 10^{-2}$ | $(8.03 \pm 0.02 \pm 0.10) \cdot 10^{-2}$ | $(8.74 \pm 0.38 \pm 0.29) \cdot 10^{-2}$ | $(8.33 \pm 0.55 \pm 0.38) \cdot 10^{-2}$ | $(7.85 \pm 0.66 \pm 0.40) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(1.181 \pm 0.043 \pm 0.051) \cdot 10^{-2}$ | $(1.295 \pm 0.007 \pm 0.030) \cdot 10^{-2}$ | $(1.62 \pm 0.13 \pm 0.10) \cdot 10^{-2}$ | $(1.42 \pm 0.19 \pm 0.17) \cdot 10^{-2}$ | $(1.35 \pm 0.25 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(2.56 \pm 0.15 \pm 0.19) \cdot 10^{-3}$ | $(3.031 \pm 0.026 \pm 0.086) \cdot 10^{-3}$ | $(4.28 \pm 0.50 \pm 0.40) \cdot 10^{-3}$ | $(3.37 \pm 0.73 \pm 0.80) \cdot 10^{-3}$ | $(3.35 \pm 0.97 \pm 0.73) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(6.87 \pm 0.55 \pm 0.76) \cdot 10^{-4}$ | $(8.67 \pm 0.10 \pm 0.27) \cdot 10^{-4}$ | $(1.34 \pm 0.20 \pm 0.18) \cdot 10^{-3}$ | $(9.5 \pm 2.9 \pm 3.6) \cdot 10^{-4}$ | $(9.9 \pm 3.9 \pm 3.6) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(2.08 \pm 0.21 \pm 0.31) \cdot 10^{-4}$ | $(2.803 \pm 0.041 \pm 0.096) \cdot 10^{-4}$ | $(4.64 \pm 0.81 \pm 0.80) \cdot 10^{-4}$ | $(3.0 \pm 1.2 \pm 1.6) \cdot 10^{-4}$ | $(3.2 \pm 1.7 \pm 1.8) \cdot 10^{-4}$ |
| n | $\langle M_L^n \rangle$ bei 43.8 GeV | $\langle M_L^n \rangle$ bei 91.3 GeV | $\langle M_L^n \rangle$ bei 133.1 GeV | $\langle M_L^n \rangle$ bei 161.3 GeV | $\langle M_L^n \rangle$ bei 172.1 GeV |
| 1 | $(1.540 \pm 0.012 \pm 0.055) \cdot 10^{-1}$ | $(1.3111 \pm 0.0014 \pm 0.0050) \cdot 10^{-1}$ | $(1.162 \pm 0.022 \pm 0.026) \cdot 10^{-1}$ | $(1.081 \pm 0.031 \pm 0.023) \cdot 10^{-1}$ | $(1.072 \pm 0.035 \pm 0.026) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(2.64 \pm 0.04 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$ | $(1.945 \pm 0.005 \pm 0.016) \cdot 10^{-2}$ | $(1.590 \pm 0.068 \pm 0.054) \cdot 10^{-2}$ | $(1.410 \pm 0.092 \pm 0.076) \cdot 10^{-2}$ | $(1.37 \pm 0.11 \pm 0.08) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(4.95 \pm 0.12 \pm 0.40) \cdot 10^{-3}$ | $(3.265 \pm 0.013 \pm 0.038) \cdot 10^{-3}$ | $(2.56 \pm 0.18 \pm 0.08) \cdot 10^{-3}$ | $(2.24 \pm 0.25 \pm 0.24) \cdot 10^{-3}$ | $(2.13 \pm 0.33 \pm 0.28) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(1.01 \pm 0.04 \pm 0.11) \cdot 10^{-3}$ | $(6.176 \pm 0.039 \pm 0.086) \cdot 10^{-4}$ | $(4.75 \pm 0.49 \pm 0.13) \cdot 10^{-4}$ | $(4.26 \pm 0.71 \pm 0.75) \cdot 10^{-4}$ | $(4.1 \pm 1.1 \pm 1.1) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(2.22 \pm 0.11 \pm 0.29) \cdot 10^{-4}$ | $(1.304 \pm 0.012 \pm 0.020) \cdot 10^{-4}$ | $(10.0 \pm 1.4 \pm 0.5) \cdot 10^{-5}$ | $(9.4 \pm 2.0 \pm 2.4) \cdot 10^{-5}$ | $(9.4 \pm 4.2 \pm 4.4) \cdot 10^{-5}$ |
| n | $\langle B_N^n \rangle$ bei 43.8 GeV | $\langle B_N^n \rangle$ bei 91.3 GeV | $\langle B_N^n \rangle$ bei 133.1 GeV | $\langle B_N^n \rangle$ bei 161.3 GeV | $\langle B_N^n \rangle$ bei 172.1 GeV |
| 1 | $(4.401 \pm 0.043 \pm 0.066) \cdot 10^{-2}$ | $(3.5456 \pm 0.0054 \pm 0.0089) \cdot 10^{-2}$ | $(3.029 \pm 0.078 \pm 0.077) \cdot 10^{-2}$ | $(2.75 \pm 0.11 \pm 0.06) \cdot 10^{-2}$ | $(2.74 \pm 0.13 \pm 0.10) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(2.356 \pm 0.051 \pm 0.075) \cdot 10^{-3}$ | $(1.6369 \pm 0.0062 \pm 0.0058) \cdot 10^{-3}$ | $(1.302 \pm 0.081 \pm 0.054) \cdot 10^{-3}$ | $(1.17 \pm 0.12 \pm 0.08) \cdot 10^{-3}$ | $(1.16 \pm 0.16 \pm 0.14) \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | $(1.536 \pm 0.058 \pm 0.088) \cdot 10^{-4}$ | $(1.0016 \pm 0.0073 \pm 0.0042) \cdot 10^{-4}$ | $(7.80 \pm 0.90 \pm 0.39) \cdot 10^{-5}$ | $(7.7 \pm 1.3 \pm 1.2) \cdot 10^{-5}$ | $(7.9 \pm 2.8 \pm 2.8) \cdot 10^{-5}$ |
| 4 | $(1.22 \pm 0.07 \pm 0.11) \cdot 10^{-5}$ | $(7.900 \pm 0.094 \pm 0.072) \cdot 10^{-6}$ | $(6.0 \pm 1.1 \pm 0.4) \cdot 10^{-6}$ | $(7.0 \pm 1.8 \pm 1.9) \cdot 10^{-6}$ | $(8.7 \pm 5.8 \pm 6.0) \cdot 10^{-6}$ |
| 5 | $(1.14 \pm 0.10 \pm 0.15) \cdot 10^{-6}$ | $(7.57 \pm 0.13 \pm 0.14) \cdot 10^{-7}$ | $(5.6 \pm 1.4 \pm 0.5) \cdot 10^{-7}$ | $(7.5 \pm 2.5 \pm 3.0) \cdot 10^{-7}$ | $(1.4 \pm 1.3 \pm 1.3) \cdot 10^{-6}$ |

Tabelle B.4: Momente der Verteilungen von $T_{\text{maj.}}$, $T_{\text{min.}}$, S , O , M_L und B_N auf Hadronniveau bei der JADE-Energie 43.8 GeV und den OPAL-Energien 91.3, 133.1, 161.3 und 172.1 GeV. Die erste Unsicherheit ist statistisch, die zweite systematisch.

| n | $\langle(1-T)^n\rangle$ bei 182.7 GeV | $\langle(1-T)^n\rangle$ bei 188.6 GeV | $\langle(1-T)^n\rangle$ bei 191.6 GeV | $\langle(1-T)^n\rangle$ bei 195.5 GeV |
|-----|---|---|---|---|
| 1 | $(5.61 \pm 0.21 \pm 0.27) \cdot 10^{-2}$ | $(5.64 \pm 0.12 \pm 0.13) \cdot 10^{-2}$ | $(5.76 \pm 0.30 \pm 0.39) \cdot 10^{-2}$ | $(5.68 \pm 0.21 \pm 0.33) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(6.75 \pm 0.62 \pm 0.87) \cdot 10^{-3}$ | $(6.74 \pm 0.35 \pm 0.36) \cdot 10^{-3}$ | $(7.3 \pm 0.9 \pm 1.2) \cdot 10^{-3}$ | $(6.95 \pm 0.61 \pm 1.00) \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | $(1.25 \pm 0.20 \pm 0.29) \cdot 10^{-3}$ | $(1.20 \pm 0.11 \pm 0.13) \cdot 10^{-3}$ | $(1.44 \pm 0.31 \pm 0.39) \cdot 10^{-3}$ | $(1.29 \pm 0.20 \pm 0.30) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(2.9 \pm 0.7 \pm 1.0) \cdot 10^{-4}$ | $(2.61 \pm 0.36 \pm 0.54) \cdot 10^{-4}$ | $(3.6 \pm 1.1 \pm 1.3) \cdot 10^{-4}$ | $(2.93 \pm 0.69 \pm 0.90) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(8.0 \pm 2.7 \pm 3.7) \cdot 10^{-5}$ | $(6.3 \pm 1.2 \pm 2.2) \cdot 10^{-5}$ | $(1.02 \pm 0.44 \pm 0.54) \cdot 10^{-4}$ | $(7.4 \pm 2.5 \pm 2.9) \cdot 10^{-5}$ |
| n | $\langle C^n \rangle$ bei 182.7 GeV | $\langle C^n \rangle$ bei 188.6 GeV | $\langle C^n \rangle$ bei 191.6 GeV | $\langle C^n \rangle$ bei 195.5 GeV |
| 1 | $(2.214 \pm 0.066 \pm 0.077) \cdot 10^{-1}$ | $(2.233 \pm 0.038 \pm 0.034) \cdot 10^{-1}$ | $(2.26 \pm 0.09 \pm 0.11) \cdot 10^{-1}$ | $(2.229 \pm 0.064 \pm 0.091) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(8.45 \pm 0.52 \pm 0.66) \cdot 10^{-2}$ | $(8.57 \pm 0.30 \pm 0.25) \cdot 10^{-2}$ | $(8.97 \pm 0.77 \pm 0.98) \cdot 10^{-2}$ | $(8.59 \pm 0.51 \pm 0.82) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(4.36 \pm 0.41 \pm 0.54) \cdot 10^{-2}$ | $(4.41 \pm 0.24 \pm 0.19) \cdot 10^{-2}$ | $(4.86 \pm 0.63 \pm 0.85) \cdot 10^{-2}$ | $(4.43 \pm 0.41 \pm 0.66) \cdot 10^{-2}$ |
| 4 | $(2.64 \pm 0.33 \pm 0.45) \cdot 10^{-2}$ | $(2.64 \pm 0.20 \pm 0.17) \cdot 10^{-2}$ | $(3.08 \pm 0.55 \pm 0.75) \cdot 10^{-2}$ | $(2.64 \pm 0.33 \pm 0.53) \cdot 10^{-2}$ |
| 5 | $(1.76 \pm 0.28 \pm 0.39) \cdot 10^{-2}$ | $(1.72 \pm 0.17 \pm 0.17) \cdot 10^{-2}$ | $(2.15 \pm 0.49 \pm 0.67) \cdot 10^{-2}$ | $(1.71 \pm 0.28 \pm 0.43) \cdot 10^{-2}$ |
| n | $\langle B_T^n \rangle$ bei 182.7 GeV | $\langle B_T^n \rangle$ bei 188.6 GeV | $\langle B_T^n \rangle$ bei 191.6 GeV | $\langle B_T^n \rangle$ bei 195.5 GeV |
| 1 | $(9.28 \pm 0.21 \pm 0.28) \cdot 10^{-2}$ | $(9.34 \pm 0.12 \pm 0.13) \cdot 10^{-2}$ | $(9.40 \pm 0.30 \pm 0.37) \cdot 10^{-2}$ | $(9.29 \pm 0.20 \pm 0.30) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(1.240 \pm 0.063 \pm 0.088) \cdot 10^{-2}$ | $(1.257 \pm 0.036 \pm 0.038) \cdot 10^{-2}$ | $(1.32 \pm 0.09 \pm 0.12) \cdot 10^{-2}$ | $(1.25 \pm 0.06 \pm 0.10) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(2.17 \pm 0.18 \pm 0.27) \cdot 10^{-3}$ | $(2.21 \pm 0.11 \pm 0.11) \cdot 10^{-3}$ | $(2.47 \pm 0.29 \pm 0.39) \cdot 10^{-3}$ | $(2.21 \pm 0.18 \pm 0.30) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(4.52 \pm 0.59 \pm 0.86) \cdot 10^{-4}$ | $(4.60 \pm 0.34 \pm 0.38) \cdot 10^{-4}$ | $(5.6 \pm 1.0 \pm 1.3) \cdot 10^{-4}$ | $(4.63 \pm 0.59 \pm 0.90) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(1.07 \pm 0.20 \pm 0.29) \cdot 10^{-4}$ | $(1.07 \pm 0.11 \pm 0.14) \cdot 10^{-4}$ | $(1.46 \pm 0.35 \pm 0.46) \cdot 10^{-4}$ | $(1.07 \pm 0.20 \pm 0.28) \cdot 10^{-4}$ |
| n | $\langle B_W^n \rangle$ bei 182.7 GeV | $\langle B_W^n \rangle$ bei 188.6 GeV | $\langle B_W^n \rangle$ bei 191.6 GeV | $\langle B_W^n \rangle$ bei 195.5 GeV |
| 1 | $(6.66 \pm 0.18 \pm 0.24) \cdot 10^{-2}$ | $(6.71 \pm 0.10 \pm 0.13) \cdot 10^{-2}$ | $(6.56 \pm 0.25 \pm 0.29) \cdot 10^{-2}$ | $(6.73 \pm 0.17 \pm 0.25) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(7.00 \pm 0.42 \pm 0.60) \cdot 10^{-3}$ | $(7.18 \pm 0.25 \pm 0.33) \cdot 10^{-3}$ | $(6.95 \pm 0.59 \pm 0.69) \cdot 10^{-3}$ | $(7.27 \pm 0.42 \pm 0.63) \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | $(9.8 \pm 1.0 \pm 1.4) \cdot 10^{-4}$ | $(1.039 \pm 0.059 \pm 0.082) \cdot 10^{-3}$ | $(1.01 \pm 0.14 \pm 0.17) \cdot 10^{-3}$ | $(1.07 \pm 0.10 \pm 0.14) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(1.63 \pm 0.23 \pm 0.32) \cdot 10^{-4}$ | $(1.79 \pm 0.14 \pm 0.22) \cdot 10^{-4}$ | $(1.76 \pm 0.34 \pm 0.43) \cdot 10^{-4}$ | $(1.86 \pm 0.25 \pm 0.33) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(3.00 \pm 0.56 \pm 0.73) \cdot 10^{-5}$ | $(3.44 \pm 0.37 \pm 0.58) \cdot 10^{-5}$ | $(3.4 \pm 0.9 \pm 1.1) \cdot 10^{-5}$ | $(3.58 \pm 0.61 \pm 0.78) \cdot 10^{-5}$ |
| n | $\langle y_{23}^n \rangle$ bei 182.7 GeV | $\langle y_{23}^n \rangle$ bei 188.6 GeV | $\langle y_{23}^n \rangle$ bei 191.6 GeV | $\langle y_{23}^n \rangle$ bei 195.5 GeV |
| 1 | $(1.89 \pm 0.15 \pm 0.23) \cdot 10^{-2}$ | $(1.95 \pm 0.09 \pm 0.11) \cdot 10^{-2}$ | $(1.89 \pm 0.21 \pm 0.25) \cdot 10^{-2}$ | $(2.05 \pm 0.16 \pm 0.30) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(1.76 \pm 0.32 \pm 0.50) \cdot 10^{-3}$ | $(1.99 \pm 0.21 \pm 0.28) \cdot 10^{-3}$ | $(1.88 \pm 0.45 \pm 0.61) \cdot 10^{-3}$ | $(2.33 \pm 0.38 \pm 0.70) \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | $(2.7 \pm 0.8 \pm 1.2) \cdot 10^{-4}$ | $(3.35 \pm 0.55 \pm 0.82) \cdot 10^{-4}$ | $(3.0 \pm 1.1 \pm 1.8) \cdot 10^{-4}$ | $(4.1 \pm 1.0 \pm 1.7) \cdot 10^{-4}$ |
| 4 | $(5.3 \pm 2.4 \pm 3.3) \cdot 10^{-5}$ | $(6.9 \pm 1.5 \pm 2.4) \cdot 10^{-5}$ | $(5.6 \pm 2.9 \pm 5.0) \cdot 10^{-5}$ | $(8.2 \pm 2.7 \pm 4.2) \cdot 10^{-5}$ |
| 5 | $(1.20 \pm 0.73 \pm 0.98) \cdot 10^{-5}$ | $(1.60 \pm 0.44 \pm 0.69) \cdot 10^{-5}$ | $(1.1 \pm 0.8 \pm 1.4) \cdot 10^{-5}$ | $(1.8 \pm 0.7 \pm 1.1) \cdot 10^{-5}$ |
| n | $\langle M_H^n \rangle$ bei 182.7 GeV | $\langle M_H^n \rangle$ bei 188.6 GeV | $\langle M_H^n \rangle$ bei 191.6 GeV | $\langle M_H^n \rangle$ bei 195.5 GeV |
| 1 | $(1.893 \pm 0.035 \pm 0.043) \cdot 10^{-1}$ | $(1.890 \pm 0.020 \pm 0.027) \cdot 10^{-1}$ | $(1.881 \pm 0.049 \pm 0.060) \cdot 10^{-1}$ | $(1.902 \pm 0.034 \pm 0.047) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(4.51 \pm 0.19 \pm 0.25) \cdot 10^{-2}$ | $(4.55 \pm 0.11 \pm 0.16) \cdot 10^{-2}$ | $(4.50 \pm 0.26 \pm 0.33) \cdot 10^{-2}$ | $(4.63 \pm 0.19 \pm 0.28) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(1.31 \pm 0.09 \pm 0.13) \cdot 10^{-2}$ | $(1.352 \pm 0.054 \pm 0.083) \cdot 10^{-2}$ | $(1.32 \pm 0.13 \pm 0.17) \cdot 10^{-2}$ | $(1.39 \pm 0.09 \pm 0.13) \cdot 10^{-2}$ |
| 4 | $(4.37 \pm 0.43 \pm 0.63) \cdot 10^{-3}$ | $(4.69 \pm 0.28 \pm 0.45) \cdot 10^{-3}$ | $(4.54 \pm 0.64 \pm 0.84) \cdot 10^{-3}$ | $(4.83 \pm 0.46 \pm 0.64) \cdot 10^{-3}$ |
| 5 | $(1.61 \pm 0.22 \pm 0.31) \cdot 10^{-3}$ | $(1.81 \pm 0.15 \pm 0.25) \cdot 10^{-3}$ | $(1.74 \pm 0.33 \pm 0.44) \cdot 10^{-3}$ | $(1.86 \pm 0.24 \pm 0.30) \cdot 10^{-3}$ |

Tabelle B.5: Momente der Verteilungen von $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} und M_H auf Hadronniveau bei den OPAL-Energien 182.7, 188.6, 191.6 und 195.5 GeV. Die erste Unsicherheit ist statistisch, die zweite systematisch.

| n | $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$ bei 182.7 GeV | $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$ bei 188.6 GeV | $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$ bei 191.6 GeV | $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$ bei 195.5 GeV |
|-----|---|---|---|---|
| 1 | $(1.548 \pm 0.039 \pm 0.051) \cdot 10^{-1}$ | $(1.568 \pm 0.023 \pm 0.028) \cdot 10^{-1}$ | $(1.556 \pm 0.055 \pm 0.066) \cdot 10^{-1}$ | $(1.554 \pm 0.038 \pm 0.058) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(3.64 \pm 0.21 \pm 0.28) \cdot 10^{-2}$ | $(3.78 \pm 0.12 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$ | $(3.78 \pm 0.30 \pm 0.38) \cdot 10^{-2}$ | $(3.73 \pm 0.21 \pm 0.35) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(1.14 \pm 0.11 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$ | $(1.219 \pm 0.067 \pm 0.081) \cdot 10^{-2}$ | $(1.24 \pm 0.16 \pm 0.22) \cdot 10^{-2}$ | $(1.21 \pm 0.11 \pm 0.19) \cdot 10^{-2}$ |
| 4 | $(4.24 \pm 0.58 \pm 0.79) \cdot 10^{-3}$ | $(4.71 \pm 0.38 \pm 0.45) \cdot 10^{-3}$ | $(4.9 \pm 0.9 \pm 1.3) \cdot 10^{-3}$ | $(4.7 \pm 0.6 \pm 1.0) \cdot 10^{-3}$ |
| 5 | $(1.75 \pm 0.32 \pm 0.43) \cdot 10^{-3}$ | $(2.04 \pm 0.22 \pm 0.27) \cdot 10^{-3}$ | $(2.15 \pm 0.53 \pm 0.75) \cdot 10^{-3}$ | $(2.00 \pm 0.37 \pm 0.55) \cdot 10^{-3}$ |
| n | $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$ bei 182.7 GeV | $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$ bei 188.6 GeV | $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$ bei 191.6 GeV | $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$ bei 195.5 GeV |
| 1 | $(7.21 \pm 0.14 \pm 0.14) \cdot 10^{-2}$ | $(7.115 \pm 0.076 \pm 0.069) \cdot 10^{-2}$ | $(7.55 \pm 0.22 \pm 0.36) \cdot 10^{-2}$ | $(7.21 \pm 0.13 \pm 0.18) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(7.13 \pm 0.39 \pm 0.44) \cdot 10^{-3}$ | $(6.85 \pm 0.20 \pm 0.25) \cdot 10^{-3}$ | $(8.4 \pm 0.7 \pm 1.2) \cdot 10^{-3}$ | $(7.06 \pm 0.33 \pm 0.58) \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | $(1.03 \pm 0.16 \pm 0.19) \cdot 10^{-3}$ | $(9.04 \pm 0.64 \pm 0.88) \cdot 10^{-4}$ | $(1.51 \pm 0.33 \pm 0.50) \cdot 10^{-3}$ | $(9.3 \pm 1.0 \pm 2.0) \cdot 10^{-4}$ |
| 4 | $(2.3 \pm 0.9 \pm 1.0) \cdot 10^{-4}$ | $(1.54 \pm 0.28 \pm 0.34) \cdot 10^{-4}$ | $(4.3 \pm 1.8 \pm 2.7) \cdot 10^{-4}$ | $(1.48 \pm 0.41 \pm 0.85) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(8.3 \pm 6.0 \pm 6.8) \cdot 10^{-5}$ | $(2.9 \pm 1.5 \pm 1.7) \cdot 10^{-5}$ | $(1.7 \pm 1.1 \pm 1.7) \cdot 10^{-4}$ | $(2.1 \pm 1.9 \pm 4.2) \cdot 10^{-5}$ |
| n | $\langle S^n \rangle$ bei 182.7 GeV | $\langle S^n \rangle$ bei 188.6 GeV | $\langle S^n \rangle$ bei 191.6 GeV | $\langle S^n \rangle$ bei 195.5 GeV |
| 1 | $(6.10 \pm 0.42 \pm 0.47) \cdot 10^{-2}$ | $(6.14 \pm 0.24 \pm 0.25) \cdot 10^{-2}$ | $(6.54 \pm 0.63 \pm 0.51) \cdot 10^{-2}$ | $(6.01 \pm 0.40 \pm 0.57) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(1.52 \pm 0.30 \pm 0.30) \cdot 10^{-2}$ | $(1.45 \pm 0.16 \pm 0.10) \cdot 10^{-2}$ | $(1.91 \pm 0.47 \pm 0.55) \cdot 10^{-2}$ | $(1.40 \pm 0.29 \pm 0.29) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(7.1 \pm 2.3 \pm 2.4) \cdot 10^{-3}$ | $(5.6 \pm 1.2 \pm 0.9) \cdot 10^{-3}$ | $(9.3 \pm 3.8 \pm 6.4) \cdot 10^{-3}$ | $(5.5 \pm 2.4 \pm 1.9) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(4.3 \pm 1.8 \pm 1.9) \cdot 10^{-3}$ | $(2.73 \pm 0.90 \pm 0.89) \cdot 10^{-3}$ | $(5.4 \pm 3.0 \pm 6.3) \cdot 10^{-3}$ | $(2.8 \pm 2.0 \pm 1.5) \cdot 10^{-3}$ |
| 5 | $(2.9 \pm 1.4 \pm 1.9) \cdot 10^{-3}$ | $(1.53 \pm 0.69 \pm 0.78) \cdot 10^{-3}$ | $(3.3 \pm 2.3 \pm 5.3) \cdot 10^{-3}$ | $(1.7 \pm 1.7 \pm 1.4) \cdot 10^{-3}$ |
| n | $\langle O^n \rangle$ bei 182.7 GeV | $\langle O^n \rangle$ bei 188.6 GeV | $\langle O^n \rangle$ bei 191.6 GeV | $\langle O^n \rangle$ bei 195.5 GeV |
| 1 | $(8.26 \pm 0.32 \pm 0.34) \cdot 10^{-2}$ | $(8.57 \pm 0.20 \pm 0.29) \cdot 10^{-2}$ | $(7.98 \pm 0.45 \pm 0.35) \cdot 10^{-2}$ | $(8.33 \pm 0.32 \pm 0.53) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(1.41 \pm 0.12 \pm 0.12) \cdot 10^{-2}$ | $(1.58 \pm 0.08 \pm 0.12) \cdot 10^{-2}$ | $(1.39 \pm 0.18 \pm 0.17) \cdot 10^{-2}$ | $(1.51 \pm 0.13 \pm 0.25) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(3.41 \pm 0.48 \pm 0.52) \cdot 10^{-3}$ | $(4.23 \pm 0.34 \pm 0.55) \cdot 10^{-3}$ | $(3.67 \pm 0.76 \pm 0.85) \cdot 10^{-3}$ | $(4.1 \pm 0.6 \pm 1.1) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(9.9 \pm 2.0 \pm 2.3) \cdot 10^{-4}$ | $(1.37 \pm 0.15 \pm 0.27) \cdot 10^{-3}$ | $(1.20 \pm 0.34 \pm 0.40) \cdot 10^{-3}$ | $(1.33 \pm 0.25 \pm 0.47) \cdot 10^{-3}$ |
| 5 | $(3.2 \pm 0.9 \pm 1.0) \cdot 10^{-4}$ | $(5.0 \pm 0.7 \pm 1.3) \cdot 10^{-4}$ | $(4.4 \pm 1.5 \pm 1.9) \cdot 10^{-4}$ | $(4.9 \pm 1.2 \pm 2.0) \cdot 10^{-4}$ |
| n | $\langle M_L^n \rangle$ bei 182.7 GeV | $\langle M_L^n \rangle$ bei 188.6 GeV | $\langle M_L^n \rangle$ bei 191.6 GeV | $\langle M_L^n \rangle$ bei 195.5 GeV |
| 1 | $(1.053 \pm 0.017 \pm 0.019) \cdot 10^{-1}$ | $(1.051 \pm 0.010 \pm 0.010) \cdot 10^{-1}$ | $(1.117 \pm 0.024 \pm 0.024) \cdot 10^{-1}$ | $(1.037 \pm 0.016 \pm 0.025) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(1.318 \pm 0.050 \pm 0.060) \cdot 10^{-2}$ | $(1.314 \pm 0.028 \pm 0.031) \cdot 10^{-2}$ | $(1.493 \pm 0.076 \pm 0.065) \cdot 10^{-2}$ | $(1.279 \pm 0.045 \pm 0.080) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(2.00 \pm 0.15 \pm 0.18) \cdot 10^{-3}$ | $(1.966 \pm 0.078 \pm 0.088) \cdot 10^{-3}$ | $(2.42 \pm 0.23 \pm 0.18) \cdot 10^{-3}$ | $(1.88 \pm 0.12 \pm 0.24) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(3.68 \pm 0.51 \pm 0.63) \cdot 10^{-4}$ | $(3.49 \pm 0.23 \pm 0.28) \cdot 10^{-4}$ | $(4.78 \pm 0.76 \pm 0.60) \cdot 10^{-4}$ | $(3.27 \pm 0.36 \pm 0.74) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(8.3 \pm 2.0 \pm 2.5) \cdot 10^{-5}$ | $(7.23 \pm 0.78 \pm 0.98) \cdot 10^{-5}$ | $(1.13 \pm 0.28 \pm 0.22) \cdot 10^{-4}$ | $(6.5 \pm 1.2 \pm 2.5) \cdot 10^{-5}$ |
| n | $\langle B_N^n \rangle$ bei 182.7 GeV | $\langle B_N^n \rangle$ bei 188.6 GeV | $\langle B_N^n \rangle$ bei 191.6 GeV | $\langle B_N^n \rangle$ bei 195.5 GeV |
| 1 | $(2.616 \pm 0.059 \pm 0.064) \cdot 10^{-2}$ | $(2.623 \pm 0.035 \pm 0.029) \cdot 10^{-2}$ | $(2.833 \pm 0.089 \pm 0.092) \cdot 10^{-2}$ | $(2.56 \pm 0.06 \pm 0.10) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(1.027 \pm 0.068 \pm 0.078) \cdot 10^{-3}$ | $(1.050 \pm 0.040 \pm 0.037) \cdot 10^{-3}$ | $(1.25 \pm 0.11 \pm 0.09) \cdot 10^{-3}$ | $(1.01 \pm 0.06 \pm 0.13) \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | $(6.2 \pm 1.1 \pm 1.2) \cdot 10^{-5}$ | $(6.46 \pm 0.59 \pm 0.55) \cdot 10^{-5}$ | $(8.7 \pm 1.6 \pm 1.1) \cdot 10^{-5}$ | $(6.0 \pm 0.9 \pm 1.9) \cdot 10^{-5}$ |
| 4 | $(5.8 \pm 2.4 \pm 2.7) \cdot 10^{-6}$ | $(5.6 \pm 1.1 \pm 1.0) \cdot 10^{-6}$ | $(8.6 \pm 2.8 \pm 2.0) \cdot 10^{-6}$ | $(4.7 \pm 1.6 \pm 3.5) \cdot 10^{-6}$ |
| 5 | $(7.9 \pm 5.6 \pm 6.6) \cdot 10^{-7}$ | $(6.3 \pm 2.3 \pm 1.8) \cdot 10^{-7}$ | $(1.06 \pm 0.54 \pm 0.38) \cdot 10^{-6}$ | $(4.3 \pm 3.3 \pm 6.8) \cdot 10^{-7}$ |

Tabelle B.6: Momente der Verteilungen von $T_{\text{maj.}}$, $T_{\text{min.}}$, S , O , M_L und B_N auf Hadronniveau bei den OPAL-Energien 182.7, 188.6, 191.6 und 195.5 GeV. Die erste Unsicherheit ist statistisch, die zweite systematisch.

| n | $\langle(1-T)^n\rangle$ bei 199.5 GeV | $\langle(1-T)^n\rangle$ bei 201.6 GeV | $\langle(1-T)^n\rangle$ bei 204.9 GeV | $\langle(1-T)^n\rangle$ bei 206.6 GeV |
|-----|---|---|---|---|
| 1 | $(5.79 \pm 0.22 \pm 0.24) \cdot 10^{-2}$ | $(5.86 \pm 0.32 \pm 0.31) \cdot 10^{-2}$ | $(5.46 \pm 0.20 \pm 0.30) \cdot 10^{-2}$ | $(5.31 \pm 0.16 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(7.28 \pm 0.64 \pm 0.71) \cdot 10^{-3}$ | $(7.54 \pm 0.95 \pm 0.90) \cdot 10^{-3}$ | $(6.3 \pm 0.6 \pm 1.1) \cdot 10^{-3}$ | $(6.08 \pm 0.49 \pm 0.41) \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | $(1.34 \pm 0.21 \pm 0.24) \cdot 10^{-3}$ | $(1.44 \pm 0.31 \pm 0.27) \cdot 10^{-3}$ | $(1.09 \pm 0.19 \pm 0.39) \cdot 10^{-3}$ | $(1.05 \pm 0.16 \pm 0.11) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(2.94 \pm 0.74 \pm 0.96) \cdot 10^{-4}$ | $(3.4 \pm 1.1 \pm 1.0) \cdot 10^{-4}$ | $(2.3 \pm 0.7 \pm 1.4) \cdot 10^{-4}$ | $(2.23 \pm 0.60 \pm 0.43) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(7.1 \pm 2.8 \pm 4.2) \cdot 10^{-5}$ | $(8.7 \pm 3.9 \pm 4.0) \cdot 10^{-5}$ | $(5.4 \pm 2.6 \pm 5.3) \cdot 10^{-5}$ | $(5.4 \pm 2.4 \pm 1.9) \cdot 10^{-5}$ |
| n | $\langle C^n \rangle$ bei 199.5 GeV | $\langle C^n \rangle$ bei 201.6 GeV | $\langle C^n \rangle$ bei 204.9 GeV | $\langle C^n \rangle$ bei 206.6 GeV |
| 1 | $(2.267 \pm 0.067 \pm 0.066) \cdot 10^{-1}$ | $(2.303 \pm 0.098 \pm 0.078) \cdot 10^{-1}$ | $(2.174 \pm 0.062 \pm 0.083) \cdot 10^{-1}$ | $(2.119 \pm 0.051 \pm 0.036) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(8.99 \pm 0.54 \pm 0.55) \cdot 10^{-2}$ | $(9.32 \pm 0.79 \pm 0.65) \cdot 10^{-2}$ | $(8.20 \pm 0.51 \pm 0.78) \cdot 10^{-2}$ | $(7.85 \pm 0.41 \pm 0.28) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(4.72 \pm 0.43 \pm 0.47) \cdot 10^{-2}$ | $(4.96 \pm 0.63 \pm 0.50) \cdot 10^{-2}$ | $(4.17 \pm 0.42 \pm 0.68) \cdot 10^{-2}$ | $(3.90 \pm 0.33 \pm 0.21) \cdot 10^{-2}$ |
| 4 | $(2.83 \pm 0.35 \pm 0.41) \cdot 10^{-2}$ | $(3.01 \pm 0.52 \pm 0.42) \cdot 10^{-2}$ | $(2.49 \pm 0.36 \pm 0.64) \cdot 10^{-2}$ | $(2.25 \pm 0.28 \pm 0.18) \cdot 10^{-2}$ |
| 5 | $(1.81 \pm 0.30 \pm 0.37) \cdot 10^{-2}$ | $(1.96 \pm 0.45 \pm 0.38) \cdot 10^{-2}$ | $(1.63 \pm 0.31 \pm 0.59) \cdot 10^{-2}$ | $(1.42 \pm 0.25 \pm 0.16) \cdot 10^{-2}$ |
| n | $\langle B_T^n \rangle$ bei 199.5 GeV | $\langle B_T^n \rangle$ bei 201.6 GeV | $\langle B_T^n \rangle$ bei 204.9 GeV | $\langle B_T^n \rangle$ bei 206.6 GeV |
| 1 | $(9.38 \pm 0.21 \pm 0.24) \cdot 10^{-2}$ | $(9.54 \pm 0.31 \pm 0.28) \cdot 10^{-2}$ | $(9.18 \pm 0.20 \pm 0.27) \cdot 10^{-2}$ | $(8.93 \pm 0.16 \pm 0.14) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(1.288 \pm 0.064 \pm 0.078) \cdot 10^{-2}$ | $(1.340 \pm 0.096 \pm 0.090) \cdot 10^{-2}$ | $(1.226 \pm 0.061 \pm 0.098) \cdot 10^{-2}$ | $(1.160 \pm 0.048 \pm 0.040) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(2.30 \pm 0.19 \pm 0.25) \cdot 10^{-3}$ | $(2.47 \pm 0.30 \pm 0.26) \cdot 10^{-3}$ | $(2.15 \pm 0.19 \pm 0.32) \cdot 10^{-3}$ | $(1.96 \pm 0.15 \pm 0.11) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(4.80 \pm 0.61 \pm 0.81) \cdot 10^{-4}$ | $(5.4 \pm 1.0 \pm 0.8) \cdot 10^{-4}$ | $(4.5 \pm 0.6 \pm 1.2) \cdot 10^{-4}$ | $(3.93 \pm 0.49 \pm 0.30) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(1.10 \pm 0.21 \pm 0.30) \cdot 10^{-4}$ | $(1.33 \pm 0.36 \pm 0.24) \cdot 10^{-4}$ | $(1.06 \pm 0.23 \pm 0.43) \cdot 10^{-4}$ | $(8.8 \pm 1.8 \pm 1.0) \cdot 10^{-5}$ |
| n | $\langle B_W^n \rangle$ bei 199.5 GeV | $\langle B_W^n \rangle$ bei 201.6 GeV | $\langle B_W^n \rangle$ bei 204.9 GeV | $\langle B_W^n \rangle$ bei 206.6 GeV |
| 1 | $(6.80 \pm 0.18 \pm 0.24) \cdot 10^{-2}$ | $(6.83 \pm 0.26 \pm 0.27) \cdot 10^{-2}$ | $(6.59 \pm 0.16 \pm 0.23) \cdot 10^{-2}$ | $(6.41 \pm 0.14 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(7.49 \pm 0.44 \pm 0.63) \cdot 10^{-3}$ | $(7.52 \pm 0.63 \pm 0.71) \cdot 10^{-3}$ | $(6.77 \pm 0.38 \pm 0.61) \cdot 10^{-3}$ | $(6.55 \pm 0.32 \pm 0.36) \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | $(1.12 \pm 0.11 \pm 0.16) \cdot 10^{-3}$ | $(1.12 \pm 0.15 \pm 0.17) \cdot 10^{-3}$ | $(9.2 \pm 0.9 \pm 1.5) \cdot 10^{-4}$ | $(9.01 \pm 0.76 \pm 0.86) \cdot 10^{-4}$ |
| 4 | $(1.98 \pm 0.28 \pm 0.44) \cdot 10^{-4}$ | $(1.97 \pm 0.39 \pm 0.43) \cdot 10^{-4}$ | $(1.49 \pm 0.22 \pm 0.40) \cdot 10^{-4}$ | $(1.47 \pm 0.19 \pm 0.22) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(3.9 \pm 0.7 \pm 1.2) \cdot 10^{-5}$ | $(3.9 \pm 1.0 \pm 1.1) \cdot 10^{-5}$ | $(2.7 \pm 0.6 \pm 1.0) \cdot 10^{-5}$ | $(2.67 \pm 0.49 \pm 0.59) \cdot 10^{-5}$ |
| n | $\langle y_{23}^n \rangle$ bei 199.5 GeV | $\langle y_{23}^n \rangle$ bei 201.6 GeV | $\langle y_{23}^n \rangle$ bei 204.9 GeV | $\langle y_{23}^n \rangle$ bei 206.6 GeV |
| 1 | $(2.02 \pm 0.15 \pm 0.23) \cdot 10^{-2}$ | $(2.09 \pm 0.23 \pm 0.26) \cdot 10^{-2}$ | $(1.83 \pm 0.14 \pm 0.25) \cdot 10^{-2}$ | $(1.68 \pm 0.11 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(1.93 \pm 0.35 \pm 0.51) \cdot 10^{-3}$ | $(2.14 \pm 0.50 \pm 0.62) \cdot 10^{-3}$ | $(1.53 \pm 0.28 \pm 0.59) \cdot 10^{-3}$ | $(1.33 \pm 0.23 \pm 0.29) \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | $(2.9 \pm 0.9 \pm 1.2) \cdot 10^{-4}$ | $(3.4 \pm 1.2 \pm 1.6) \cdot 10^{-4}$ | $(1.9 \pm 0.6 \pm 1.4) \cdot 10^{-4}$ | $(1.54 \pm 0.53 \pm 0.75) \cdot 10^{-4}$ |
| 4 | $(5.1 \pm 2.5 \pm 3.2) \cdot 10^{-5}$ | $(6.4 \pm 3.2 \pm 4.2) \cdot 10^{-5}$ | $(2.5 \pm 1.5 \pm 3.0) \cdot 10^{-5}$ | $(1.8 \pm 1.3 \pm 2.2) \cdot 10^{-5}$ |
| 5 | $(1.01 \pm 0.71 \pm 0.90) \cdot 10^{-5}$ | $(1.3 \pm 0.8 \pm 1.2) \cdot 10^{-5}$ | $(3.3 \pm 3.8 \pm 6.0) \cdot 10^{-6}$ | $(1.5 \pm 3.3 \pm 6.8) \cdot 10^{-6}$ |
| n | $\langle M_H^n \rangle$ bei 199.5 GeV | $\langle M_H^n \rangle$ bei 201.6 GeV | $\langle M_H^n \rangle$ bei 204.9 GeV | $\langle M_H^n \rangle$ bei 206.6 GeV |
| 1 | $(1.908 \pm 0.036 \pm 0.046) \cdot 10^{-1}$ | $(1.897 \pm 0.052 \pm 0.052) \cdot 10^{-1}$ | $(1.863 \pm 0.032 \pm 0.041) \cdot 10^{-1}$ | $(1.822 \pm 0.027 \pm 0.029) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(4.72 \pm 0.20 \pm 0.27) \cdot 10^{-2}$ | $(4.68 \pm 0.28 \pm 0.32) \cdot 10^{-2}$ | $(4.37 \pm 0.17 \pm 0.26) \cdot 10^{-2}$ | $(4.24 \pm 0.14 \pm 0.17) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(1.44 \pm 0.10 \pm 0.14) \cdot 10^{-2}$ | $(1.43 \pm 0.14 \pm 0.17) \cdot 10^{-2}$ | $(1.25 \pm 0.08 \pm 0.14) \cdot 10^{-2}$ | $(1.213 \pm 0.070 \pm 0.084) \cdot 10^{-2}$ |
| 4 | $(5.13 \pm 0.51 \pm 0.75) \cdot 10^{-3}$ | $(5.14 \pm 0.76 \pm 0.86) \cdot 10^{-3}$ | $(4.09 \pm 0.42 \pm 0.77) \cdot 10^{-3}$ | $(4.03 \pm 0.36 \pm 0.42) \cdot 10^{-3}$ |
| 5 | $(2.02 \pm 0.27 \pm 0.42) \cdot 10^{-3}$ | $(2.07 \pm 0.41 \pm 0.44) \cdot 10^{-3}$ | $(1.49 \pm 0.23 \pm 0.42) \cdot 10^{-3}$ | $(1.49 \pm 0.19 \pm 0.22) \cdot 10^{-3}$ |

Tabelle B.7: Momente der Verteilungen von $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} und M_H auf Hadronniveau bei den OPAL-Energien 199.5, 201.6, 204.9 und 206.6 GeV. Die erste Unsicherheit ist statistisch, die zweite systematisch.

| n | $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$ bei 199.5 GeV | $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$ bei 201.6 GeV | $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$ bei 204.9 GeV | $\langle T_{\text{maj.}}^n \rangle$ bei 206.6 GeV |
|-----|---|---|---|---|
| 1 | $(1.576 \pm 0.039 \pm 0.048) \cdot 10^{-1}$ | $(1.601 \pm 0.058 \pm 0.060) \cdot 10^{-1}$ | $(1.543 \pm 0.037 \pm 0.054) \cdot 10^{-1}$ | $(1.494 \pm 0.030 \pm 0.029) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(3.86 \pm 0.22 \pm 0.30) \cdot 10^{-2}$ | $(4.02 \pm 0.32 \pm 0.36) \cdot 10^{-2}$ | $(3.66 \pm 0.20 \pm 0.35) \cdot 10^{-2}$ | $(3.43 \pm 0.16 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(1.26 \pm 0.12 \pm 0.18) \cdot 10^{-2}$ | $(1.36 \pm 0.18 \pm 0.19) \cdot 10^{-2}$ | $(1.15 \pm 0.11 \pm 0.20) \cdot 10^{-2}$ | $(1.043 \pm 0.085 \pm 0.072) \cdot 10^{-2}$ |
| 4 | $(4.9 \pm 0.7 \pm 1.0) \cdot 10^{-3}$ | $(5.5 \pm 1.1 \pm 1.1) \cdot 10^{-3}$ | $(4.3 \pm 0.6 \pm 1.3) \cdot 10^{-3}$ | $(3.73 \pm 0.48 \pm 0.39) \cdot 10^{-3}$ |
| 5 | $(2.11 \pm 0.42 \pm 0.60) \cdot 10^{-3}$ | $(2.52 \pm 0.68 \pm 0.59) \cdot 10^{-3}$ | $(1.80 \pm 0.39 \pm 0.82) \cdot 10^{-3}$ | $(1.48 \pm 0.28 \pm 0.23) \cdot 10^{-3}$ |
| n | $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$ bei 199.5 GeV | $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$ bei 201.6 GeV | $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$ bei 204.9 GeV | $\langle T_{\text{min.}}^n \rangle$ bei 206.6 GeV |
| 1 | $(7.08 \pm 0.13 \pm 0.19) \cdot 10^{-2}$ | $(7.34 \pm 0.19 \pm 0.12) \cdot 10^{-2}$ | $(7.01 \pm 0.14 \pm 0.08) \cdot 10^{-2}$ | $(6.90 \pm 0.11 \pm 0.10) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(6.90 \pm 0.32 \pm 0.58) \cdot 10^{-3}$ | $(7.33 \pm 0.48 \pm 0.51) \cdot 10^{-3}$ | $(7.01 \pm 0.39 \pm 0.18) \cdot 10^{-3}$ | $(6.72 \pm 0.33 \pm 0.26) \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | $(9.0 \pm 0.8 \pm 1.9) \cdot 10^{-4}$ | $(9.5 \pm 1.4 \pm 1.9) \cdot 10^{-4}$ | $(1.04 \pm 0.14 \pm 0.06) \cdot 10^{-3}$ | $(9.8 \pm 1.4 \pm 0.7) \cdot 10^{-4}$ |
| 4 | $(1.23 \pm 0.26 \pm 0.78) \cdot 10^{-4}$ | $(1.33 \pm 0.47 \pm 0.78) \cdot 10^{-4}$ | $(2.11 \pm 0.66 \pm 0.30) \cdot 10^{-4}$ | $(2.22 \pm 0.74 \pm 0.34) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(0.00 \pm 0.10 \pm 0.43) \cdot 10^{-4}$ | $(6.62 \pm 17.87 \pm 34.79) \cdot 10^{-6}$ | $(4.9 \pm 3.5 \pm 2.0) \cdot 10^{-5}$ | $(7.7 \pm 4.6 \pm 2.8) \cdot 10^{-5}$ |
| n | $\langle S^n \rangle$ bei 199.5 GeV | $\langle S^n \rangle$ bei 201.6 GeV | $\langle S^n \rangle$ bei 204.9 GeV | $\langle S^n \rangle$ bei 206.6 GeV |
| 1 | $(6.38 \pm 0.44 \pm 0.55) \cdot 10^{-2}$ | $(6.53 \pm 0.59 \pm 0.46) \cdot 10^{-2}$ | $(5.61 \pm 0.35 \pm 0.42) \cdot 10^{-2}$ | $(5.32 \pm 0.30 \pm 0.28) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(1.71 \pm 0.32 \pm 0.36) \cdot 10^{-2}$ | $(1.56 \pm 0.40 \pm 0.28) \cdot 10^{-2}$ | $(9.9 \pm 2.0 \pm 1.9) \cdot 10^{-3}$ | $(1.06 \pm 0.20 \pm 0.14) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(7.3 \pm 2.4 \pm 3.3) \cdot 10^{-3}$ | $(5.4 \pm 3.0 \pm 2.3) \cdot 10^{-3}$ | $(2.1 \pm 1.5 \pm 1.3) \cdot 10^{-3}$ | $(3.2 \pm 1.5 \pm 1.8) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(3.6 \pm 1.8 \pm 3.0) \cdot 10^{-3}$ | $(2.2 \pm 2.5 \pm 1.9) \cdot 10^{-3}$ | $(1.7 \pm 10.0 \pm 14.4) \cdot 10^{-4}$ | $(1.1 \pm 1.1 \pm 1.8) \cdot 10^{-3}$ |
| 5 | $(1.9 \pm 1.3 \pm 2.7) \cdot 10^{-3}$ | $(1.1 \pm 2.0 \pm 2.3) \cdot 10^{-3}$ | $(0. \pm 6. \pm 15.) \cdot 10^{-4}$ | $(3.4 \pm 7.7 \pm 15.3) \cdot 10^{-4}$ |
| n | $\langle O^n \rangle$ bei 199.5 GeV | $\langle O^n \rangle$ bei 201.6 GeV | $\langle O^n \rangle$ bei 204.9 GeV | $\langle O^n \rangle$ bei 206.6 GeV |
| 1 | $(8.68 \pm 0.34 \pm 0.44) \cdot 10^{-2}$ | $(8.70 \pm 0.49 \pm 0.43) \cdot 10^{-2}$ | $(8.42 \pm 0.31 \pm 0.41) \cdot 10^{-2}$ | $(8.02 \pm 0.25 \pm 0.28) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(1.63 \pm 0.14 \pm 0.19) \cdot 10^{-2}$ | $(1.64 \pm 0.20 \pm 0.18) \cdot 10^{-2}$ | $(1.45 \pm 0.11 \pm 0.17) \cdot 10^{-2}$ | $(1.37 \pm 0.10 \pm 0.11) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(4.39 \pm 0.59 \pm 0.90) \cdot 10^{-3}$ | $(4.38 \pm 0.85 \pm 0.78) \cdot 10^{-3}$ | $(3.43 \pm 0.44 \pm 0.72) \cdot 10^{-3}$ | $(3.42 \pm 0.41 \pm 0.46) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(1.43 \pm 0.27 \pm 0.43) \cdot 10^{-3}$ | $(1.42 \pm 0.40 \pm 0.37) \cdot 10^{-3}$ | $(9.4 \pm 1.7 \pm 3.0) \cdot 10^{-4}$ | $(1.04 \pm 0.19 \pm 0.21) \cdot 10^{-3}$ |
| 5 | $(5.2 \pm 1.3 \pm 2.2) \cdot 10^{-4}$ | $(5.3 \pm 2.0 \pm 2.4) \cdot 10^{-4}$ | $(2.7 \pm 0.7 \pm 1.2) \cdot 10^{-4}$ | $(3.6 \pm 0.9 \pm 1.1) \cdot 10^{-4}$ |
| n | $\langle M_L^n \rangle$ bei 199.5 GeV | $\langle M_L^n \rangle$ bei 201.6 GeV | $\langle M_L^n \rangle$ bei 204.9 GeV | $\langle M_L^n \rangle$ bei 206.6 GeV |
| 1 | $(1.042 \pm 0.017 \pm 0.013) \cdot 10^{-1}$ | $(1.077 \pm 0.024 \pm 0.024) \cdot 10^{-1}$ | $(1.040 \pm 0.017 \pm 0.013) \cdot 10^{-1}$ | $(1.029 \pm 0.013 \pm 0.014) \cdot 10^{-1}$ |
| 2 | $(1.305 \pm 0.048 \pm 0.049) \cdot 10^{-2}$ | $(1.381 \pm 0.070 \pm 0.076) \cdot 10^{-2}$ | $(1.317 \pm 0.049 \pm 0.045) \cdot 10^{-2}$ | $(1.272 \pm 0.038 \pm 0.036) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | $(1.96 \pm 0.13 \pm 0.16) \cdot 10^{-3}$ | $(2.10 \pm 0.19 \pm 0.22) \cdot 10^{-3}$ | $(2.03 \pm 0.14 \pm 0.13) \cdot 10^{-3}$ | $(1.90 \pm 0.11 \pm 0.10) \cdot 10^{-3}$ |
| 4 | $(3.44 \pm 0.36 \pm 0.51) \cdot 10^{-4}$ | $(3.69 \pm 0.52 \pm 0.66) \cdot 10^{-4}$ | $(3.75 \pm 0.43 \pm 0.39) \cdot 10^{-4}$ | $(3.38 \pm 0.34 \pm 0.34) \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $(6.8 \pm 1.1 \pm 1.6) \cdot 10^{-5}$ | $(7.2 \pm 1.5 \pm 2.0) \cdot 10^{-5}$ | $(8.0 \pm 1.4 \pm 1.2) \cdot 10^{-5}$ | $(7.0 \pm 1.2 \pm 1.2) \cdot 10^{-5}$ |
| n | $\langle B_N^n \rangle$ bei 199.5 GeV | $\langle B_N^n \rangle$ bei 201.6 GeV | $\langle B_N^n \rangle$ bei 204.9 GeV | $\langle B_N^n \rangle$ bei 206.6 GeV |
| 1 | $(2.578 \pm 0.059 \pm 0.046) \cdot 10^{-2}$ | $(2.709 \pm 0.089 \pm 0.097) \cdot 10^{-2}$ | $(2.585 \pm 0.060 \pm 0.060) \cdot 10^{-2}$ | $(2.522 \pm 0.047 \pm 0.030) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | $(1.015 \pm 0.064 \pm 0.081) \cdot 10^{-3}$ | $(1.14 \pm 0.11 \pm 0.12) \cdot 10^{-3}$ | $(1.072 \pm 0.073 \pm 0.077) \cdot 10^{-3}$ | $(9.93 \pm 0.57 \pm 0.45) \cdot 10^{-4}$ |
| 3 | $(5.8 \pm 0.9 \pm 1.4) \cdot 10^{-5}$ | $(7.6 \pm 1.7 \pm 1.7) \cdot 10^{-5}$ | $(7.0 \pm 1.1 \pm 1.1) \cdot 10^{-5}$ | $(6.14 \pm 0.94 \pm 0.84) \cdot 10^{-5}$ |
| 4 | $(3.8 \pm 1.4 \pm 2.9) \cdot 10^{-6}$ | $(7.2 \pm 3.2 \pm 2.9) \cdot 10^{-6}$ | $(6.3 \pm 2.0 \pm 1.9) \cdot 10^{-6}$ | $(5.5 \pm 2.0 \pm 1.7) \cdot 10^{-6}$ |
| 5 | $(1.5 \pm 2.7 \pm 6.4) \cdot 10^{-7}$ | $(8.5 \pm 6.0 \pm 5.5) \cdot 10^{-7}$ | $(6.4 \pm 4.3 \pm 3.7) \cdot 10^{-7}$ | $(6.6 \pm 4.5 \pm 3.8) \cdot 10^{-7}$ |

Tabelle B.8: Momente der Verteilungen von $T_{\text{maj.}}$, $T_{\text{min.}}$, S , O , M_L und B_N auf Hadronniveau bei den OPAL-Energien 199.5, 201.6, 204.9 und 206.6 GeV. Die erste Unsicherheit ist statistisch, die zweite systematisch.

Anhang C

Messtabellen für Varianzen der Ereignisformvariablen auf Hadronniveau

Dieser Anhang enthält Messergebnisse für die Varianzen der Verteilungen auf Hadronniveau

1. der Ereignisformvariablen $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} , M_H , M_H^2 , $T_{\text{maj.}}$, $T_{\text{min.}}$, S , O , M_L und B_N bei den JADE-Energien 14.0, 22.0, 34.6, 35.0, 38.3 und 43.8 GeV, sowie den OPAL-Energien 91.3, 133.1, 161.3 und 172.1 GeV.
2. der Ereignisformvariablen $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} , M_H , M_H^2 , $T_{\text{maj.}}$, $T_{\text{min.}}$, S , O , M_L und B_N bei den OPAL-Energien 182.7, 188.6, 191.6, 195.5, 199.5, 201.6, 204.9 und 206.6 GeV.

| | 14.0 GeV | 22.0 GeV | 34.6 GeV | 35.0 GeV | 38.3 GeV |
|---------------------------|---|--|---|---|---|
| Var ($1 - T$) | $(3.80 \pm 0.13 \pm 0.30) \cdot 10^{-3}$ | $(4.24 \pm 0.24 \pm 0.23) \cdot 10^{-3}$ | $(3.946 \pm 0.079 \pm 0.061) \cdot 10^{-3}$ | $(4.02 \pm 0.07 \pm 0.11) \cdot 10^{-3}$ | $(4.51 \pm 0.25 \pm 0.25) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (C) | $(2.68 \pm 0.08 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$ | $(3.13 \pm 0.12 \pm 0.12) \cdot 10^{-2}$ | $(3.335 \pm 0.045 \pm 0.049) \cdot 10^{-2}$ | $(3.336 \pm 0.038 \pm 0.081) \cdot 10^{-2}$ | $(3.74 \pm 0.14 \pm 0.12) \cdot 10^{-2}$ |
| Var (B_T) | $(2.51 \pm 0.08 \pm 0.14) \cdot 10^{-3}$ | $(3.09 \pm 0.14 \pm 0.11) \cdot 10^{-3}$ | $(3.235 \pm 0.050 \pm 0.052) \cdot 10^{-3}$ | $(3.26 \pm 0.04 \pm 0.11) \cdot 10^{-3}$ | $(3.75 \pm 0.16 \pm 0.16) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (B_W) | $(1.230 \pm 0.044 \pm 0.046) \cdot 10^{-3}$ | $(1.487 \pm 0.076 \pm 0.059) \cdot 10^{-3}$ | $(1.859 \pm 0.031 \pm 0.068) \cdot 10^{-3}$ | $(1.900 \pm 0.027 \pm 0.082) \cdot 10^{-3}$ | $(2.10 \pm 0.10 \pm 0.12) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (y_{23}) | $(1.216 \pm 0.099 \pm 0.088) \cdot 10^{-3}$ | $(1.67 \pm 0.17 \pm 0.12) \cdot 10^{-3}$ | $(1.636 \pm 0.056 \pm 0.035) \cdot 10^{-3}$ | $(1.736 \pm 0.048 \pm 0.024) \cdot 10^{-3}$ | $(2.05 \pm 0.19 \pm 0.18) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (M_H) | $(4.64 \pm 0.16 \pm 0.26) \cdot 10^{-3}$ | $(5.12 \pm 0.23 \pm 0.17) \cdot 10^{-3}$ | $(6.37 \pm 0.10 \pm 0.30) \cdot 10^{-3}$ | $(6.46 \pm 0.08 \pm 0.37) \cdot 10^{-3}$ | $(7.29 \pm 0.31 \pm 0.46) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (M_H^2) | $(2.04 \pm 0.08 \pm 0.21) \cdot 10^{-3}$ | $(1.95 \pm 0.12 \pm 0.13) \cdot 10^{-3}$ | $(2.179 \pm 0.046 \pm 0.089) \cdot 10^{-3}$ | $(2.27 \pm 0.04 \pm 0.13) \cdot 10^{-3}$ | $(2.44 \pm 0.14 \pm 0.21) \cdot 10^{-3}$ |
| Var ($T_{\text{maj.}}$) | $(6.58 \pm 0.24 \pm 0.38) \cdot 10^{-3}$ | $(8.86 \pm 0.44 \pm 0.36) \cdot 10^{-3}$ | $(9.64 \pm 0.16 \pm 0.16) \cdot 10^{-3}$ | $(9.85 \pm 0.14 \pm 0.40) \cdot 10^{-3}$ | $(1.159 \pm 0.054 \pm 0.059) \cdot 10^{-2}$ |
| Var ($T_{\text{min.}}$) | $(3.52 \pm 0.11 \pm 0.25) \cdot 10^{-3}$ | $(2.90 \pm 0.13 \pm 0.14) \cdot 10^{-3}$ | $(2.497 \pm 0.045 \pm 0.051) \cdot 10^{-3}$ | $(2.469 \pm 0.037 \pm 0.057) \cdot 10^{-3}$ | $(2.51 \pm 0.13 \pm 0.08) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (S) | $(1.53 \pm 0.07 \pm 0.13) \cdot 10^{-2}$ | $(1.60 \pm 0.11 \pm 0.09) \cdot 10^{-2}$ | $(1.404 \pm 0.037 \pm 0.035) \cdot 10^{-2}$ | $(1.423 \pm 0.030 \pm 0.053) \cdot 10^{-2}$ | $(1.71 \pm 0.13 \pm 0.09) \cdot 10^{-2}$ |
| Var (O) | $(3.99 \pm 0.18 \pm 0.29) \cdot 10^{-3}$ | $(4.57 \pm 0.31 \pm 0.24) \cdot 10^{-3}$ | $(4.81 \pm 0.10 \pm 0.09) \cdot 10^{-3}$ | $(5.09 \pm 0.09 \pm 0.26) \cdot 10^{-3}$ | $(6.02 \pm 0.38 \pm 0.45) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (M_L) | $(3.36 \pm 0.12 \pm 0.32) \cdot 10^{-3}$ | $(3.37 \pm 0.16 \pm 0.32) \cdot 10^{-3}$ | $(2.89 \pm 0.05 \pm 0.22) \cdot 10^{-3}$ | $(2.99 \pm 0.04 \pm 0.25) \cdot 10^{-3}$ | $(3.50 \pm 0.16 \pm 0.32) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (B_N) | $(6.21 \pm 0.22 \pm 0.46) \cdot 10^{-4}$ | $(5.97 \pm 0.29 \pm 0.35) \cdot 10^{-4}$ | $(4.505 \pm 0.089 \pm 0.062) \cdot 10^{-4}$ | $(4.58 \pm 0.08 \pm 0.29) \cdot 10^{-4}$ | $(5.29 \pm 0.30 \pm 0.25) \cdot 10^{-4}$ |
| | 43.8 GeV | 91.3 GeV | 133.1 GeV | 161.3 GeV | 172.1 GeV |
| Var ($1 - T$) | $(3.86 \pm 0.16 \pm 0.07) \cdot 10^{-3}$ | $(3.668 \pm 0.014 \pm 0.041) \cdot 10^{-3}$ | $(4.00 \pm 0.39 \pm 0.15) \cdot 10^{-3}$ | $(3.56 \pm 0.50 \pm 0.52) \cdot 10^{-3}$ | $(3.91 \pm 0.84 \pm 0.54) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (C) | $(3.365 \pm 0.091 \pm 0.037) \cdot 10^{-2}$ | $(3.491 \pm 0.009 \pm 0.036) \cdot 10^{-2}$ | $(3.86 \pm 0.27 \pm 0.12) \cdot 10^{-2}$ | $(3.70 \pm 0.37 \pm 0.25) \cdot 10^{-2}$ | $(3.58 \pm 0.50 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$ |
| Var (B_T) | $(3.37 \pm 0.10 \pm 0.05) \cdot 10^{-3}$ | $(3.583 \pm 0.010 \pm 0.036) \cdot 10^{-3}$ | $(4.14 \pm 0.31 \pm 0.12) \cdot 10^{-3}$ | $(3.91 \pm 0.42 \pm 0.28) \cdot 10^{-3}$ | $(4.04 \pm 0.63 \pm 0.26) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (B_W) | $(2.061 \pm 0.069 \pm 0.066) \cdot 10^{-3}$ | $(2.286 \pm 0.007 \pm 0.037) \cdot 10^{-3}$ | $(2.76 \pm 0.23 \pm 0.11) \cdot 10^{-3}$ | $(2.45 \pm 0.27 \pm 0.27) \cdot 10^{-3}$ | $(2.63 \pm 0.38 \pm 0.12) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (y_{23}) | $(1.66 \pm 0.11 \pm 0.08) \cdot 10^{-3}$ | $(1.526 \pm 0.009 \pm 0.027) \cdot 10^{-3}$ | $(1.75 \pm 0.29 \pm 0.14) \cdot 10^{-3}$ | $(1.15 \pm 0.21 \pm 0.28) \cdot 10^{-3}$ | $(1.53 \pm 0.49 \pm 0.48) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (M_H) | $(7.04 \pm 0.21 \pm 0.36) \cdot 10^{-3}$ | $(8.00 \pm 0.02 \pm 0.14) \cdot 10^{-3}$ | $(9.95 \pm 0.74 \pm 0.27) \cdot 10^{-3}$ | $(9.23 \pm 0.88 \pm 0.82) \cdot 10^{-3}$ | $(9.9 \pm 1.3 \pm 0.4) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (M_H^2) | $(2.30 \pm 0.10 \pm 0.12) \cdot 10^{-3}$ | $(2.320 \pm 0.009 \pm 0.061) \cdot 10^{-3}$ | $(2.8 \pm 0.1 \pm 0.2) \cdot 10^{-3}$ | $(2.18 \pm 0.31 \pm 0.40) \cdot 10^{-3}$ | $(2.70 \pm 0.51 \pm 0.27) \cdot 10^{-3}$ |
| Var ($T_{\text{maj.}}$) | $(1.041 \pm 0.035 \pm 0.021) \cdot 10^{-2}$ | $(1.157 \pm 0.003 \pm 0.015) \cdot 10^{-2}$ | $(1.40 \pm 0.11 \pm 0.05) \cdot 10^{-2}$ | $(1.29 \pm 0.14 \pm 0.12) \cdot 10^{-2}$ | $(1.33 \pm 0.20 \pm 0.10) \cdot 10^{-2}$ |
| Var ($T_{\text{min.}}$) | $(2.266 \pm 0.086 \pm 0.097) \cdot 10^{-3}$ | $(2.0333 \pm 0.0083 \pm 0.0080) \cdot 10^{-3}$ | $(1.78 \pm 0.19 \pm 0.12) \cdot 10^{-3}$ | $(2.05 \pm 0.43 \pm 0.16) \cdot 10^{-3}$ | $(2.01 \pm 0.47 \pm 0.25) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (S) | $(1.392 \pm 0.076 \pm 0.029) \cdot 10^{-2}$ | $(1.156 \pm 0.006 \pm 0.040) \cdot 10^{-2}$ | $(1.35 \pm 0.18 \pm 0.08) \cdot 10^{-2}$ | $(1.08 \pm 0.24 \pm 0.20) \cdot 10^{-2}$ | $(1.25 \pm 0.30 \pm 0.36) \cdot 10^{-2}$ |
| Var (O) | $(5.44 \pm 0.23 \pm 0.16) \cdot 10^{-3}$ | $(6.50 \pm 0.02 \pm 0.13) \cdot 10^{-3}$ | $(8.59 \pm 0.81 \pm 0.53) \cdot 10^{-3}$ | $(7.2 \pm 0.9 \pm 1.2) \cdot 10^{-3}$ | $(7.3 \pm 1.2 \pm 1.1) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (M_L) | $(2.70 \pm 0.08 \pm 0.20) \cdot 10^{-3}$ | $(2.259 \pm 0.007 \pm 0.031) \cdot 10^{-3}$ | $(2.39 \pm 0.21 \pm 0.07) \cdot 10^{-3}$ | $(2.43 \pm 0.35 \pm 0.32) \cdot 10^{-3}$ | $(2.25 \pm 0.43 \pm 0.36) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (B_N) | $(4.19 \pm 0.18 \pm 0.22) \cdot 10^{-4}$ | $(3.798 \pm 0.017 \pm 0.008) \cdot 10^{-4}$ | $(3.85 \pm 0.46 \pm 0.11) \cdot 10^{-4}$ | $(4.15 \pm 0.88 \pm 0.53) \cdot 10^{-4}$ | $(4.1 \pm 1.3 \pm 1.0) \cdot 10^{-4}$ |

Tabelle C.1: Varianzen der Verteilungen von $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} , M_H , M_H^2 , $T_{\text{maj.}}$, $T_{\text{min.}}$, S , O , M_L und B_N auf Hadronniveau bei den JADE-Energien 14.0, 22.0, 34.6, 35.0, 38.3 und 43.8 GeV, und den OPAL-Energien 91.3, 133.1, 161.3 und 172.1 GeV. Die erste Unsicherheit ist statistisch, die zweite systematisch.

| | 182.7 GeV | 188.6 GeV | 191.6 GeV | 195.5 GeV |
|---------------------------|--|---|--|---|
| Var ($1 - T$) | $(3.61 \pm 0.32 \pm 0.59) \cdot 10^{-3}$ | $(3.56 \pm 0.17 \pm 0.23) \cdot 10^{-3}$ | $(3.99 \pm 0.51 \pm 0.80) \cdot 10^{-3}$ | $(3.73 \pm 0.30 \pm 0.64) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (C) | $(3.55 \pm 0.21 \pm 0.34) \cdot 10^{-2}$ | $(3.58 \pm 0.12 \pm 0.10) \cdot 10^{-2}$ | $(3.88 \pm 0.33 \pm 0.52) \cdot 10^{-2}$ | $(3.62 \pm 0.19 \pm 0.42) \cdot 10^{-2}$ |
| Var (B_T) | $(3.79 \pm 0.23 \pm 0.41) \cdot 10^{-3}$ | $(3.85 \pm 0.13 \pm 0.15) \cdot 10^{-3}$ | $(4.32 \pm 0.41 \pm 0.58) \cdot 10^{-3}$ | $(3.91 \pm 0.22 \pm 0.46) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (B_W) | $(2.55 \pm 0.15 \pm 0.29) \cdot 10^{-3}$ | $(2.67 \pm 0.10 \pm 0.15) \cdot 10^{-3}$ | $(2.64 \pm 0.24 \pm 0.35) \cdot 10^{-3}$ | $(2.74 \pm 0.16 \pm 0.31) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (y_{23}) | $(1.41 \pm 0.19 \pm 0.42) \cdot 10^{-3}$ | $(1.61 \pm 0.13 \pm 0.24) \cdot 10^{-3}$ | $(1.52 \pm 0.27 \pm 0.53) \cdot 10^{-3}$ | $(1.91 \pm 0.22 \pm 0.59) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (M_H) | $(9.30 \pm 0.50 \pm 0.98) \cdot 10^{-3}$ | $(9.81 \pm 0.33 \pm 0.58) \cdot 10^{-3}$ | $(9.6 \pm 0.8 \pm 1.2) \cdot 10^{-3}$ | $(1.01 \pm 0.05 \pm 0.10) \cdot 10^{-2}$ |
| Var (M_H^2) | $(2.34 \pm 0.18 \pm 0.42) \cdot 10^{-3}$ | $(2.61 \pm 0.14 \pm 0.31) \cdot 10^{-3}$ | $(2.52 \pm 0.32 \pm 0.57) \cdot 10^{-3}$ | $(2.69 \pm 0.21 \pm 0.40) \cdot 10^{-3}$ |
| Var ($T_{\text{maj.}}$) | $(1.25 \pm 0.08 \pm 0.13) \cdot 10^{-2}$ | $(1.315 \pm 0.049 \pm 0.066) \cdot 10^{-2}$ | $(1.36 \pm 0.12 \pm 0.20) \cdot 10^{-2}$ | $(1.32 \pm 0.08 \pm 0.18) \cdot 10^{-2}$ |
| Var ($T_{\text{min.}}$) | $(1.93 \pm 0.28 \pm 0.26) \cdot 10^{-3}$ | $(1.79 \pm 0.10 \pm 0.16) \cdot 10^{-3}$ | $(2.74 \pm 0.58 \pm 0.68) \cdot 10^{-3}$ | $(1.87 \pm 0.12 \pm 0.33) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (S) | $(1.14 \pm 0.17 \pm 0.31) \cdot 10^{-2}$ | $(1.070 \pm 0.074 \pm 0.091) \cdot 10^{-2}$ | $(1.48 \pm 0.26 \pm 0.50) \cdot 10^{-2}$ | $(1.04 \pm 0.13 \pm 0.23) \cdot 10^{-2}$ |
| Var (O) | $(7.28 \pm 0.51 \pm 0.79) \cdot 10^{-3}$ | $(8.45 \pm 0.38 \pm 0.74) \cdot 10^{-3}$ | $(7.5 \pm 0.9 \pm 1.4) \cdot 10^{-3}$ | $(8.2 \pm 0.6 \pm 1.7) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (M_L) | $(2.10 \pm 0.18 \pm 0.23) \cdot 10^{-3}$ | $(2.099 \pm 0.092 \pm 0.098) \cdot 10^{-3}$ | $(2.45 \pm 0.29 \pm 0.22) \cdot 10^{-3}$ | $(2.04 \pm 0.14 \pm 0.29) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (B_N) | $(3.43 \pm 0.45 \pm 0.47) \cdot 10^{-4}$ | $(3.62 \pm 0.24 \pm 0.22) \cdot 10^{-4}$ | $(4.52 \pm 0.75 \pm 0.45) \cdot 10^{-4}$ | $(3.50 \pm 0.34 \pm 0.79) \cdot 10^{-4}$ |
| | 199.5 GeV | 201.6 GeV | 204.9 GeV | 206.6 GeV |
| Var ($1 - T$) | $(3.92 \pm 0.29 \pm 0.46) \cdot 10^{-3}$ | $(4.10 \pm 0.47 \pm 0.56) \cdot 10^{-3}$ | $(3.34 \pm 0.26 \pm 0.76) \cdot 10^{-3}$ | $(3.27 \pm 0.21 \pm 0.26) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (C) | $(3.86 \pm 0.20 \pm 0.30) \cdot 10^{-2}$ | $(4.01 \pm 0.29 \pm 0.31) \cdot 10^{-2}$ | $(3.47 \pm 0.20 \pm 0.43) \cdot 10^{-2}$ | $(3.36 \pm 0.15 \pm 0.14) \cdot 10^{-2}$ |
| Var (B_T) | $(4.09 \pm 0.22 \pm 0.38) \cdot 10^{-3}$ | $(4.29 \pm 0.37 \pm 0.37) \cdot 10^{-3}$ | $(3.84 \pm 0.23 \pm 0.49) \cdot 10^{-3}$ | $(3.62 \pm 0.17 \pm 0.16) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (B_W) | $(2.86 \pm 0.17 \pm 0.33) \cdot 10^{-3}$ | $(2.86 \pm 0.25 \pm 0.34) \cdot 10^{-3}$ | $(2.43 \pm 0.14 \pm 0.33) \cdot 10^{-3}$ | $(2.44 \pm 0.12 \pm 0.18) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (y_{23}) | $(1.52 \pm 0.18 \pm 0.42) \cdot 10^{-3}$ | $(1.70 \pm 0.29 \pm 0.51) \cdot 10^{-3}$ | $(1.19 \pm 0.11 \pm 0.52) \cdot 10^{-3}$ | $(1.05 \pm 0.08 \pm 0.25) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (M_H) | $(1.07 \pm 0.06 \pm 0.10) \cdot 10^{-2}$ | $(1.08 \pm 0.09 \pm 0.12) \cdot 10^{-2}$ | $(9.0 \pm 0.5 \pm 1.2) \cdot 10^{-3}$ | $(9.22 \pm 0.40 \pm 0.65) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (M_H^2) | $(2.91 \pm 0.25 \pm 0.53) \cdot 10^{-3}$ | $(2.96 \pm 0.40 \pm 0.56) \cdot 10^{-3}$ | $(2.18 \pm 0.19 \pm 0.56) \cdot 10^{-3}$ | $(2.23 \pm 0.15 \pm 0.29) \cdot 10^{-3}$ |
| Var ($T_{\text{maj.}}$) | $(1.38 \pm 0.08 \pm 0.16) \cdot 10^{-2}$ | $(1.46 \pm 0.13 \pm 0.17) \cdot 10^{-2}$ | $(1.27 \pm 0.07 \pm 0.18) \cdot 10^{-2}$ | $(1.198 \pm 0.055 \pm 0.066) \cdot 10^{-2}$ |
| Var ($T_{\text{min.}}$) | $(1.9 \pm 0.1 \pm 0.3) \cdot 10^{-3}$ | $(1.9 \pm 0.1 \pm 0.3) \cdot 10^{-3}$ | $(2.10 \pm 0.22 \pm 0.09) \cdot 10^{-3}$ | $(1.96 \pm 0.22 \pm 0.14) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (S) | $(1.30 \pm 0.14 \pm 0.32) \cdot 10^{-2}$ | $(1.13 \pm 0.15 \pm 0.50) \cdot 10^{-2}$ | $(6.7 \pm 0.1 \pm 2.2) \cdot 10^{-3}$ | $(7.8 \pm 0.6 \pm 1.3) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (O) | $(8.7 \pm 0.6 \pm 1.4) \cdot 10^{-3}$ | $(8.8 \pm 0.9 \pm 1.7) \cdot 10^{-3}$ | $(7.4 \pm 0.4 \pm 1.2) \cdot 10^{-3}$ | $(7.31 \pm 0.44 \pm 0.71) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (M_L) | $(2.18 \pm 0.14 \pm 0.25) \cdot 10^{-3}$ | $(2.22 \pm 0.19 \pm 0.24) \cdot 10^{-3}$ | $(2.35 \pm 0.16 \pm 0.19) \cdot 10^{-3}$ | $(2.14 \pm 0.13 \pm 0.14) \cdot 10^{-3}$ |
| Var (B_N) | $(3.51 \pm 0.21 \pm 0.59) \cdot 10^{-4}$ | $(4.10 \pm 0.69 \pm 0.64) \cdot 10^{-4}$ | $(4.04 \pm 0.42 \pm 0.47) \cdot 10^{-4}$ | $(3.57 \pm 0.34 \pm 0.33) \cdot 10^{-4}$ |

Tabelle C.2: Varianzen der Verteilungen von $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} , M_H , M_H^2 , $T_{\text{maj.}}$, $T_{\text{min.}}$, S , O , M_L und B_N auf Hadronniveau bei den OPAL-Energien 182.7, 188.6, 191.6, 195.5, 199.5, 201.6, 204.9 und 206.6 GeV. Die erste Unsicherheit ist statistisch, die zweite systematisch.

Anhang D

Monte Carlo - Generatoren mit OPAL-Tuning bei JADE-Energien auf Partonniveau

Um eine korrektere Beschreibung des Partonniveaus zu erhalten, schließen wir bei JADE-Energien Ereignisse ohne Partonschauer aus, siehe Unterabschnitt 5.1. Allgemein ist der resultierende Effekt am größten für das erste Moment, da die höheren den Multijetbereich testen, vgl. Abschnitt 2.5.

Fast immer liegt die MC-Vorhersage über der NLO-Vorhersage: Für die ersten Momente von Thrust, C-Parameter und Total Jet Broadening stimmen die Generatoren bei Ausschluß der Ereignisse ohne Partonschauer weitgehend mit der perturbativen Vorhersage überein, für die höheren Momente liegen sie zunehmend über ihr. Verwendung aller Ereignisse führt jedoch wegen der Ereignisse mit Wert Null der Ereignisformvariablen stets zu einem unphysikalischen Energieverlauf mit negativer Krümmung. Diese fällt bei den Momenten von B_W , y_{23} und M_H viel weniger ins Gewicht; lediglich die Monte Carlo - Momente von $\langle B_W \rangle$ liegen etwas unter der perturbativen Vorhersage. Aus Konsistenzgründen verwenden wir auch für diese Observablen nur die Monte Carlo - Ereignisse mit Partonschauer.

Auch für die höchsten Momente aller hier untersuchten Ereignisformvariablen ist die Abweichung der Generatoren untereinander vergleichbar mit der Abweichung von der NLO-Vorhersage. Für die Momente der durch eine Hemisphäre bestimmten Ereignisformvariablen B_W , y_{23} und M_H (vgl. Abschnitt 5.1) stimmt die NLO-Vorhersage besser mit den Daten überein – vgl. die entsprechenden Fits in Unterabschnitt 5.3.1 – und auch die Generatoren liegen näher an der NLO-Vorhersage.

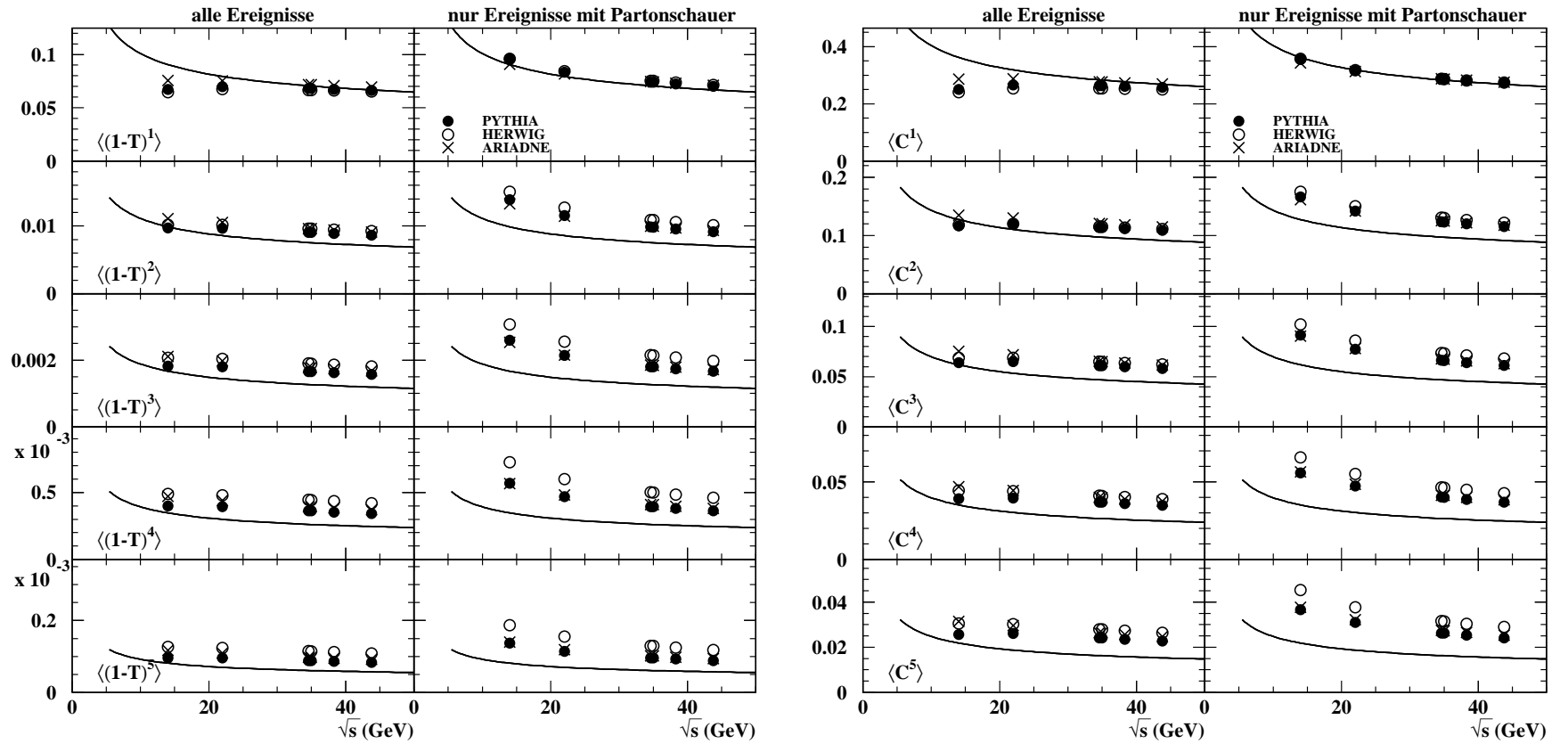


Abbildung D.1: Vorhersagen der Monte Carlo Modelle PYTHIA, HERWIG und ARIADNE für die Momente von Thrust, $\langle(1-T)^n\rangle$, und C-Parameter, $\langle C^n\rangle$, für $n = 1 \dots 5$ auf Partonniveau an vier JADE-Energiepunkten – 14.0 GeV, 22.0 GeV, 35.0 GeV und 43.8 GeV. Verwendet werden alle Ereignisse, oder nur die Ereignisse mit Partonschauer. Die Linie zeigt die NLO-Vorhersage mit zugrundegelegtem Wert von $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.12$.

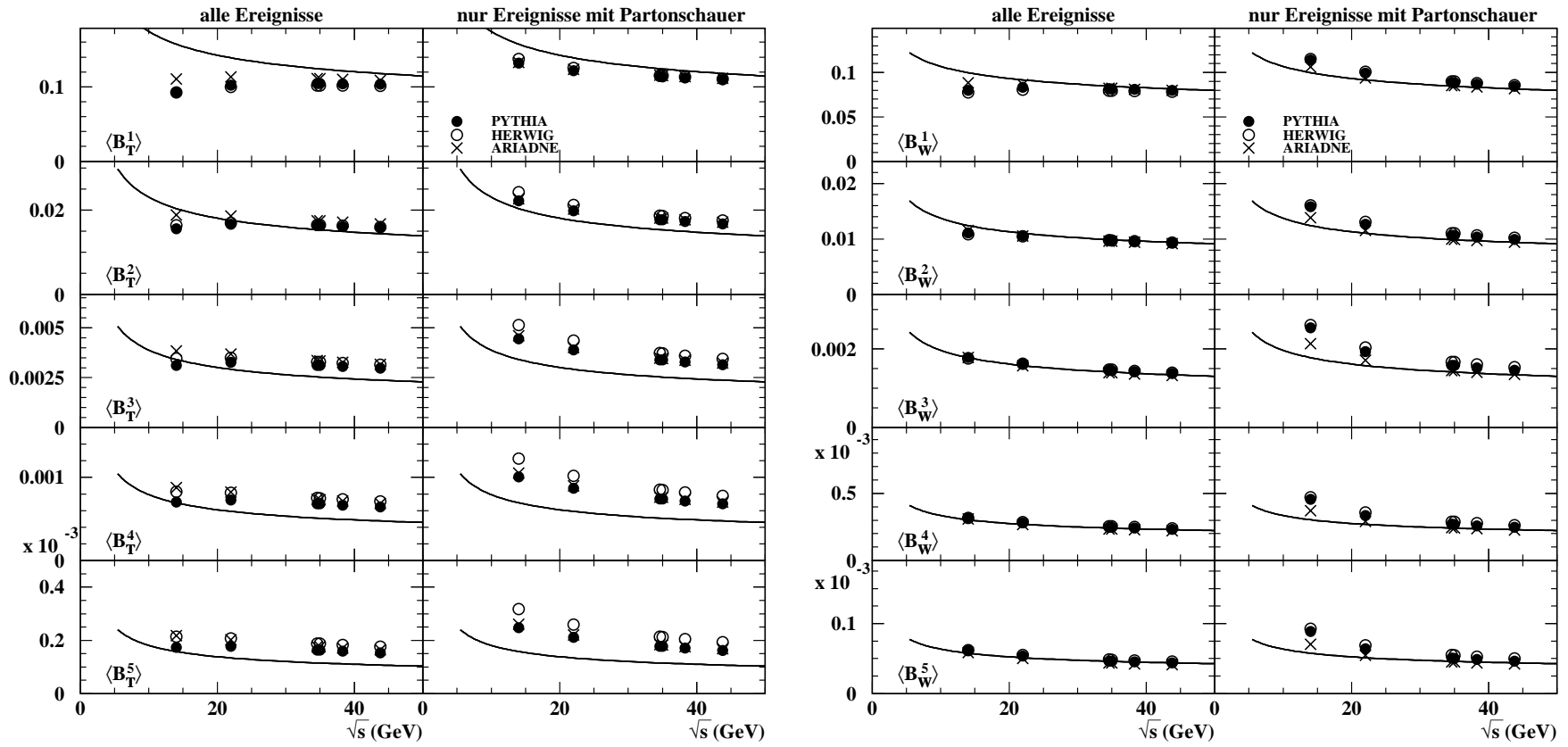


Abbildung D.2: Vorhersagen der Monte Carlo Modelle PYTHIA, HERWIG und ARIADNE für die Momente von Total Jet Broadening, $\langle B_T^n \rangle$, und Wide Jet Broadening, $\langle B_W^n \rangle$, für $n = 1 \dots 5$ auf Partonniveau an vier JADE-Energiepunkten – 14.0 GeV, 22.0 GeV, 35.0 GeV und 43.8 GeV. Verwendet werden alle Ereignisse, oder nur die Ereignisse mit Partonschauer. Die Linie zeigt die NLO-Vorhersage mit zugrundegelegtem Wert von $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.12$.

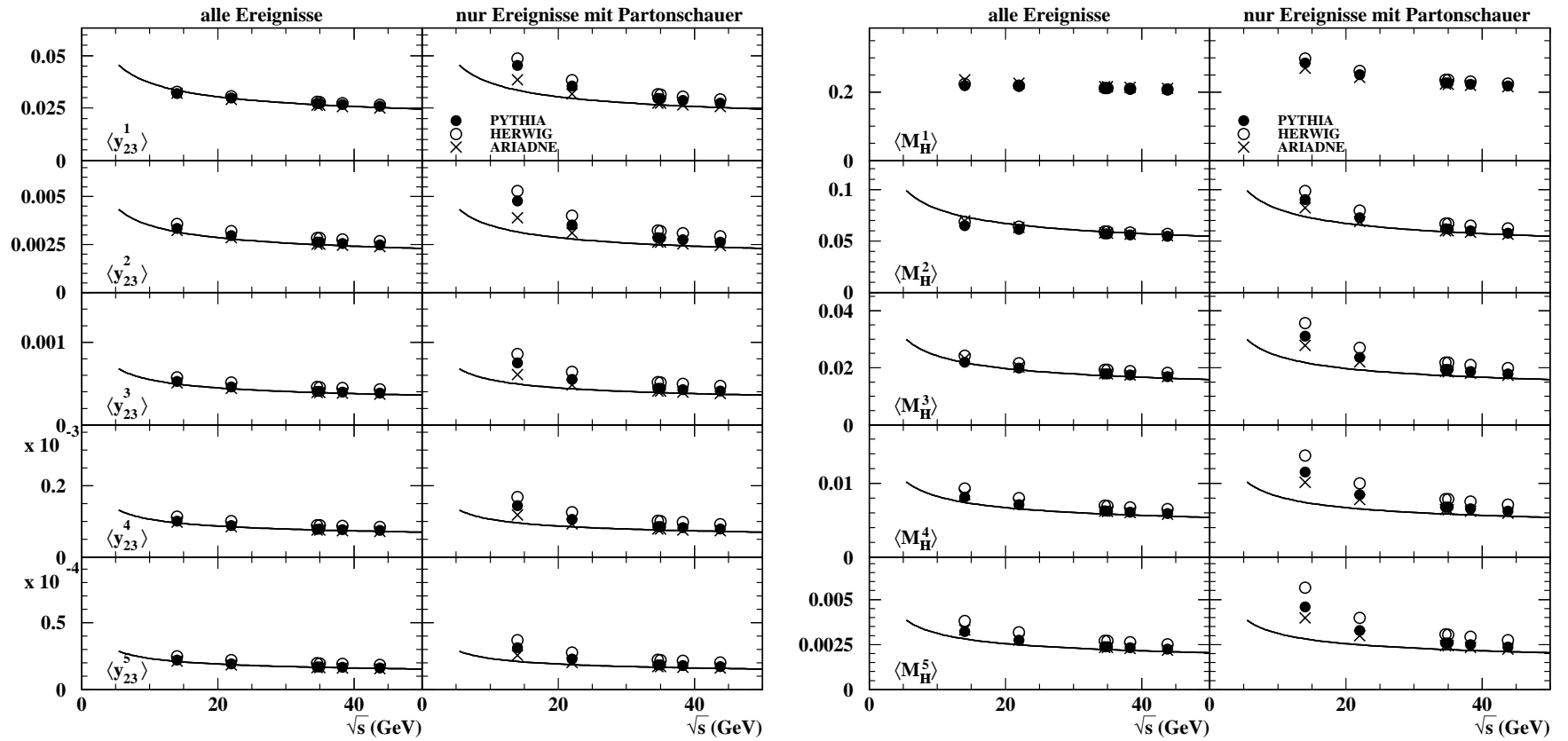


Abbildung D.3: Vorhersagen der Monte Carlo Modelle PYTHIA, HERWIG und ARIADNE für die Momente von Heavy Jet Mass, $\langle M_H^n \rangle$, und Durham Zweijet-Flippparameter, $\langle y_{23}^n \rangle$, für $n = 1 \dots 5$ auf Partonniveau an vier JADE-Energiepunkten – 14.0 GeV, 22.0 GeV, 35.0 GeV und 43.8 GeV. Verwendet werden alle Ereignisse, oder nur die Ereignisse mit Partonschauer. Die Linie zeigt die NLO-Vorhersage mit zugrundegelegtem Wert von $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.12$.

Anhang E

Abschätzung der statistischen Korrelationen der Momente von Ereignisformvariablen

Tabellen E.1 bis E.6 zeigen die Abschätzung der Korrelationen von erstem bis fünftem Moment der Ereignisformvariablen $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} und M_H auf Parton- sowie Hadronniveau an den Energiepunkten 14.0, 91.2 sowie 206.6 GeV mittels PYTHIA 6.1. Die Vorhersagen von ARIADNE weichen auf Parton- wie Hadronniveau bei 91.2 GeV um maximal 9% ab. HERWIG weicht auf Partonniveau um höchstens 16% ab, auf Hadronniveau nie mehr als 18%. Die Abweichungen häufen sich bei den Korrelationen hoher Momente von $1 - T$ und y_{23} .

| | $\langle 1-T \rangle$ | $\langle C \rangle$ | $\langle B_T \rangle$ | $\langle B_W \rangle$ | $\langle y_{23} \rangle$ | $\langle M_H \rangle$ | $\langle (1-T)^2 \rangle$ | $\langle C^2 \rangle$ | $\langle B_T^2 \rangle$ | $\langle B_W^2 \rangle$ | $\langle y_{23}^2 \rangle$ | $\langle M_H^2 \rangle$ | $\langle (1-T)^3 \rangle$ | $\langle C^3 \rangle$ | $\langle B_T^3 \rangle$ | $\langle B_W^3 \rangle$ | $\langle y_{23}^3 \rangle$ | $\langle M_H^3 \rangle$ | $\langle (1-T)^4 \rangle$ | $\langle C^4 \rangle$ | $\langle B_T^4 \rangle$ | $\langle B_W^4 \rangle$ | $\langle y_{23}^4 \rangle$ | $\langle M_H^4 \rangle$ | $\langle (1-T)^5 \rangle$ | $\langle C^5 \rangle$ | $\langle B_T^5 \rangle$ | $\langle B_W^5 \rangle$ | $\langle y_{23}^5 \rangle$ | $\langle M_H^5 \rangle$ | | | | | | |
|----------------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------|-----------------------|---------------------------|-----------------------|-------------------------|-------------------------|----------------------------|-------------------------|---------------------------|-----------------------|-------------------------|-------------------------|----------------------------|-------------------------|---------------------------|-----------------------|-------------------------|-------------------------|----------------------------|-------------------------|---------------------------|-----------------------|-------------------------|-------------------------|----------------------------|-------------------------|--|--|--|--|--|--|
| $\langle 1-T \rangle$ | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle C \rangle$ | 0.974 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle B_T \rangle$ | 0.960 | 0.984 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle B_W \rangle$ | 0.937 | 0.957 | 0.959 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle y_{23} \rangle$ | 0.893 | 0.833 | 0.837 | 0.871 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle M_H \rangle$ | 0.951 | 0.965 | 0.943 | 0.971 | 0.838 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle (1-T)^2 \rangle$ | 0.941 | 0.853 | 0.854 | 0.837 | 0.918 | 0.833 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle C^2 \rangle$ | 0.982 | 0.963 | 0.950 | 0.927 | 0.899 | 0.921 | 0.942 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle B_T^2 \rangle$ | 0.972 | 0.951 | 0.967 | 0.926 | 0.898 | 0.904 | 0.941 | 0.982 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle B_W^2 \rangle$ | 0.930 | 0.901 | 0.900 | 0.960 | 0.937 | 0.925 | 0.909 | 0.937 | 0.930 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle y_{23}^2 \rangle$ | 0.720 | 0.611 | 0.627 | 0.661 | 0.914 | 0.630 | 0.839 | 0.720 | 0.734 | 0.789 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle M_H^2 \rangle$ | 0.963 | 0.940 | 0.920 | 0.965 | 0.903 | 0.977 | 0.904 | 0.947 | 0.926 | 0.975 | 0.733 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle (1-T)^3 \rangle$ | 0.835 | 0.713 | 0.728 | 0.714 | 0.861 | 0.701 | 0.968 | 0.837 | 0.852 | 0.826 | 0.864 | 0.799 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle C^3 \rangle$ | 0.945 | 0.892 | 0.884 | 0.863 | 0.906 | 0.848 | 0.971 | 0.979 | 0.962 | 0.918 | 0.777 | 0.907 | 0.906 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle B_T^3 \rangle$ | 0.931 | 0.872 | 0.893 | 0.851 | 0.900 | 0.824 | 0.969 | 0.953 | 0.977 | 0.901 | 0.792 | 0.878 | 0.923 | 0.974 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle B_W^3 \rangle$ | 0.872 | 0.805 | 0.806 | 0.876 | 0.935 | 0.840 | 0.916 | 0.883 | 0.877 | 0.974 | 0.859 | 0.928 | 0.876 | 0.901 | 0.887 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle y_{23}^3 \rangle$ | 0.586 | 0.469 | 0.491 | 0.520 | 0.794 | 0.493 | 0.729 | 0.575 | 0.600 | 0.654 | 0.966 | 0.597 | 0.791 | 0.642 | 0.672 | 0.745 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle M_H^3 \rangle$ | 0.933 | 0.878 | 0.863 | 0.920 | 0.925 | 0.919 | 0.933 | 0.926 | 0.905 | 0.980 | 0.805 | 0.981 | 0.861 | 0.918 | 0.889 | 0.974 | 0.680 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle (1-T)^4 \rangle$ | 0.732 | 0.597 | 0.621 | 0.608 | 0.781 | 0.592 | 0.903 | 0.730 | 0.757 | 0.733 | 0.837 | 0.696 | 0.980 | 0.816 | 0.852 | 0.806 | 0.798 | 0.774 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle C^4 \rangle$ | 0.893 | 0.818 | 0.817 | 0.795 | 0.883 | 0.775 | 0.966 | 0.935 | 0.923 | 0.877 | 0.799 | 0.852 | 0.937 | 0.987 | 0.965 | 0.887 | 0.678 | 0.885 | 0.869 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle B_T^4 \rangle$ | 0.866 | 0.781 | 0.808 | 0.764 | 0.864 | 0.735 | 0.956 | 0.892 | 0.924 | 0.843 | 0.808 | 0.807 | 0.952 | 0.944 | 0.984 | 0.857 | 0.708 | 0.840 | 0.907 | 0.961 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle B_W^4 \rangle$ | 0.798 | 0.707 | 0.712 | 0.786 | 0.896 | 0.750 | 0.887 | 0.806 | 0.804 | 0.918 | 0.884 | 0.860 | 0.884 | 0.849 | 0.840 | 0.983 | 0.798 | 0.935 | 0.839 | 0.855 | 0.833 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle y_{23}^4 \rangle$ | 0.492 | 0.379 | 0.403 | 0.428 | 0.694 | 0.405 | 0.637 | 0.475 | 0.505 | 0.554 | 0.904 | 0.501 | 0.714 | 0.540 | 0.578 | 0.649 | 0.982 | 0.584 | 0.739 | 0.579 | 0.621 | 0.713 | 1.000 | | | | | | | | | | | | | |
| $\langle M_H^4 \rangle$ | 0.880 | 0.799 | 0.790 | 0.855 | 0.913 | 0.845 | 0.928 | 0.876 | 0.859 | 0.954 | 0.846 | 0.936 | 0.890 | 0.895 | 0.869 | 0.984 | 0.740 | 0.986 | 0.822 | 0.882 | 0.840 | 0.973 | 0.648 | 1.000 | | | | | | | | | | | | |
| $\langle (1-T)^5 \rangle$ | 0.642 | 0.505 | 0.534 | 0.521 | 0.699 | 0.504 | 0.829 | 0.634 | 0.671 | 0.648 | 0.786 | 0.607 | 0.936 | 0.727 | 0.776 | 0.731 | 0.772 | 0.689 | 0.986 | 0.791 | 0.846 | 0.778 | 0.731 | 0.748 | 1.000 | | | | | | | | | | | |
| $\langle C^5 \rangle$ | 0.839 | 0.750 | 0.754 | 0.730 | 0.845 | 0.708 | 0.945 | 0.884 | 0.876 | 0.828 | 0.797 | 0.795 | 0.945 | 0.957 | 0.940 | 0.856 | 0.692 | 0.841 | 0.898 | 0.991 | 0.957 | 0.841 | 0.598 | 0.852 | 0.832 | 1.000 | | | | | | | | | | |
| $\langle B_T^5 \rangle$ | 0.795 | 0.694 | 0.726 | 0.680 | 0.810 | 0.651 | 0.920 | 0.820 | 0.861 | 0.774 | 0.795 | 0.732 | 0.950 | 0.893 | 0.946 | 0.808 | 0.715 | 0.777 | 0.931 | 0.930 | 0.988 | 0.801 | 0.637 | 0.791 | 0.888 | 0.944 | 1.000 | | | | | | | | | |
| $\langle B_W^5 \rangle$ | 0.725 | 0.620 | 0.630 | 0.704 | 0.844 | 0.670 | 0.842 | 0.728 | 0.732 | 0.855 | 0.881 | 0.791 | 0.868 | 0.784 | 0.783 | 0.946 | 0.823 | 0.882 | 0.845 | 0.805 | 0.792 | 0.989 | 0.751 | 0.942 | 0.800 | 0.803 | 0.774 | 1.000 | | | | | | | | |
| $\langle y_{23}^5 \rangle$ | 0.424 | 0.318 | 0.343 | 0.364 | 0.615 | 0.344 | 0.564 | 0.403 | 0.436 | 0.480 | 0.839 | 0.432 | 0.646 | 0.464 | 0.506 | 0.573 | 0.945 | 0.511 | 0.681 | 0.502 | 0.550 | 0.640 | 0.989 | 0.575 | 0.683 | 0.523 | 0.571 | 0.685 | 1.000 | | | | | | | |
| $\langle M_H^5 \rangle$ | 0.817 | 0.719 | 0.715 | 0.785 | 0.881 | 0.770 | 0.902 | 0.813 | 0.801 | 0.910 | 0.861 | 0.879 | 0.894 | 0.851 | 0.830 | 0.970 | 0.776 | 0.952 | 0.847 | 0.854 | 0.819 | 0.985 | 0.694 | 0.989 | 0.785 | 0.837 | 0.783 | 0.973 | 0.624 | 1.000 | | | | | | |

Tabelle E.4: Korrelationen von erstem bis f5nfitem Moment von $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} und M_H (Zeile) mit erstem bis f5nfitem Moment von $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} und M_H (Spalte) auf Hadronniveau bei der Schwerpunktsenergie von 91.3 GeV, abgeschätzt mittels PYTHIA 6.1.

Anhang F

Messungen von $\alpha_s(M_{Z0})$ aus Fits der perturbativen Vorhersage an einzelne Momente von Ereignisformvariablen

In diesem Anhang geben wir Tabellen der Fitergebnisse der jeweiligen perturbativen Vorhersage an einzelne Momente von Ereignisformvariablen:

1. Über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, 14–44 GeV.
2. Über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie, 91–209 GeV, in den 4 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.2.
3. Über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie, 91–209 GeV, in den 12 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.2.
4. Über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, sowie der LEP-Schwerpunktsenergie unter Abschätzung der experimentellen Systematik mittels der Minimum-Overlap Annahme.
5. Über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie; Zentralwerte und experimentelle Systematik werden aus der Minimum-Overlap Annahme erhalten.
6. Über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie; Zentralwerte und experimentelle Systematik werden aus der Maximum-Overlap Annahme erhalten.
7. Über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie; Zentralwerte und experimentelle Systematik werden aus der Minimum-Overlap Annahme erhalten.
8. Über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie; Zentralwerte und experimentelle Systematik werden aus der Maximum-Overlap Annahme erhalten.

Die jeweils zugrundeliegende Fitprozedur wird in Unterabschnitt 5.3.1 diskutiert.

| | | | | | | |
|--|-------------------------|----------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|------------------------|
| | $\langle(1-T)^1\rangle$ | $\langle C^1\rangle$ | $\langle B_T^1\rangle$ | $\langle B_W^1\rangle$ | $\langle y_{23}^1\rangle$ | |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1269 | 0.1236 | 0.1156 | 0.1307 | 0.1346 | |
| Statistischer Fehler | 0.0004 | 0.0003 | 0.0002 | 0.0004 | 0.0009 | |
| Experimentelle Syst. | 0.0012 | 0.0010 | 0.0006 | 0.0013 | 0.0014 | |
| HERWIG-Hadronisierung | -0.0017* | -0.0017* | -0.0003 | -0.0007 | +0.0011 | |
| ARIADNE-Hadronisierung | +0.0002 | +0.0000 | +0.0009* | -0.0042* | -0.0052* | |
| Hadronisierungsfehler | 0.0017 | 0.0017 | 0.0009 | 0.0042 | 0.0052 | |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | +0.0081 -0.0065 | +0.0073 -0.0059 | +0.0053 -0.0041 | +0.0101 -0.0007 | +0.0076 -0.0057 | |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 3.1/5 | 4.5/5 | 14.4/5 | 20.6/5 | 7.6/5 | |
| | $\langle(1-T)^2\rangle$ | $\langle C^2\rangle$ | $\langle B_T^2\rangle$ | $\langle B_W^2\rangle$ | $\langle y_{23}^2\rangle$ | $\langle M_H^2\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1437 | 0.1409 | 0.1331 | 0.1327 | 0.1373 | 0.1293 |
| Statistischer Fehler | 0.0008 | 0.0005 | 0.0004 | 0.0006 | 0.0020 | 0.0004 |
| Experimentelle Syst. | 0.0018 | 0.0016 | 0.0009 | 0.0020 | 0.0015 | 0.0010 |
| HERWIG-Hadronisierung | +0.0009* | -0.0001 | +0.0006 | -0.0006 | +0.0026 | +0.0052* |
| ARIADNE-Hadronisierung | +0.0009 | +0.0008* | +0.0011* | -0.0049* | -0.0044* | -0.0024 |
| Hadronisierungsfehler | 0.0009 | 0.0008 | 0.0011 | 0.0049 | 0.0044 | 0.0052 |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | +0.0134 -0.0109 | +0.0129 -0.0105 | +0.0121 -0.0100 | +0.0072 -0.0053 | +0.0086 -0.0066 | +0.0060 -0.0041 |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 2.8/5 | 3.9/5 | 9.5/5 | 12.8/5 | 2.4/5 | 20.1/5 |
| | $\langle(1-T)^3\rangle$ | $\langle C^3\rangle$ | $\langle B_T^3\rangle$ | $\langle B_W^3\rangle$ | $\langle y_{23}^3\rangle$ | $\langle M_H^3\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1505 | 0.1487 | 0.1431 | 0.1377 | 0.1368 | 0.1364 |
| Statistischer Fehler | 0.0013 | 0.0007 | 0.0007 | 0.0011 | 0.0031 | 0.0007 |
| Experimentelle Syst. | 0.0020 | 0.0020 | 0.0012 | 0.0030 | 0.0029 | 0.0010 |
| HERWIG-Hadronisierung | +0.0033* | +0.0016* | +0.0018* | -0.0006 | +0.0033 | +0.0070* |
| ARIADNE-Hadronisierung | +0.0015 | +0.0015 | +0.0012 | -0.0060* | -0.0041* | -0.0030 |
| Hadronisierungsfehler | 0.0033 | 0.0016 | 0.0018 | 0.0060 | 0.0041 | 0.0070 |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | +0.0159 -0.0127 | +0.0156 -0.0126 | +0.0158 -0.0127 | +0.0081 -0.0060 | +0.0084 -0.0064 | +0.0084 -0.0064 |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 2.8/5 | 4.0/5 | 6.5/5 | 8.1/5 | 1.1/5 | 14.0/5 |
| | $\langle(1-T)^4\rangle$ | $\langle C^4\rangle$ | $\langle B_T^4\rangle$ | $\langle B_W^4\rangle$ | $\langle y_{23}^4\rangle$ | $\langle M_H^4\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1544 | 0.1535 | 0.1485 | 0.1396 | 0.1364 | 0.1400 |
| Statistischer Fehler | 0.0019 | 0.0010 | 0.0010 | 0.0020 | 0.0047 | 0.0010 |
| Experimentelle Syst. | 0.0020 | 0.0022 | 0.0014 | 0.0039 | 0.0049 | 0.0010 |
| HERWIG-Hadronisierung | +0.0051* | +0.0031* | +0.0030* | -0.0009 | +0.0033 | +0.0084* |
| ARIADNE-Hadronisierung | +0.0021 | +0.0022 | +0.0013 | -0.0070* | -0.0041* | -0.0036 |
| Hadronisierungsfehler | 0.0051 | 0.0031 | 0.0030 | 0.0070 | 0.0041 | 0.0084 |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | +0.0176 -0.0140 | +0.0176 -0.0141 | +0.0182 -0.0145 | +0.0080 -0.0058 | +0.0082 -0.0062 | +0.0091 -0.0070 |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 3.0/5 | 4.5/5 | 4.8/5 | 4.4/5 | 0.6/5 | 9.5/5 |
| | $\langle(1-T)^5\rangle$ | $\langle C^5\rangle$ | $\langle B_T^5\rangle$ | $\langle B_W^5\rangle$ | $\langle y_{23}^5\rangle$ | $\langle M_H^5\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1571 | 0.1574 | 0.1520 | 0.1407 | 0.1363 | 0.1414 |
| Statistischer Fehler | 0.0028 | 0.0011 | 0.0015 | 0.0036 | 0.0073 | 0.0014 |
| Experimentelle Syst. | 0.0023 | 0.0024 | 0.0016 | 0.0047 | 0.0067 | 0.0013 |
| HERWIG-Hadronisierung | +0.0067* | +0.0045* | +0.0041* | -0.0014 | +0.0029 | +0.0095* |
| ARIADNE-Hadronisierung | +0.0026 | +0.0029 | +0.0012 | -0.0080* | -0.0046* | -0.0041 |
| Hadronisierungsfehler | 0.0067 | 0.0045 | 0.0041 | 0.0080 | 0.0046 | 0.0095 |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | +0.0190 -0.0150 | +0.0194 -0.0153 | +0.0200 -0.0157 | +0.0077 -0.0053 | +0.0081 -0.0061 | +0.0093 -0.0071 |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 3.1/5 | 5.0/5 | 3.5/5 | 1.9/5 | 0.4/5 | 6.4/5 |

Tabelle F.1: Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Momenten von Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, 14–44 GeV, in den 6 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.1. Als Hadronisierungsunsicherheit wird die größere Abweichung zu HERWIG und ARIADNE genommen; sie ist jeweils durch einen Stern markiert.

| | | | | | | |
|---------------------------------|-------------------------|----------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|------------------------|
| | $\langle(1-T)^1\rangle$ | $\langle C^1\rangle$ | $\langle B_T^1\rangle$ | $\langle B_W^1\rangle$ | $\langle y_{23}^1\rangle$ | |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1267 | 0.1242 | 0.1172 | 0.1214 | 0.1223 | |
| Statistischer Fehler | 0.0003 | 0.0002 | 0.0002 | 0.0003 | 0.0006 | |
| Experimentelle Syst. | 0.0010 | 0.0008 | 0.0006 | 0.0013 | 0.0027 | |
| HERWIG-Hadronisierung | -0.0017 | -0.0022 | -0.0023 | -0.0022* | +0.0005* | |
| ARIADNE-Hadronisierung | +0.0038* | +0.0035* | +0.0029* | +0.0010 | +0.0001 | |
| Hadronisierungsfehler | 0.0038 | 0.0035 | 0.0029 | 0.0022 | 0.0005 | |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ | +0.0072 | +0.0066 | +0.0050 | +0.0050 | +0.0052 | |
| $x_\mu=0.5$ | -0.0058 | -0.0053 | -0.0038 | -0.0004 | -0.0039 | |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 4.2/3 | 6.2/3 | 11.6/3 | 2.2/3 | 1.0/3 | |
| | $\langle(1-T)^2\rangle$ | $\langle C^2\rangle$ | $\langle B_T^2\rangle$ | $\langle B_W^2\rangle$ | $\langle y_{23}^2\rangle$ | $\langle M_H^2\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1427 | 0.1412 | 0.1344 | 0.1216 | 0.1235 | 0.1226 |
| Statistischer Fehler | 0.0007 | 0.0004 | 0.0004 | 0.0006 | 0.0014 | 0.0003 |
| Experimentelle Syst. | 0.0017 | 0.0015 | 0.0012 | 0.0020 | 0.0031 | 0.0018 |
| HERWIG-Hadronisierung | +0.0006 | -0.0003 | -0.0011 | -0.0012* | +0.0015* | +0.0025* |
| ARIADNE-Hadronisierung | +0.0041* | +0.0040* | +0.0029* | +0.0002 | +0.0005 | +0.0020 |
| Hadronisierungsfehler | 0.0041 | 0.0040 | 0.0029 | 0.0012 | 0.0015 | 0.0025 |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ | +0.0120 | +0.0118 | +0.0115 | +0.0050 | +0.0057 | +0.0045 |
| $x_\mu=0.5$ | -0.0098 | -0.0096 | -0.0095 | -0.0036 | -0.0044 | -0.0030 |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 1.8/3 | 2.5/3 | 3.1/3 | 1.3/3 | 0.7/3 | 0.8/3 |
| | $\langle(1-T)^3\rangle$ | $\langle C^3\rangle$ | $\langle B_T^3\rangle$ | $\langle B_W^3\rangle$ | $\langle y_{23}^3\rangle$ | $\langle M_H^3\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1501 | 0.1494 | 0.1439 | 0.1228 | 0.1227 | 0.1266 |
| Statistischer Fehler | 0.0015 | 0.0006 | 0.0009 | 0.0014 | 0.0029 | 0.0006 |
| Experimentelle Syst. | 0.0020 | 0.0018 | 0.0017 | 0.0032 | 0.0040 | 0.0026 |
| HERWIG-Hadronisierung | +0.0018 | +0.0009 | -0.0002 | -0.0010* | +0.0016* | +0.0035* |
| ARIADNE-Hadronisierung | +0.0044* | +0.0043* | +0.0028* | -0.0002 | +0.0006 | +0.0015 |
| Hadronisierungsfehler | 0.0044 | 0.0043 | 0.0028 | 0.0010 | 0.0016 | 0.0035 |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ | +0.0144 | +0.0145 | +0.0149 | +0.0052 | +0.0056 | +0.0061 |
| $x_\mu=0.5$ | -0.0117 | -0.0118 | -0.0121 | -0.0039 | -0.0042 | -0.0047 |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 1.0/3 | 1.7/3 | 1.5/3 | 1.2/3 | 0.4/3 | 1.0/3 |
| | $\langle(1-T)^4\rangle$ | $\langle C^4\rangle$ | $\langle B_T^4\rangle$ | $\langle B_W^4\rangle$ | $\langle y_{23}^4\rangle$ | $\langle M_H^4\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1557 | 0.1553 | 0.1495 | 0.1222 | 0.1214 | 0.1276 |
| Statistischer Fehler | 0.0028 | 0.0007 | 0.0017 | 0.0030 | 0.0057 | 0.0009 |
| Experimentelle Syst. | 0.0021 | 0.0019 | 0.0020 | 0.0051 | 0.0085 | 0.0034 |
| HERWIG-Hadronisierung | +0.0026 | +0.0016 | +0.0004 | -0.0011* | +0.0015* | +0.0040* |
| ARIADNE-Hadronisierung | +0.0050* | +0.0048* | +0.0027* | -0.0005 | +0.0006 | +0.0010 |
| Hadronisierungsfehler | 0.0050 | 0.0048 | 0.0027 | 0.0011 | 0.0015 | 0.0040 |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ | +0.0164 | +0.0168 | +0.0173 | +0.0049 | +0.0053 | +0.0063 |
| $x_\mu=0.5$ | -0.0132 | -0.0134 | -0.0139 | -0.0035 | -0.0040 | -0.0049 |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 0.6/3 | 1.3/3 | 0.9/3 | 1.0/3 | 0.3/3 | 1.2/3 |
| | $\langle(1-T)^5\rangle$ | $\langle C^5\rangle$ | $\langle B_T^5\rangle$ | $\langle B_W^5\rangle$ | $\langle y_{23}^5\rangle$ | $\langle M_H^5\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1615 | 0.1606 | 0.1541 | 0.1217 | 0.1196 | 0.1269 |
| Statistischer Fehler | 0.0053 | 0.0009 | 0.0033 | 0.0063 | 0.0111 | 0.0013 |
| Experimentelle Syst. | 0.0027 | 0.0019 | 0.0026 | 0.0086 | 0.0207 | 0.0040 |
| HERWIG-Hadronisierung | +0.0032 | +0.0022 | +0.0007 | -0.0011* | +0.0013* | +0.0042* |
| ARIADNE-Hadronisierung | +0.0058* | +0.0052* | +0.0026* | -0.0008 | +0.0006 | +0.0007 |
| Hadronisierungsfehler | 0.0058 | 0.0052 | 0.0026 | 0.0011 | 0.0013 | 0.0042 |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ | +0.0185 | +0.0189 | +0.0195 | +0.0044 | +0.0049 | +0.0062 |
| $x_\mu=0.5$ | -0.0147 | -0.0150 | -0.0154 | -0.0030 | -0.0037 | -0.0047 |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 0.4/3 | 1.0/3 | 0.5/3 | 0.7/3 | 0.2/3 | 1.3/3 |

Tabelle F.2: Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Momenten von Ereignisformvariablen über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie, 91–209 GeV, in den 4 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.2. Als Hadronisierungsunsicherheit wird die größere Abweichung zu HERWIG und ARIADNE genommen; sie ist jeweils durch einen Stern markiert.

| | $\langle(1-T)^1\rangle$ | $\langle C^1\rangle$ | $\langle B_T^1\rangle$ | $\langle B_W^1\rangle$ | $\langle y_{23}^1\rangle$ | |
|--|-------------------------|----------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|------------------------|
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1267 | 0.1243 | 0.1173 | 0.1215 | 0.1223 | |
| Statistischer Fehler | 0.0003 | 0.0002 | 0.0002 | 0.0003 | 0.0006 | |
| Experimentelle Syst. | 0.0010 | 0.0008 | 0.0007 | 0.0013 | 0.0027 | |
| HERWIG-Hadronisierung | -0.0017 | -0.0022 | -0.0023 | -0.0022* | +0.0005* | |
| ARIADNE-Hadronisierung | +0.0038* | +0.0035* | +0.0029* | +0.0010 | +0.0001 | |
| Hadronisierungsfehler | 0.0038 | 0.0035 | 0.0029 | 0.0022 | 0.0005 | |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | +0.0074 -0.0060 | +0.0068 -0.0055 | +0.0051 -0.0039 | +0.0049 -0.0003 | +0.0054 -0.0040 | |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 17.9/11 | 24.8/11 | 45.1/11 | 12.1/11 | 8.9/11 | |
| | $\langle(1-T)^2\rangle$ | $\langle C^2\rangle$ | $\langle B_T^2\rangle$ | $\langle B_W^2\rangle$ | $\langle y_{23}^2\rangle$ | $\langle M_H^2\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1428 | 0.1412 | 0.1345 | 0.1217 | 0.1233 | 0.1227 |
| Statistischer Fehler | 0.0007 | 0.0004 | 0.0004 | 0.0006 | 0.0014 | 0.0003 |
| Experimentelle Syst. | 0.0018 | 0.0015 | 0.0012 | 0.0021 | 0.0032 | 0.0019 |
| HERWIG-Hadronisierung | +0.0006 | -0.0003 | -0.0011 | -0.0011* | +0.0014* | +0.0025* |
| ARIADNE-Hadronisierung | +0.0041* | +0.0040* | +0.0028* | +0.0002 | +0.0004 | +0.0020 |
| Hadronisierungsfehler | 0.0041 | 0.0040 | 0.0028 | 0.0011 | 0.0014 | 0.0025 |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | +0.0123 -0.0100 | +0.0121 -0.0098 | +0.0118 -0.0097 | +0.0051 -0.0038 | +0.0059 -0.0045 | +0.0047 -0.0032 |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 9.0/11 | 12.3/11 | 15.1/11 | 8.5/11 | 10.3/11 | 7.5/11 |
| | $\langle(1-T)^3\rangle$ | $\langle C^3\rangle$ | $\langle B_T^3\rangle$ | $\langle B_W^3\rangle$ | $\langle y_{23}^3\rangle$ | $\langle M_H^3\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1501 | 0.1494 | 0.1440 | 0.1228 | 0.1216 | 0.1267 |
| Statistischer Fehler | 0.0015 | 0.0006 | 0.0009 | 0.0014 | 0.0028 | 0.0006 |
| Experimentelle Syst. | 0.0020 | 0.0018 | 0.0017 | 0.0034 | 0.0045 | 0.0027 |
| HERWIG-Hadronisierung | +0.0018 | +0.0009 | -0.0002 | -0.0010* | +0.0017* | +0.0035* |
| ARIADNE-Hadronisierung | +0.0044* | +0.0043* | +0.0028* | -0.0002 | +0.0006 | +0.0015 |
| Hadronisierungsfehler | 0.0044 | 0.0043 | 0.0028 | 0.0010 | 0.0017 | 0.0035 |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | +0.0168 -0.0119 | +0.0149 -0.0120 | +0.0153 -0.0124 | +0.0054 -0.0040 | +0.0056 -0.0042 | +0.0063 -0.0048 |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 5.9/11 | 9.3/11 | 9.3/11 | 7.9/11 | 13.4/11 | 8.0/11 |
| | $\langle(1-T)^4\rangle$ | $\langle C^4\rangle$ | $\langle B_T^4\rangle$ | $\langle B_W^4\rangle$ | $\langle y_{23}^4\rangle$ | $\langle M_H^4\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1557 | 0.1554 | 0.1497 | 0.1220 | 0.1158 | 0.1275 |
| Statistischer Fehler | 0.0028 | 0.0008 | 0.0017 | 0.0029 | 0.0055 | 0.0009 |
| Experimentelle Syst. | 0.0025 | 0.0019 | 0.0022 | 0.0060 | 0.0116 | 0.0034 |
| HERWIG-Hadronisierung | +0.0026 | +0.0016 | +0.0004 | -0.0010* | +0.0018* | +0.0040* |
| ARIADNE-Hadronisierung | +0.0050* | +0.0048* | +0.0027* | -0.0005 | +0.0004 | +0.0010 |
| Hadronisierungsfehler | 0.0050 | 0.0048 | 0.0027 | 0.0010 | 0.0018 | 0.0040 |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | +0.0168 -0.0134 | +0.0172 -0.0137 | +0.0178 -0.0142 | +0.0050 -0.0036 | +0.0047 -0.0036 | +0.0065 -0.0050 |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 4.1/11 | 7.3/11 | 6.7/11 | 7.2/11 | 18.9/11 | 8.4/11 |
| | $\langle(1-T)^5\rangle$ | $\langle C^5\rangle$ | $\langle B_T^5\rangle$ | $\langle B_W^5\rangle$ | $\langle y_{23}^5\rangle$ | $\langle M_H^5\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1609 | 0.1606 | 0.1545 | 0.1212 | 0.0942 | 0.1269 |
| Statistischer Fehler | 0.0052 | 0.0009 | 0.0032 | 0.0055 | 0.0096 | 0.0013 |
| Experimentelle Syst. | 0.0056 | 0.0019 | 0.0034 | 0.0116 | 0.0353 | 0.0041 |
| HERWIG-Hadronisierung | +0.0033 | +0.0022 | +0.0006 | -0.0010* | +0.0025* | +0.0042* |
| ARIADNE-Hadronisierung | +0.0058* | +0.0052* | +0.0025* | -0.0007 | -0.0001 | +0.0007 |
| Hadronisierungsfehler | 0.0058 | 0.0052 | 0.0025 | 0.0010 | 0.0025 | 0.0042 |
| x_μ -Variation: $x_\mu=2.0$ $x_\mu=0.5$ | +0.0188 -0.0149 | +0.0194 -0.0153 | +0.0201 -0.0157 | +0.0045 -0.0031 | +0.0025 -0.0019 | +0.0063 -0.0049 |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 3.2/11 | 5.7/11 | 4.9/11 | 5.9/11 | 24.7/11 | 8.3/11 |

Tabelle F.3: Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Momenten von Ereignisformvariablen über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie, 91–209 GeV, in den 12 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.2. Als Hadronisierungsunsicherheit wird die größere Abweichung zu HERWIG und ARIADNE genommen; sie ist jeweils durch einen Stern markiert.

| | $\langle(1-T)^1\rangle$ | $\langle C^1\rangle$ | $\langle B_{\text{T}}^1\rangle$ | $\langle y_{23}^1\rangle$ | | |
|--|--|--|--|--|--|--|
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1266 | 0.1239 | 0.1163 | 0.1257 | | |
| Statistischer Fehler | 0.0002 | 0.0002 | 0.0001 | 0.0005 | | |
| Experimentelle Syst. | 0.0007 | 0.0006 | 0.0005 | 0.0015 | | |
| HERWIG Hadronisierung | -0.0020* | -0.0018* | -0.0005 | +0.0010 | | |
| ARIADNE Hadronisierung | -0.0005 | -0.0014 | +0.0009* | -0.0062* | | |
| Hadronisierungsfehler | 0.0020 | 0.0018 | 0.0009 | 0.0062 | | |
| x_μ -Variation: $\begin{smallmatrix} x_\mu=2.0 \\ x_\mu=0.5 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0082 \\ -0.0067 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0075 \\ -0.0061 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0054 \\ -0.0043 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0072 \\ -0.0053 \end{smallmatrix}$ | | |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 28.3/17 | 49.6/17 | 151/17 | 156/17 | | |
| | $\langle(1-T)^2\rangle$ | $\langle C^2\rangle$ | $\langle B_{\text{T}}^2\rangle$ | $\langle B_{\text{W}}^2\rangle$ | $\langle y_{23}^2\rangle$ | $\langle M_{\text{H}}^2\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1429 | 0.1408 | 0.1334 | 0.1268 | 0.1276 | 0.1250 |
| Statistischer Fehler | 0.0005 | 0.0003 | 0.0003 | 0.0005 | 0.0012 | 0.0003 |
| Experimentelle Syst. | 0.0012 | 0.0010 | 0.0008 | 0.0014 | 0.0020 | 0.0007 |
| HERWIG Hadronisierung | +0.0005 | -0.0003* | +0.0006 | -0.0013 | +0.0020 | +0.0059* |
| ARIADNE Hadronisierung | +0.0010* | -0.0001 | +0.0011* | -0.0046* | -0.0024* | -0.0039 |
| Hadronisierungsfehler | 0.0010 | 0.0003 | 0.0011 | 0.0046 | 0.0024 | 0.0059 |
| x_μ -Variation: $\begin{smallmatrix} x_\mu=2.0 \\ x_\mu=0.5 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0132 \\ -0.0108 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0130 \\ -0.0106 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0121 \\ -0.0100 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0068 \\ -0.0051 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0064 \\ -0.0049 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0067 \\ -0.0047 \end{smallmatrix}$ |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 19.3/17 | 28.5/17 | 63.0/17 | 201/17 | 49.4/17 | 209/17 |
| | $\langle(1-T)^3\rangle$ | $\langle C^3\rangle$ | $\langle B_{\text{T}}^3\rangle$ | $\langle B_{\text{W}}^3\rangle$ | $\langle y_{23}^3\rangle$ | $\langle M_{\text{H}}^3\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1498 | 0.1488 | 0.1429 | 0.1313 | 0.1279 | 0.1303 |
| Statistischer Fehler | 0.0010 | 0.0004 | 0.0005 | 0.0009 | 0.0021 | 0.0005 |
| Experimentelle Syst. | 0.0014 | 0.0012 | 0.0010 | 0.0021 | 0.0023 | 0.0010 |
| HERWIG Hadronisierung | +0.0024* | +0.0012* | +0.0016* | -0.0014 | +0.0020* | +0.0078* |
| ARIADNE Hadronisierung | +0.0021 | +0.0010 | +0.0013 | -0.0043* | -0.0010 | -0.0041 |
| Hadronisierungsfehler | 0.0024 | 0.0012 | 0.0016 | 0.0043 | 0.0020 | 0.0078 |
| x_μ -Variation: $\begin{smallmatrix} x_\mu=2.0 \\ x_\mu=0.5 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0154 \\ -0.0124 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0155 \\ -0.0126 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0156 \\ -0.0126 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0068 \\ -0.0051 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0065 \\ -0.0050 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0090 \\ -0.0070 \end{smallmatrix}$ |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 17.1/17 | 27.8/17 | 37.8/17 | 105/17 | 29.5/17 | 169/17 |
| | $\langle(1-T)^4\rangle$ | $\langle C^4\rangle$ | $\langle B_{\text{T}}^4\rangle$ | $\langle B_{\text{W}}^4\rangle$ | $\langle y_{23}^4\rangle$ | $\langle M_{\text{H}}^4\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1542 | 0.1542 | 0.1482 | 0.1335 | 0.1270 | 0.1326 |
| Statistischer Fehler | 0.0015 | 0.0006 | 0.0008 | 0.0017 | 0.0037 | 0.0007 |
| Experimentelle Syst. | 0.0017 | 0.0014 | 0.0012 | 0.0029 | 0.0035 | 0.0014 |
| HERWIG Hadronisierung | +0.0041* | +0.0023* | +0.0026* | -0.0015 | +0.0020* | +0.0093* |
| ARIADNE Hadronisierung | +0.0028 | +0.0021 | +0.0014 | -0.0047* | -0.0015 | -0.0045 |
| Hadronisierungsfehler | 0.0041 | 0.0023 | 0.0026 | 0.0047 | 0.0020 | 0.0093 |
| x_μ -Variation: $\begin{smallmatrix} x_\mu=2.0 \\ x_\mu=0.5 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0172 \\ -0.0137 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0174 \\ -0.0139 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0179 \\ -0.0142 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0065 \\ -0.0047 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0069 \\ -0.0052 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0096 \\ -0.0074 \end{smallmatrix}$ |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 16.7/17 | 30.7/17 | 27.5/17 | 48.0/17 | 29.1/17 | 124/17 |
| | $\langle(1-T)^5\rangle$ | $\langle C^5\rangle$ | $\langle B_{\text{T}}^5\rangle$ | $\langle B_{\text{W}}^5\rangle$ | $\langle y_{23}^5\rangle$ | $\langle M_{\text{H}}^5\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1571 | 0.1589 | 0.1517 | 0.1341 | 0.1188 | 0.1332 |
| Statistischer Fehler | 0.0024 | 0.0007 | 0.0013 | 0.0031 | 0.0069 | 0.0010 |
| Experimentelle Syst. | 0.0022 | 0.0015 | 0.0015 | 0.0041 | 0.0048 | 0.0020 |
| HERWIG Hadronisierung | +0.0057* | +0.0032* | +0.0036* | -0.0018 | +0.0021 | +0.0096* |
| ARIADNE Hadronisierung | +0.0031 | +0.0029 | +0.0014 | -0.0061* | -0.0031* | -0.0037 |
| Hadronisierungsfehler | 0.0057 | 0.0032 | 0.0036 | 0.0061 | 0.0031 | 0.0096 |
| x_μ -Variation: $\begin{smallmatrix} x_\mu=2.0 \\ x_\mu=0.5 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0189 \\ -0.0150 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0193 \\ -0.0152 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0197 \\ -0.0154 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0064 \\ -0.0044 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0298 \\ -0.0189 \end{smallmatrix}$ | $\begin{smallmatrix} +0.0090 \\ -0.0069 \end{smallmatrix}$ |
| $\chi^2/\text{dof.}$ | 16.7/17 | 35.0/17 | 20.5/17 | 21.4/17 | 38.0/17 | 86.9/17 |

Tabelle F.4: Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Momenten von Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktenergie, 14–44 GeV, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktenergie, 91–209 GeV, in den 6 bzw. 12 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.1 bzw. 4.1.2. Als Hadronisierungsunsicherheit wird die größere Abweichung zu HERWIG und ARIADNE genommen; sie ist jeweils durch einen Stern markiert. Die experimentelle Systematik wird mittels des Minimum-Overlap Ansatzes abgeschätzt.

| | | | | | | |
|----------------------|-------------------------|----------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|------------------------|
| | $\langle(1-T)^1\rangle$ | $\langle C^1\rangle$ | $\langle B_T^1\rangle$ | $\langle B_W^1\rangle$ | $\langle y_{23}^1\rangle$ | |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1258 | 0.1226 | 0.1141 | 0.1331 | 0.1333 | |
| Statistischer Fehler | 0.0004 | 0.0003 | 0.0002 | 0.0004 | 0.0009 | |
| Experimentelle Syst. | 0.0007 | 0.0006 | 0.0005 | 0.0010 | 0.0014 | |
| | $\langle(1-T)^2\rangle$ | $\langle C^2\rangle$ | $\langle B_T^2\rangle$ | $\langle B_W^2\rangle$ | $\langle y_{23}^2\rangle$ | $\langle M_H^2\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1417 | 0.1388 | 0.1308 | 0.1363 | 0.1355 | 0.1291 |
| Statistischer Fehler | 0.0008 | 0.0005 | 0.0004 | 0.0006 | 0.0019 | 0.0004 |
| Experimentelle Syst. | 0.0013 | 0.0010 | 0.0008 | 0.0015 | 0.0017 | 0.0008 |
| | $\langle(1-T)^3\rangle$ | $\langle C^3\rangle$ | $\langle B_T^3\rangle$ | $\langle B_W^3\rangle$ | $\langle y_{23}^3\rangle$ | $\langle M_H^3\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1480 | 0.1458 | 0.1403 | 0.1417 | 0.1344 | 0.1355 |
| Statistischer Fehler | 0.0012 | 0.0007 | 0.0007 | 0.0011 | 0.0030 | 0.0007 |
| Experimentelle Syst. | 0.0017 | 0.0013 | 0.0012 | 0.0025 | 0.0034 | 0.0010 |
| | $\langle(1-T)^4\rangle$ | $\langle C^4\rangle$ | $\langle B_T^4\rangle$ | $\langle B_W^4\rangle$ | $\langle y_{23}^4\rangle$ | $\langle M_H^4\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1518 | 0.1502 | 0.1456 | 0.1418 | 0.1338 | 0.1381 |
| Statistischer Fehler | 0.0018 | 0.0009 | 0.0010 | 0.0020 | 0.0045 | 0.0010 |
| Experimentelle Syst. | 0.0022 | 0.0016 | 0.0015 | 0.0036 | 0.0054 | 0.0014 |
| | $\langle(1-T)^5\rangle$ | $\langle C^5\rangle$ | $\langle B_T^5\rangle$ | $\langle B_W^5\rangle$ | $\langle y_{23}^5\rangle$ | $\langle M_H^5\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1551 | 0.1537 | 0.1491 | 0.1409 | 0.1340 | 0.1388 |
| Statistischer Fehler | 0.0027 | 0.0011 | 0.0015 | 0.0036 | 0.0069 | 0.0013 |
| Experimentelle Syst. | 0.0027 | 0.0019 | 0.0019 | 0.0046 | 0.0075 | 0.0018 |

Tabelle F.5: Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Momenten von Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, 14–44 GeV, in den 6 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.1. Zentralwerte und experimentelle Systematik werden aus dem Minimum-Overlap Ansatz erhalten.

| | | | | | | |
|----------------------|-------------------------|----------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|------------------------|
| | $\langle(1-T)^1\rangle$ | $\langle C^1\rangle$ | $\langle B_T^1\rangle$ | $\langle B_W^1\rangle$ | $\langle y_{23}^1\rangle$ | |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1254 | 0.1222 | 0.1139 | 0.1327 | 0.1308 | |
| Statistischer Fehler | 0.0004 | 0.0003 | 0.0002 | 0.0004 | 0.0009 | |
| Experimentelle Syst. | 0.0007 | 0.0006 | 0.0005 | 0.0010 | 0.0014 | |
| | $\langle(1-T)^2\rangle$ | $\langle C^2\rangle$ | $\langle B_T^2\rangle$ | $\langle B_W^2\rangle$ | $\langle y_{23}^2\rangle$ | $\langle M_H^2\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1408 | 0.1381 | 0.1301 | 0.1351 | 0.1339 | 0.1266 |
| Statistischer Fehler | 0.0008 | 0.0005 | 0.0004 | 0.0006 | 0.0019 | 0.0004 |
| Experimentelle Syst. | 0.0014 | 0.0010 | 0.0009 | 0.0014 | 0.0019 | 0.0008 |
| | $\langle(1-T)^3\rangle$ | $\langle C^3\rangle$ | $\langle B_T^3\rangle$ | $\langle B_W^3\rangle$ | $\langle y_{23}^3\rangle$ | $\langle M_H^3\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1473 | 0.1449 | 0.1395 | 0.1403 | 0.1322 | 0.1319 |
| Statistischer Fehler | 0.0012 | 0.0007 | 0.0006 | 0.0011 | 0.0030 | 0.0007 |
| Experimentelle Syst. | 0.0019 | 0.0014 | 0.0013 | 0.0024 | 0.0040 | 0.0011 |
| | $\langle(1-T)^4\rangle$ | $\langle C^4\rangle$ | $\langle B_T^4\rangle$ | $\langle B_W^4\rangle$ | $\langle y_{23}^4\rangle$ | $\langle M_H^4\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1517 | 0.1492 | 0.1448 | 0.1411 | 0.1319 | 0.1343 |
| Statistischer Fehler | 0.0018 | 0.0009 | 0.0010 | 0.0019 | 0.0044 | 0.0009 |
| Experimentelle Syst. | 0.0024 | 0.0018 | 0.0017 | 0.0036 | 0.0064 | 0.0015 |
| | $\langle(1-T)^5\rangle$ | $\langle C^5\rangle$ | $\langle B_T^5\rangle$ | $\langle B_W^5\rangle$ | $\langle y_{23}^5\rangle$ | $\langle M_H^5\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1552 | 0.1531 | 0.1485 | 0.1408 | 0.1326 | 0.1348 |
| Statistischer Fehler | 0.0027 | 0.0011 | 0.0015 | 0.0036 | 0.0069 | 0.0013 |
| Experimentelle Syst. | 0.0032 | 0.0021 | 0.0023 | 0.0052 | 0.0088 | 0.0020 |

Tabelle F.6: Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Momenten von Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, 14–44 GeV, in den 6 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.1. Zentralwerte und experimentelle Systematik werden aus dem Maximum-Overlap Ansatz erhalten.

| | | | | | | |
|----------------------|-------------------------|----------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|------------------------|
| | $\langle(1-T)^1\rangle$ | $\langle C^1\rangle$ | $\langle B_T^1\rangle$ | $\langle B_W^1\rangle$ | $\langle y_{23}^1\rangle$ | |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1264 | 0.1239 | 0.1169 | 0.1212 | 0.1221 | |
| Statistischer Fehler | 0.0003 | 0.0002 | 0.0002 | 0.0003 | 0.0006 | |
| Experimentelle Syst. | 0.0010 | 0.0008 | 0.0006 | 0.0012 | 0.0025 | |
| | $\langle(1-T)^2\rangle$ | $\langle C^2\rangle$ | $\langle B_T^2\rangle$ | $\langle B_W^2\rangle$ | $\langle y_{23}^2\rangle$ | $\langle M_H^2\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1424 | 0.1409 | 0.1341 | 0.1213 | 0.1232 | 0.1225 |
| Statistischer Fehler | 0.0007 | 0.0004 | 0.0004 | 0.0006 | 0.0014 | 0.0003 |
| Experimentelle Syst. | 0.0016 | 0.0014 | 0.0011 | 0.0018 | 0.0025 | 0.0017 |
| | $\langle(1-T)^3\rangle$ | $\langle C^3\rangle$ | $\langle B_T^3\rangle$ | $\langle B_W^3\rangle$ | $\langle y_{23}^3\rangle$ | $\langle M_H^3\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1495 | 0.1491 | 0.1434 | 0.1220 | 0.1222 | 0.1265 |
| Statistischer Fehler | 0.0015 | 0.0006 | 0.0009 | 0.0014 | 0.0028 | 0.0006 |
| Experimentelle Syst. | 0.0018 | 0.0018 | 0.0014 | 0.0024 | 0.0023 | 0.0025 |
| | $\langle(1-T)^4\rangle$ | $\langle C^4\rangle$ | $\langle B_T^4\rangle$ | $\langle B_W^4\rangle$ | $\langle y_{23}^4\rangle$ | $\langle M_H^4\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1548 | 0.1551 | 0.1486 | 0.1204 | 0.1199 | 0.1273 |
| Statistischer Fehler | 0.0028 | 0.0007 | 0.0017 | 0.0029 | 0.0057 | 0.0009 |
| Experimentelle Syst. | 0.0019 | 0.0019 | 0.0017 | 0.0032 | 0.0032 | 0.0031 |
| | $\langle(1-T)^5\rangle$ | $\langle C^5\rangle$ | $\langle B_T^5\rangle$ | $\langle B_W^5\rangle$ | $\langle y_{23}^5\rangle$ | $\langle M_H^5\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1598 | 0.1604 | 0.1527 | 0.1188 | 0.1120 | 0.1265 |
| Statistischer Fehler | 0.0052 | 0.0009 | 0.0032 | 0.0053 | 0.0114 | 0.0013 |
| Experimentelle Syst. | 0.0028 | 0.0019 | 0.0024 | 0.0058 | 0.0053 | 0.0035 |

Tabelle F.7: Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Momenten von Ereignisformvariablen über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie, 91–209 GeV, in den 12 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.2. Zentralwerte und experimentelle Systematik werden aus dem Minimum-Overlap Ansatz erhalten.

| | | | | | | |
|----------------------|-------------------------|----------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|------------------------|
| | $\langle(1-T)^1\rangle$ | $\langle C^1\rangle$ | $\langle B_T^1\rangle$ | $\langle B_W^1\rangle$ | $\langle y_{23}^1\rangle$ | |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1255 | 0.1231 | 0.1159 | 0.1204 | 0.1211 | |
| Statistischer Fehler | 0.0003 | 0.0002 | 0.0002 | 0.0003 | 0.0006 | |
| Experimentelle Syst. | 0.0004 | 0.0003 | 0.0002 | 0.0005 | 0.0008 | |
| | $\langle(1-T)^2\rangle$ | $\langle C^2\rangle$ | $\langle B_T^2\rangle$ | $\langle B_W^2\rangle$ | $\langle y_{23}^2\rangle$ | $\langle M_H^2\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1415 | 0.1398 | 0.1331 | 0.1204 | 0.1228 | 0.1217 |
| Statistischer Fehler | 0.0007 | 0.0004 | 0.0004 | 0.0006 | 0.0014 | 0.0003 |
| Experimentelle Syst. | 0.0006 | 0.0005 | 0.0004 | — | 0.0009 | 0.0006 |
| | $\langle(1-T)^3\rangle$ | $\langle C^3\rangle$ | $\langle B_T^3\rangle$ | $\langle B_W^3\rangle$ | $\langle y_{23}^3\rangle$ | $\langle M_H^3\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1489 | 0.1481 | 0.1425 | 0.1211 | 0.1220 | 0.1255 |
| Statistischer Fehler | 0.0014 | 0.0006 | 0.0009 | 0.0014 | 0.0028 | 0.0006 |
| Experimentelle Syst. | 0.0008 | 0.0006 | 0.0007 | 0.0012 | 0.0012 | 0.0009 |
| | $\langle(1-T)^4\rangle$ | $\langle C^4\rangle$ | $\langle B_T^4\rangle$ | $\langle B_W^4\rangle$ | $\langle y_{23}^4\rangle$ | $\langle M_H^4\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1543 | 0.1541 | 0.1478 | 0.1196 | 0.1186 | 0.1263 |
| Statistischer Fehler | 0.0028 | 0.0007 | 0.0017 | 0.0028 | 0.0056 | 0.0009 |
| Experimentelle Syst. | 0.0013 | 0.0006 | 0.0011 | 0.0025 | 0.0026 | 0.0011 |
| | $\langle(1-T)^5\rangle$ | $\langle C^5\rangle$ | $\langle B_T^5\rangle$ | $\langle B_W^5\rangle$ | $\langle y_{23}^5\rangle$ | $\langle M_H^5\rangle$ |
| $\alpha_s(M_{Z^0})$ | 0.1591 | 0.1596 | 0.1519 | 0.1182 | 0.1016 | 0.1255 |
| Statistischer Fehler | 0.0052 | 0.0009 | 0.0031 | 0.0053 | 0.0104 | 0.0013 |
| Experimentelle Syst. | 0.0025 | 0.0006 | 0.0021 | 0.0059 | 0.0070 | 0.0013 |

Tabelle F.8: Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Momenten von Ereignisformvariablen über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktenergie, 91–209 GeV, in den 12 Energiebereichen aus Unterabschnitt 4.1.2. Zentralwerte und experimentelle Systematik werden aus dem Maximum-Overlap Ansatz erhalten (eine experimentelle Systematik kann für $\langle B_W^2\rangle$ nicht angegeben werden, da die Überschätzung der Korrelation durch diesen Ansatz hier dazu führt, daß der totale Fehler kleiner abgeschätzt wird als der statistische.).

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|------|---|----|
| 2.1 | Feynman-Vertizes der QCD. | 10 |
| 2.2 | Energieverlauf der starken Kopplung. | 13 |
| 2.3 | Einfache Quarkpaar-Erzeugung in Elektron-Positron Vernichtung. | 16 |
| 2.4 | Wirkungsquerschnitte einiger Prozesse in der e^+e^- -Vernichtung. | 17 |
| 2.5 | Quarkpaar-Erzeugung mit Strahlung im Endzustand. | 17 |
| 2.6 | Multihadronischer Prozess. | 18 |
| 2.7 | Klassifizierte Verteilung von $1 - T$ bei 91 GeV auf Hadronniveau. | 25 |
| 2.8 | Integrand zur Berechnung des 1. bis 5. Moments der Thrustverteilung. | 26 |
| 2.9 | Zur Breite der Verteilung von B_T auf Hadronniveau bei 14 und 91 GeV. | 28 |
| 2.10 | Zur Breite der Verteilung von B_N auf Hadronniveau bei 14 und 91 GeV. | 29 |
| 2.11 | Niedrigste Beiträge zum QCD-Matrixelement. | 30 |
| 3.1 | Längsschnittskizze des JADE-Detektors am PETRA-Beschleuniger. | 44 |
| 3.2 | Ereignis aus den JADE-Daten bei der Schwerpunktsenergie von 40 GeV. | 45 |
| 3.3 | Perspektivischer Aufriß des OPAL-Detektors am LEP-Beschleuniger. | 46 |
| 3.4 | Dreijetereignis aus den OPAL - Daten bei der Schwerpunktsenergie von 161 GeV. | 48 |

| | | |
|------|--|----|
| 4.1 | LEP - Schwerpunktsenergien ab 1995. | 53 |
| 4.2 | Zweiphotonprozess mit Hadronen im Endzustand. | 59 |
| 4.3 | Typische Vierfermion-Produktion aus einem W^+W^- -Paar. . . | 62 |
| 4.4 | Messung der ersten fünf Momente von Thrust und C -Parameter auf Hadronniveau bei 200 GeV unter unterschiedlichen Mengen von Selektionsschnitten. | 65 |
| 4.5 | Messung der ersten fünf Momente von Total Jet Broadening und Wide Jet Broadening auf Hadronniveau bei 200 GeV unter unterschiedlichen Mengen von Selektionsschnitten. | 66 |
| 4.6 | Messung der ersten fünf Momente von Durham Zweijet-Flippparameter und Heavy Jet Mass auf Hadronniveau bei 200 GeV unter unterschiedlichen Mengen von Selektionsschnitten. . . . | 67 |
| 4.7 | Detektorkorrekturen bei $\sqrt{s} = 14$ GeV und $\sqrt{s} = 22$ GeV. . . | 72 |
| 4.8 | Detektorkorrekturen bei $\sqrt{s} = 35$ GeV und $\sqrt{s} = 91$ GeV. . . . | 73 |
| 4.9 | Detektorkorrekturen bei $\sqrt{s} = 136$ GeV und $\sqrt{s} = 172$ GeV. . | 74 |
| 4.10 | Detektorkorrekturen bei $\sqrt{s} = 189$ GeV und $\sqrt{s} = 207$ GeV. . . | 75 |
| 4.11 | Test der Prozedur zur Korrektur von Detektor- und ISR-Effekten. | 76 |
| 4.12 | Die ersten fünf Momente von Thrust, C -Parameter, Total Jet Broadening, Wide Jet Broadening, Durham Zweijet-Flippparameter und Heavy Jet Mass auf Hadronniveau. | 83 |
| 4.13 | Die ersten fünf Momente von Thrust Major, Thrust Minor, Sphärizität, Oblateness, Light Jet Mass und Narrow Jet Broadening auf Hadronniveau. | 84 |
| 4.14 | Differenzen zwischen Daten und Monte Carlo, geteilt durch die totalen Fehler, in Abhängigkeit der Ordnungszahl für die ersten fünf Momente von Thrust, C -Parameter, Total Jet Broadening, Wide Jet Broadening, Durham Zweijet-Flippparameter und Heavy Jet Mass auf Hadronniveau. | 85 |
| 4.15 | Differenzen zwischen Daten und Monte Carlo, geteilt durch die totalen Fehler, in Abhängigkeit der Ordnungszahl für die ersten fünf Momente von Thrust Major, Thrust Minor, Sphärizität, Oblateness, Light Jet Mass und Narrow Jet Broadening auf Hadronniveau. | 86 |

| | | |
|------|--|-----|
| 4.16 | Die ersten fünf Momente von Thrust, Heavy Jet Mass, C -Parameter, Total Jet Broadening, Wide Jet Broadening, Durham Zweijet-Flipparameter, Thrust Major, Thrust Minor, Sphärizität, Oblateness, Light Jet Mass und Narrow Jet Broadening auf Hadronniveau gegen ihre Ordnungszahl bei $\sqrt{s}=91$ GeV. | 87 |
| 4.17 | Varianzen von Thrust, C -Parameter, Total Jet Broadening, Wide Jet Broadening, Durham Zweijet-Flipparameter, Heavy Jet Mass und M_H^2 auf Hadronniveau. | 88 |
| 4.18 | Varianzen von Thrust Major, Thrust Minor, Sphärizität, Oblateness, Light Jet Mass und Narrow Jet Broadening auf Hadronniveau. | 89 |
| 4.19 | Differenzen zwischen Daten und Monte Carlo, geteilt durch die totalen Fehler, für die Varianz von Thrust, C -Parameter, Total Jet Broadening, Wide Jet Broadening, Durham Zweijet-Flipparameter und Heavy Jet Mass auf Hadronniveau. | 90 |
| 4.20 | Differenzen zwischen Daten und Monte Carlo, geteilt durch die totalen Fehler, für die Varianz von Thrust Major, Thrust Minor, Sphärizität, Oblateness, Light Jet Mass, und Narrow Jet Broadening auf Hadronniveau. | 91 |
| 5.1 | Hadronisierungskorrekturen bei $\sqrt{s} = 14$ GeV und $\sqrt{s} = 22$ GeV. | 96 |
| 5.2 | Hadronisierungskorrekturen bei $\sqrt{s} = 35$ GeV und $\sqrt{s} = 44$ GeV. | 97 |
| 5.3 | Hadronisierungskorrekturen bei $\sqrt{s} = 91$ GeV und $\sqrt{s} = 197$ GeV. | 98 |
| 5.4 | Fits der NLO-Vorhersage an JADE-Messungen einzelner Momente von Thrust und C -Parameter. | 102 |
| 5.5 | Fits der NLO-Vorhersage an JADE-Messungen einzelner Momente von Total Jet Broadening und Wide Jet Broadening. | 103 |
| 5.6 | Fits der NLO-Vorhersage an JADE-Messungen einzelner Momente des Durham Zweijet-Flipparameters und der Heavy Jet Mass. | 104 |
| 5.7 | $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Messungen aus Fits der NLO-Vorhersage an Momenten von sechs Ereignisformvariablen bei PETRA-Energien. | 105 |
| 5.8 | $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Messungen aus Fits der NLO-Vorhersage an Momenten von sechs Ereignisformvariablen bei LEP-Energien. | 107 |

| | | |
|------|---|-----|
| 5.9 | Fits der NLO-Vorhersage an OPAL-Messungen einzelner Momente von Thrust und C-Parameter. | 108 |
| 5.10 | Fits der NLO-Vorhersage an OPAL-Messungen einzelner Momente von Total Jet Broadening und Wide Jet Broadening. . . | 109 |
| 5.11 | Fits der NLO-Vorhersage an OPAL-Messungen einzelner Momente des Durham Zweijet-Flipparameters sowie der Heavy Jet Mass. | 110 |
| 5.12 | K-Faktoren für die ersten fünf Momente der sechs in der perturbativen Bestimmung von $\alpha_s(M_{Z^0})$ verwendeten Ereignisformvariablen. | 112 |
| 5.13 | Fits der NLO-Vorhersage an JADE- und OPAL-Messungen einzelner Momente von Thrust und C-Parameter. | 116 |
| 5.14 | Fits der NLO-Vorhersage an JADE- und OPAL-Messungen einzelner Momente von Total Jet Broadening und Wide Jet Broadening. | 117 |
| 5.15 | Fits der NLO-Vorhersage an JADE- und OPAL-Messungen einzelner Momente des Durham Zweijet-Flipparameters sowie der Heavy Jet Mass. | 118 |
| 5.16 | Sensitivität auf den Bereich niedriger Energien - mit der Schwerpunktsenergie laufende Vorhersage von $\langle 1 - T \rangle$ für aus dem Fit erhaltenen Wert von $\alpha_s(M_{Z^0})$ sowie kleine Variationen. . . | 123 |
| 5.17 | $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Messungen aus Fits der NLO-Vorhersage an Momenten von sechs Ereignisformvariablen bei PETRA- und LEP-Energien. Die experimentell systematischen Fehler werden mittels der Minimum-Overlap Annahme abgeschätzt. | 128 |
| 5.18 | Simultane Fits der NLO-Vorhersage an JADE-Messungen der ersten zwei Momente von Thrust und C-Parameter. | 134 |
| 5.19 | Simultane Fits der NLO-Vorhersage an JADE-Messungen der ersten zwei Momente von Total Jet Broadening sowie des zweiten und dritten Moments von Wide Jet Broadening. | 135 |
| 5.20 | Simultane Fits der NLO-Vorhersage an JADE-Messungen der ersten zwei Momente des Durham Zweijet-Flipparameter. . . | 136 |
| 5.21 | Simultane Fits der NLO-Vorhersage an OPAL-Messungen der ersten zwei Momente von Thrust und C-Parameter. | 139 |

| | | |
|------|---|-----|
| 5.22 | Simultane Fits der NLO-Vorhersage an OPAL-Messungen der ersten zwei Momente von Total Jet Broadening. | 140 |
| 5.23 | Simultane Fits der NLO-Vorhersage an die ersten zwei Momente von Thrust und C-Parameter, gemessen mit JADE und OPAL. | 145 |
| 5.24 | Simultane Fits der NLO-Vorhersage an die ersten zwei Momente des Durham Zweijet-Flippparameters, gemessen mit JADE und OPAL. | 146 |
| 5.25 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ aus Fits der NLO-Vorhersage an zwei Momente von fünf Ereignisformvariablen bei PETRA- oder/und LEP-Energien. | 148 |
| 6.1 | Fits der dispersiven Vorhersage an JADE- sowie OPAL-Messungen der Momente von Thrust und C-Parameter. | 155 |
| 6.2 | Fits der dispersiven Vorhersage an JADE- sowie OPAL-Messungen der Momente von Total Jet Broadening und Wide Jet Broadening | 156 |
| 6.3 | Fits der rein perturbativen Vorhersage an JADE- sowie OPAL-Messungen der Momente des Durham Zweijet-Flippparameters, sowie der dispersiven Vorhersage an Momente von M_H^2 | 157 |
| 6.4 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und $\alpha_0(\mu_I)$ aus Fits der dispersiven Vorhersage an Momente von sechs Ereignisformvariablen. | 164 |
| 6.5 | Fits der Shape Function - Vorhersage an die ersten zwei Momente von Thrust, C-Parameter und M_H^2 | 167 |
| 6.6 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und λ_1 aus Fits der Shape - Vorhersage an Momente von drei Ereignisformvariablen. | 168 |
| 6.7 | Fits der Shape Function - Vorhersage an das zweite Moment von Thrust, C-Parameter und M_H^2 . $\alpha_s(M_{Z^0})$ wird auf dem Wert aus dem entsprechenden niedrigeren Moment festgehalten. | 171 |
| 6.8 | Vergleich der NLO-Vorhersage mit der Varianz von Thrust, C-Parameter, Total Jet Broadening, Wide Jet Broadening, Durham Zweijet-Flippparameter und M_H^2 | 176 |
| 6.9 | Vergleich der Shape Function - Vorhersage mit der Varianz des C-Parameters. | 178 |

| | | |
|------|---|-----|
| 6.10 | Energieverlauf der LO und NLO-Terme, des SDG NLO - Terms, sowie der SDG Terme in $\mathcal{O}(\bar{a}^3)$ bis $\mathcal{O}(\bar{a}^6)$ für erstes bis viertes Moment von Thrust. | 183 |
| 6.11 | Vergleich der ersten vier Momente von Thrust mit der SDG-Vorhersage in zwei sowie drei Ordnungen von \bar{a} | 185 |
| 6.12 | Vergleich der ersten vier Momente von Thrust mit der SDG-Vorhersage in vier sowie fünf Ordnungen von \bar{a} | 186 |
| 6.13 | Vergleich der ersten vier Momente von Thrust mit der SDG-Vorhersage in sechs Ordnungen von \bar{a} | 187 |
| 6.14 | Starke Kopplung und Koeffizient der führenden Energiepotenzkorrektur aus den Momenten von Thrust in Abhängigkeit von der maximalen perturbativen Ordnung. | 188 |
| 6.15 | Energieverlauf der verwendeten perturbativen Terme sowie der führenden Energiepotenzkorrektur für erstes bis viertes Moment von Thrust. | 191 |
| 6.16 | Hadronisierungskorrekturen bei $\sqrt{s} = 14$ GeV und $\sqrt{s} = 22$ GeV; berechnet mit PYTHIA, dem dispersiven Modell, der Shape Function und der Single Dressed Gluon Näherung. | 198 |
| 6.17 | Hadronisierungskorrekturen bei $\sqrt{s} = 35$ GeV und $\sqrt{s} = 44$ GeV; berechnet mit PYTHIA, dem dispersiven Modell, der Shape Function und der Single Dressed Gluon Näherung. | 199 |
| 6.18 | Hadronisierungskorrekturen bei $\sqrt{s} = 91$ GeV und $\sqrt{s} = 161$ GeV; berechnet mit PYTHIA, dem dispersiven Modell, der Shape Function und der Single Dressed Gluon Näherung. | 200 |
| A.1 | Die ersten fünf Momente von Thrust, C -Parameter, Total Jet Broadening, Wide Jet Broadening, Durham Zweijet-Flipparameter und Heavy Jet Mass auf Detektorniveau. | 218 |
| A.2 | Die ersten fünf Momente von Thrust Major, Thrust Minor, Sphärizität, Oblateness, Light Jet Mass und Narrow Jet Broadening auf Detektorniveau. | 219 |
| D.1 | Vorhersagen der Monte Carlo Modelle PYTHIA, HERWIG und ARIADNE für die ersten fünf Momente von Thrust und C -Parameter auf Partonniveau an vier JADE-Energiepunkten. Verwendet werden alle Ereignisse, oder nur die Ereignisse mit Partonschauer. | 233 |

| | | |
|-----|--|-----|
| D.2 | Vorhersagen der Monte Carlo Modelle PYTHIA, HERWIG und ARIADNE für die ersten fünf Momente von Total Jet Broadening und Wide Jet Broadening auf Partonniveau an vier JADE-Energiepunkten. Verwendet werden alle Ereignisse, oder nur die Ereignisse mit Partonschauer. | 234 |
| D.3 | Vorhersagen der Monte Carlo Modelle PYTHIA, HERWIG und ARIADNE für die ersten fünf Momente von Heavy Jet Mass und Durham Zweijet-Flippparameter auf Partonniveau an vier JADE-Energiepunkten. Verwendet werden alle Ereignisse, oder nur die Ereignisse mit Partonschauer. | 235 |

Tabellenverzeichnis

| | | |
|-----|---|-----|
| 2.1 | Die elementaren Fermionen des Standardmodells. | 7 |
| 2.2 | Die Eichbosonen des Standardmodells. | 7 |
| 2.3 | Perturbative Koeffizienten einiger Momente von Ereignisformvariablen. | 32 |
| 2.4 | Koeffizienten a_y der Energiepotenzkorrekturen $\propto 1/Q$ einiger Ereignisformvariablen im dispersiven Modell. | 38 |
| 4.1 | Jahr der Datennahme, Energiebereich, integrierte Luminosität und mittlere Schwerpunktsenergie für jeden JADE-Datensatz; ferner Anzahl der selektierten sowie der erwarteten Ereignisse. | 50 |
| 4.2 | Bei 14.0 bis 43.8 GeV zur Detektorkorrektur verwendete Sätze von Monte Carlo - Ereignissen. | 52 |
| 4.3 | Jahr der Datennahme, Energiebereich, integrierte Luminosität und mittlere Schwerpunktsenergie für jeden OPAL-Datensatz; ferner Anzahl der selektierten sowie der erwarteten Ereignisse. | 54 |
| 4.4 | Bei 91.3 bis 188.6 GeV zur Detektorkorrektur verwendete Sätze von Monte Carlo - Ereignissen. | 56 |
| 4.5 | Bei 191.6 bis 206.6 GeV zur Detektorkorrektur verwendete Sätze von Monte Carlo - Ereignissen. | 57 |
| 4.6 | Systematische Unterschiede in der Anzahl selektierter Ereignisse für vier unterschiedliche zugrundegelegte Mengen von Schnitt-Variablen. | 68 |
| 5.1 | Relative Abweichungen mittels Minimum-Overlap Ansatzes erhaltener Resultate vom jeweiligen Standardresultat. | 120 |
| 5.2 | Relative Abweichungen mittels Maximum-Overlap Ansatzes erhaltener Resultate vom jeweiligen Standardresultat. | 121 |

| | | |
|-----|---|-----|
| 5.3 | $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Kombinationen aus Momenten von Ereignisformvariablen bei Benutzung der JADE- oder/und OPAL-Messung. . | 130 |
| 5.4 | In die $\alpha_s(M_{Z^0})$ -Kombinationen eingehende Gewichte des jeweiligen Moments einer Ereignisformvariablen; angegeben für die verschiedenen verwendeten JADE- und/oder OPAL-Datensätze. | 130 |
| 5.5 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ aus simultanen Fits an zwei Momente von fünf Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie. . . . | 137 |
| 5.6 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ aus simultanen Fits an zwei Momente von fünf Ereignisformvariablen über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie. | 141 |
| 5.7 | Jeweilige Anzahl systematischer Variationen für die untersuchten Momente von 12 Ereignisformvariablen; Auftreten positiver und negativer Korrelation zwischen systematischen Abweichungen, aufgeschlüsselt nach ihrer Größe. | 143 |
| 5.8 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und x_μ aus simultanen Fits an zwei Momente von drei Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie. . . | 147 |
| 6.1 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und ggf. $\alpha_0(\mu_I)$ aus erstem und zweitem Moment von sechs Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie. | 161 |
| 6.2 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und ggf. $\alpha_0(\mu_I)$ aus drittem und vierstem Moment von sechs Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie. | 162 |
| 6.3 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und ggf. $\alpha_0(\mu_I)$ aus dem fünften Moment von sechs Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie. . . | 163 |

| | | |
|-----|--|-----|
| 6.4 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und λ_1 aus erstem und zweitem Moment von drei Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie. | 169 |
| 6.5 | λ_1 aus $\langle(1 - T)^2\rangle$, $\langle C^2\rangle$ und $\langle M_H^4\rangle$ über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie. $\alpha_s(M_{Z^0})$ wird auf dem Wert aus der Anpassung an $\langle(1 - T)^1\rangle$, $\langle C^1\rangle$ bzw. $\langle M_H^2\rangle$ festgehalten. | 172 |
| 6.6 | $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Fits der NLO-Vorhersage an die Varianz von Ereignisformvariablen auf Hadronniveau über den gesamten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie. | 175 |
| 6.7 | $\alpha_s(M_{Z^0})$ und λ_1 aus Fits der Shape Function Vorhersage an die Varianz des C-Parameters auf Hadronniveau über den gesamten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie. | 179 |
| 6.8 | Die ersten sechs Log-Momente der jeweiligen charakteristischen Funktion für die ersten vier Momente von Thrust. | 181 |
| 6.9 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ und λ_i aus Fits der SDG-Vorhersage an Momente von Thrust über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie. | 190 |
| B.1 | Momente der Verteilungen von $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} und M_H auf Hadronniveau bei den JADE-Energien 14.0, 22.0, 34.6, 35.0 und 38.3 GeV. | 221 |
| B.2 | Momente der Verteilungen von $T_{\text{maj.}}$, $T_{\text{min.}}$, S , O , M_L und B_N auf Hadronniveau bei den JADE-Energien 14.0, 22.0, 34.6, 35.0 und 38.3 GeV. | 222 |
| B.3 | Momente der Verteilungen von $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} und M_H auf Hadronniveau bei der JADE-Energie 43.8 GeV und den OPAL-Energien 91.3, 133.1, 161.3 und 172.1 GeV. | 223 |
| B.4 | Momente der Verteilungen von $T_{\text{maj.}}$, $T_{\text{min.}}$, S , O , M_L und B_N auf Hadronniveau bei der JADE-Energie 43.8 GeV und den OPAL-Energien 91.3, 133.1, 161.3 und 172.1 GeV. | 224 |

| | | |
|-----|--|-----|
| B.5 | Momente der Verteilungen von $1 - T, C, B_T, B_W, y_{23}$ und M_H auf Hadronniveau bei den OPAL-Energien 182.7, 188.6, 191.6 und 195.5 GeV. | 225 |
| B.6 | Momente der Verteilungen von $T_{maj.}, T_{min.}, S, O, M_L$ und B_N auf Hadronniveau bei den OPAL-Energien 182.7, 188.6, 191.6 und 195.5 GeV. | 226 |
| B.7 | Momente der Verteilungen von $1 - T, C, B_T, B_W, y_{23}$ und M_H auf Hadronniveau bei den OPAL-Energien 199.5, 201.6, 204.9 und 206.6 GeV. | 227 |
| B.8 | Momente der Verteilungen von $T_{maj.}, T_{min.}, S, O, M_L$ und B_N auf Hadronniveau bei den OPAL-Energien 199.5, 201.6, 204.9 und 206.6 GeV. | 228 |
| C.1 | Varianzen der Verteilungen von $1 - T, C, B_T, B_W, y_{23}, M_H, M_H^2, T_{maj.}, T_{min.}, S, O, M_L$ und B_N auf Hadronniveau bei den JADE-Energien 14.0, 22.0, 34.6, 35.0, 38.3 und 43.8 GeV, und den OPAL-Energien 91.3, 133.1, 161.3 und 172.1 GeV. | 230 |
| C.2 | Varianzen der Verteilungen von $1 - T, C, B_T, B_W, y_{23}, M_H, M_H^2, T_{maj.}, T_{min.}, S, O, M_L$ und B_N auf Hadronniveau bei den OPAL-Energien 182.7, 188.6, 191.6, 195.5, 199.5, 201.6, 204.9 und 206.6 GeV. | 231 |
| E.1 | Korrelationen von erstem bis f5nfitem Moment von $1 - T, C, B_T, B_W, y_{23}$ und M_H mit ebendiesen Momenten auf Partonniveau bei 14.0 GeV, abgesch5tzt mittels PYTHIA 6.1. | 237 |
| E.2 | Korrelationen von erstem bis f5nfitem Moment von $1 - T, C, B_T, B_W, y_{23}$ und M_H mit ebendiesen Momenten auf Hadronniveau bei 14.0 GeV, abgesch5tzt mittels PYTHIA 6.1. | 238 |
| E.3 | Korrelationen von erstem bis f5nfitem Moment von $1 - T, C, B_T, B_W, y_{23}$ und M_H mit ebendiesen Momenten auf Partonniveau bei 91.3 GeV, abgesch5tzt mittels PYTHIA 6.1. | 239 |
| E.4 | Korrelationen von erstem bis f5nfitem Moment von $1 - T, C, B_T, B_W, y_{23}$ und M_H mit ebendiesen Momenten auf Hadronniveau bei 91.3 GeV, abgesch5tzt mittels PYTHIA 6.1. | 240 |
| E.5 | Korrelationen von erstem bis f5nfitem Moment von $1 - T, C, B_T, B_W, y_{23}$ und M_H mit ebendiesen Momenten auf Partonniveau bei 206.6 GeV, abgesch5tzt mittels PYTHIA 6.1. | 241 |

| | | |
|-----|--|-----|
| E.6 | Korrelationen von erstem bis fünftem Moment von $1 - T$, C , B_T , B_W , y_{23} und M_H mit ebendiesen Momenten auf Hadron-niveau bei 206.6 GeV, abgeschätzt mittels PYTHIA 6.1. | 242 |
| F.1 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Momenten von Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie. | 244 |
| F.2 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Momenten von Ereignisformvariablen über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie in 4 Energiebereichen. | 245 |
| F.3 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Momenten von Ereignisformvariablen über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie in 12 Energiebereichen. | 246 |
| F.4 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Momenten von Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie, sowie über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie. Die experimentelle Systematik wird mittels des Minimum-Overlap Ansatzes abgeschätzt. | 247 |
| F.5 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Momenten von Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie. Zentralwerte und experimentelle Systematik werden aus dem Minimum-Overlap Ansatz erhalten. | 248 |
| F.6 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Momenten von Ereignisformvariablen über den gesamten untersuchten Bereich der PETRA-Schwerpunktsenergie. Zentralwerte und experimentelle Systematik werden aus dem Maximum-Overlap Ansatz erhalten. | 249 |
| F.7 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Momenten von Ereignisformvariablen über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie. Zentralwerte und experimentelle Systematik werden aus dem Minimum-Overlap Ansatz erhalten. | 250 |
| F.8 | Messungen von $\alpha_s(M_{Z^0})$ aus Momenten von Ereignisformvariablen über den gesamten Bereich der LEP-Schwerpunktsenergie. Zentralwerte und experimentelle Systematik werden aus dem Maximum-Overlap Ansatz erhalten. | 251 |

Danksagung

Hier möchte ich mich bei Prof. Dr. Siegfried Bethke für die Ermöglichung dieser Dissertation bedanken, sowie für die Gelegenheit, eine Sommerschule und Tagungen zu besuchen. Prof. Dr. Stephan Paul danke ich für die Übernahme des Zweitgutachtens.

Sehr herzlich danke ich Dr. Stefan Kluth für die umfassende Betreuung der Arbeit, wertvolle Ideen und das äußerst gründliche Lesen der Arbeit. Herrn Prof. Dr. Otmar Biebel sei gedankt für die Betreuung der Arbeit, tiefreichende Diskussionen und das Lesen der Arbeit. Herrn Dr. Jochen Schieck danke ich für das Lesen der Arbeit und wertvolle Anregungen.

Herrn Dr. Einan Gardi gebührt mein Dank für die Mitteilung theoretischer Vorhersagen und zahlreicher Erläuterungen. Herrn Dr. Gregory Korchemsky danke ich für wertvolle Erklärungen seiner Arbeit.

Auch danke ich allen Kollegen und Mitarbeitern am Max Planck Institut für Physik in München, die mir mit Rat und Tat zur Seite standen und für ein angenehmes Arbeitsklima sorgten: Dr. Sven Menke, Dr. Pedro Movilla Fernández, Funda Büyükdemir, Danijela Josic und vielen weiteren.